ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

РОГАЧЕВ
Николай Геннадьевич

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ В НЕПРЕРЫВНО-ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ С НЕЧЕТКИМИ ЦЕЛЕВЫМИ ФУНКЦИЯМИ

Специальность 2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:
Доктор технических наук, профессор
Рапопорт Эдгар Яковлевич

Самара – 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 4

1. Системный анализ задач управления сложно-структурированными техническими объектами 10

1.1. Обзор задач выработки управленческих решений и методов их решения 10

1.2. Задачи управления нелинейными, многомерными многосвязными техническими объектами 12

Выводы по разделу 1 19

2. Задача нечетко-оптимального синтеза компьютерных систем управления нелинейными, многомерными и многосвязными техническими объектами 21

2.1. Обоснование нечетко-оптимального метода синтеза компьютерных систем векторного управления многооперационными непрерывно-дискретными объектами 21

2.2. Частные критерии на основе показателей качества, представленных числами... 23

2.3. Классификация функций принадлежности 24

2.4. Сравнительный анализ функций принадлежности 31

2.5. Агрегирование частных критериев и формирование обобщенного критерия 34

2.6. Постановка задачи нечеткой оптимизации..... 39

2.7. Анализ численных процедур определения нечетко-оптимального значения обобщенного показателя качества 42

Выводы по разделу 2 60

3. Решение задач нечетко-оптимального синтеза систем управления мобильным объектом 62

3.1. Системный анализ и моделирование мобильного объекта на примере погрузчика как нелинейного, многомерного и многосвязного объекта управления с сосредоточенными параметрами 62

3.1.1. Кинематическая модель погрузчика 62

3.1.2. Имитационная модель погрузчика..... 63

3.2. Задачи управления мобильными системами 63

3.3. Глобальное планирование в задачах управления мобильной системой..... 68

3.3.1. Решение задачи управления мобильной системой при отсутствии ограничений на траекторию 68

3.3.2. Решение задач управления мобильной системой при наличии нескольких целевых областей 76

3.3.3. Решение задач управления мобильной системой при наличии дополнительных ограничений на траекторию..... 82

3.4. Локальное планирование в задачах управления мобильной системой 88

3.4.1 Локальное планирование в задачах управления мобильной системой при наличии возмущений 88

3.4.2. Переборные алгоритмы в задачах планирования при наличии ограничений на время принятия управленческих решений..... 97

3.4.3. Локальное планирование перемещений в гетерогенной среде..... 102

3.4.4. Эволюционные вычисления в задаче поиска стратегии управления мобильной системой..... 105

Выводы по разделу 3 108

4. Разработка системы цифрового управления установкой индукционного нагрева..... 110

4.1 Системный анализ и моделирование установки индукционного нагрева как нелинейного, многомерного и многосвязного объекта управления с распределенными параметрами 110

4.1.1 Описание технологического процесса..... 110

4.1.2. Математическое моделирование тепловых процессов индукционного нагрева 111

4.1.3. Моделирование электромагнитных процессов в индукционных нагревателях..... 115

4.1.4. Системный анализ установки индукционного нагрева..... 125

4.2. Постановка и решение нечетко-оптимальной задачи цифрового управления установкой индукционного нагрева 126

4.3. Постановка и решение совместной задачи проектирования и управления установкой индукционного нагрева..... 131

Выводы по разделу 4 135

Заключение 137

Список литературы 138

Приложение А. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021615909..... 146

Приложение Б. Акты об использовании результатов диссертационного исследования Рогачева Н.Г. 147

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность проблемы. Диссертационная работа посвящена разработке методов синтеза оптимальных регуляторов с нечеткими целевыми функциями и способов их применения в многокритериальных задачах векторного управления нелинейными многомерными техническими объектами. Методам решения задач векторной (многокритериальной) оптимизации посвящено значительное число исследований как в нашей стране, так и за рубежом. Исследованиями в области многокритериальной оптимизации занимались следующие отечественные авторы: Вилкас Э. Й., Гафт М. Г., Гермейер Ю. Б., Емельянов С. М., Жуковин В. Е., Краснекер А. С., Машунин Ю.К., Пиявский С.А., Полтавский А.В., Подиновский В. В., Поспелова И. И., Соболь И. М., Статников Р. Б., Хоменюк В. В. и многие другие. Большой вклад внесли зарубежные исследователи Дж. фон Нейман, Р. Беллман, Л. Заде, Т. Купмэнс, Х. Кун, А. Такер, А. Чарнс, С. Карлин, У. Купер, Б. Ройя, Т. Саати и другие.

Интерес к задачам векторного управления нелинейными многомерными техническими объектами связан с практической важностью применения современных сложных технических систем в промышленности, транспорте, связи и других областях. Одним из основных способов повышения надежности и эффективности функционирования сложных технических систем является учет при формировании алгоритмов управления в режиме реального времени всего комплекса, как правило, конфликтующих друг с другом критериев качества, действующих ограничений и возмущений. Анализ известных результатов свидетельствует о таких нерешенных проблемах в этой области, как несовершенство методик определения законов управления, оптимальных по совокупности качественных оценок работы системы, отсутствие явных аналитических зависимостей для определения в реальном времени алгоритмов управления при необходимости учета всей совокупности указанных факторов, существенно влияющих на качество работы технических объектов.

Наряду с многокритериальностью при вычислении законов управления необходим учет того факта, что одни цели и ограничения могут вступать в противоречие с другими. Требования к управляемым процессам на этапе постановки задачи могут быть представлены на естественном языке, описываться вербально, сформулированы нечетко. Для многооперационных процессов необходим учет требований к последовательности осуществления отдельных операций. Такие задачи управления не могут быть решены классическими методами из-за сложности математических моделей, описывающих объекты управления, неполноты информации о них, однако успешно решаются средствами нечеткой логики.

Таким образом, многокритериальная нечеткая оптимизация режимов работы многомерных многооперационных технических объектов в промышленных приложениях является актуальной задачей, решение которой позволяет повысить надежность и эффективность работы производственных систем и рационально расходовать ресурсы.

Целью диссертационной работы является разработка метода синтеза оптимальных регуляторов с нечеткими целевыми функциями и техники его применения в непрерывно-дискретных системах управления многомерными техническими объектами. Для достижения указанной цели в диссертации поставлены следующие **основные научные задачи:**

– системный анализ многооперационных многомерных нелинейных объектов управления (ОУ), выявление структуры, пространств параметров и состояний таких ОУ;

– разработка имитационных моделей гибридных непрерывно-дискретных систем управления с непрерывной частью в виде многооперационных нелинейных многомерных ОУ и дискретной частью, представленной цифровыми регуляторами;

– постановка задачи многокритериального нечетко-оптимального синтеза компьютерных систем управления многооперационными непрерывно-дискретными техническими объектами, учитывающая объективно существующие требования и условия;

– разработка методики редукции задачи нечетко-оптимального синтеза системы управления многооперационными ОУ к задаче определения набора продукционных правил ее работы;

–разработка методики и вычислительной технологии решения задачи параметрического синтеза многокритериальных нечетко-оптимальных законов управления;

– решение задач синтеза нечетко-оптимальных законов управления техническими объектами, в том числе в меняющихся условиях и при наличии ограничений на время принятия управленческих решений, исследование эффективности разработанных алгоритмов.

Объект исследования: процессы нечетко-оптимального управления многомерными многооперационными техническими объектами.

Предмет исследования: алгоритмы работы и цифровые модели систем нечетко-оптимального управления многомерными многооперационными техническими объектами

Методы исследования. В диссертационной работе использовались методы, основанные на системном подходе к решаемой проблеме, в том числе методы теории автоматического управления, математического анализа, математического моделирования, теории оптимального управления, нечеткой логики и эволюционных вычислений.

Научная новизна полученных результатов.

1. Поставлена задача многокритериальной оптимизации компьютерной системы управления многооперационными объектами с нечетким описанием критериев оптимальности

и последовательности осуществления отдельных операций, отвечающая, в отличие от известных, типичным для сложных технических объектов условиям наличия конфликтующих друг с другом нечетко сформулированных целей и требований к процессу управления.

2. Предложены методика и вычислительная технология многокритериального синтеза компьютерной системы управления многооперационными объектами, осуществляемого путем реализации специальных продукционных правил нечетко-оптимального алгоритма работы регулятора, который, в отличие от известных аналогов, обеспечивает в условиях неполной информации об объекте выполнение необходимых требований по точности приближения к его заданному конечному состоянию, длительности процесса управления и выбору конструктивного способа определения начальных приближений.

3. Предложены постановка и численные методы решения задач многокритериальной нечеткой оптимизации перемещения мобильных роботов в гетерогенной среде, учитывающие, в отличие от известных, нечеткие формулировки маршрутов их перемещения и целей управления.

4. Предложены постановка и численные методы решения задач многокритериального нечетко-оптимального проектирования и управления объектом технологической теплофизики с распределенными параметрами на примере установок индукционного нагрева, учитывающие, в отличие от известных, нечеткий характер конкурирующих друг с другом критериев качества.

Достоверность утверждений диссертационного исследования подтверждается корректным применением современного аппарата теории управления, теории нечеткой логики, теории оптимизации. Справедливость выводов относительно адекватности построенных математических моделей подтверждается

– соответствием результатов представлениям об исследуемых процессах;

– совпадением частных случаев ряда полученных результатов с результатами моделирования других авторов;

– верификацией с помощью имитационного моделирования.

Практическая значимость диссертации. Практическая ценность работы состоит в том, что ее результаты могут служить основой для разработки программно-алгоритмического обеспечения процедуры нечетко-оптимального синтеза компьютерных систем управления многооперационными непрерывно-дискретными техническими объектами.

На основе результатов работы решен ряд задач, имеющих практическое значение:

– решена задача нечеткой оптимизации перемещений мобильных роботов в гетерогенной среде, в том числе при ограничении на время принятия управленческих решений;

– решена задача многокритериальной оптимизации объекта технологической теплофизики с распределенными параметрами на примере процесса индукционного нагрева парамагнитных оболочек.

Практическая полезность полученных результатов подтверждается использованием результатов исследований в следующих научно-исследовательских работах:

– при разработке и внедрении роботизированных систем управления перемещениями мобильных систем;

– при разработке и внедрении системы пространственно-временного управления процессом индукционного нагрева;

– при выполнении НИР по грантам РФФИ:

17-48-630410 р-а «Разработка систем поддержания работоспособности ресурсоснабжающих сетей за счет оптимизации периодичности их профилактики»;

18-08-00506 А «Разработка теории и методов синтеза регуляторов цифровых систем управления многооперационными, стохастическими, непрерывно-дискретными техническими объектами с требуемыми показателями качества»;

19-38-90061 Аспиранты «Разработка способов и программных средств оптимизации в задачах векторного управления многомерными многооперационными нелинейными процессами с нечеткими целями и ограничениями»;

– при проведении ПНИЭР по Федеральной целевой программе «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014—2020 годы», соглашение № 075-15-2019-1364 «Разработка роботизированной системы сельскохозяйственных автомобилей на базе семейства автомобилей КАМАЗ с автономным и дистанционным режимом управления». Уникальный идентификатор проекта RFMEFI57718X0286;

– при выполнении НИР по гранту СамГТУ «Разработка способов и программных средств оптимизации в задачах векторного управления многооперационными техническими объектами с нечеткими целями и ограничениями».

Теоретические положения, методики и вычислительные технологии синтеза многокритериальных нечетко-оптимальных законов управления объектами с сосредоточенными и распределенными параметрами используются в учебной деятельности ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет» при чтении лекций, проведении практических и лабораторных занятий по дисциплинам учебного плана подготовки бакалавров по направлениям 27.03.03 «Системный анализ и управление» и 27.03.04 «Управление в технических системах» и подготовки магистров техники и технологии по

направлению 27.04.04 «Управление в технических системах», при выполнении курсовых и дипломных проектов.

Личный вклад соискателя. Большинство основных теоретических результатов, выносимых на защиту, получено соискателем самостоятельно. В работах, опубликованных совместно, соискателю принадлежат следующие результаты: [1, 3] – построение продукционной модели регулятора, модели мобильной киберфизической системы, вычисление оперативного и автономного вариантов алгоритма управления; [2] – постановка и решение задачи синтеза компьютерной системы управления группой мобильных роботов; [5] – расчет оптимального по быстродействию регулятора в задаче управления машиной Дубинса; [6, 7] – многокритериальная нечеткая оптимизация поведения мобильных роботов в изменяющейся среде; [4, 8, 9–11] – постановка задачи, построение модели, многокритериальная нечеткая оптимизация конструкции и режима работы индукционного нагревателя; [12, 13, 16, 17] – постановка и решение задач по программно-аппаратной реализации САУ техническими объектами.

Апробация результатов работы. Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на многих научно-технических семинарах и конференциях, в том числе X Международной Четаевской конференции «Аналитическая механика, устойчивость и управление» (Казань, 2012); XII Международной научной конференции «Интеллект и наука» (Железногорск, 2012); I и II Всероссийских научно-практических конференциях «Новые информационные технологии в экономике, управлении, образовании» (Самара, 2012, 2013); XII Международной конференции «Наука. Творчество» (Самара, 2016); семинарах по материалам и технике в аэронавтике (Workshops on Materials and Engineering in Aeronautics MEA, Москва, 2018, 2019, 2020); XXI Международной конференции «Проблемы управления и моделирования в сложных системах» (Самара, 2019); семинаре по системному анализу (Seminar on Systems analysis, Москва, 2017); международных научных конференциях Far East Con, (Владивосток, 2018, 2020), VI Международной научно-практической конференции (школы-семинара) молодых ученых «Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук» (Тольятти, 2020).

Основные результаты, выносимые на защиту.

1. Постановка задачи многокритериальной оптимизации компьютерной системы управления многооперационным объектом с нечетким описанием критериев качества и требований к последовательности осуществления отдельных операций.

2. Методика и вычислительная технология многокритериального синтеза компьютерной системы управления многооперационными объектами, осуществляемые путем реализации

специальных продукционных правил нечетко-оптимального алгоритма работы регулятора в процессе численного решения максиминной задачи нечеткого математического программирования.

3. Постановка и численные методы решения задач многокритериальной нечеткой оптимизации перемещения мобильных роботов в гетерогенной среде.

4. Постановка и численные методы решения задач многокритериального нечетко-оптимального проектирования и управления объектом технологической теплофизики с распределенными параметрами на примере установок индукционного нагрева.

Публикации. Основное содержание диссертационной работы полностью отражено в 17 научных и научно-технической работах автора, в том числе в четырех статьях в научных изданиях, рекомендуемых ВАК Министерства образования и науки РФ, семи статьях из международных баз цитирования Web of Science и SCOPUS, шести работах в прочих журналах, сборниках научных трудов, материалах всероссийских и международных конференций. Получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021615909.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, 4 разделов, заключения, списка использованной литературы, приложения. Работа содержит 134 рисунка, 12 таблиц. Список использованной литературы включает 98 наименования. Объем работы составляет 149 страниц.

1. СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНО-СТРУКТУРИРОВАННЫМИ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

1.1. Обзор задач выработки управленческих решений и методов их решения

Задача принятия управленческих решений согласно [17] состоит из набора известных элементов задачи (исходная проблемная ситуация, время для принятия решения, необходимые ресурсы, множество целей, на достижение которых направлено решение, множество ограничений, множество критериев выбора наилучшего решения, как частный случай может использоваться один критерий) и набора неизвестных (множество альтернативных вариантов решения, из которых необходимо выбрать оптимальное решение).

Задачи выработки управленческих решений стоят перед представителями различных сфер человеческой деятельности: инженерами, политиками, медиками, военными, экологами. Фундамент теории принятия управленческих решений был заложен еще в конце XVII века с появлением теории вероятности и математической статистики. Тогда была впервые осознана необходимость учета неопределенности в решении задач принятия решений. Не случайно термин «теория принятия решений» ввел в научный оборот американский статист Эрих Лео Леманн. В дальнейшем теория принятия решений как научная дисциплина формировалась в фарватере кибернетики, изучающей то общее, что имеется в управлении техническими системами, живыми организмами и человеческими коллективами [18]. Как отмечается в [19], «кибернетика – это ответ человеческого познания на потребность общества в решении точными средствами проблем управления». Под управлением при этом понимается организация целенаправленных действий путем переработки информации. Общим свойством большинства задач выработки управленческих решений является множество альтернативных решений, среди которых необходимо выбрать наилучшее и множество критериев, определяющих качество того или иного решения. Различные методы многокритериального принятия решений, включая оценку и объединение характеристик альтернатив по двум или более критериям, рассматривались во многих работах, в том числе в [20–25].

Методам решения задач векторной (многокритериальной) оптимизации посвящено значительное число исследований, как в нашей стране, так и за рубежом. Методы и алгоритмы решения векторных задач математического программирования в работах [17–25] развивались в следующих направлениях: решение, основанное на свертывании критериев; решение, использующее ограничения на критерии; методы, основанные на отыскании компромиссного решения; методы, основанные на человеко-машинных процедурах принятия решения.

Известны два основных подхода к принятию решений при наличии множества критериев: принятие решений с множеством атрибутов (multiple attribute decision making, MADM) и

принятие решений с множеством целей (multiple objective decision making, MODM) [21]. MADM – самая известная ветвь теории исследования операций. Подход MADM требует, чтобы выбор производился среди нескольких заданных явным образом альтернативных решений. Предполагается, что проблемы MADM имеют заранее определенное ограниченное количество альтернативных решений, описываемых их атрибутами. Решение проблемы MADM включает сортировку и ранжирование. Подходы MADM можно рассматривать как методы объединения информации в матрице решений проблемы для ранжирования, отбора или выбора из числа альтернатив [25]. Помимо информации, содержащейся в матрице решений, все, кроме простейших методов MADM, требуют дополнительной информации от лица, принимающего решения (ЛПР) для окончательного отбора.

Характерной чертой большинства реальных технических объектов является непрерывность изменения параметров, определяющих критерии оптимальности. При таких условиях пространство альтернатив становится бесконечным. В MODM, в отличие от MADM, альтернативы решения заранее не известны, количество потенциальных альтернатив решений может быть сколь угодно большим. В задачах MODM компромиссы между критериями проектирования обычно описываются непрерывными функциями. Подход MODM предоставляет математическую основу для разработки набора альтернативных решений в технических системах. Каждая альтернатива, однажды определенная, оценивается по тому, насколько она соответствует одной или нескольким задачам.

Большинство решений, принимаемых в реальном мире, осуществляется в среде, в которой цели и ограничения из-за их сложности не известны точно, и, таким образом, проблема не может быть точно определена или точно представлена в четкой форме. Чтобы иметь дело с качественной, неточной информацией или даже с плохо структурированными проблемами принятия решений, было предложено в качестве инструмента использовать теорию нечетких множеств [26, 27]. Нечеткая логика – это раздел математики, который позволяет компьютеру описывать реальный мир так же, как это делают люди. Он обеспечивает простой способ рассуждать с помощью расплывчатых, двусмысленных и неточных данных или знаний. Теория нечетких множеств предоставляет удобный аппарат формализации неопределенностей, возникающих при моделировании и оптимизации реальных процессов. Вопросам применения нечеткой логики в различных отраслях, прямо или опосредованно связанных с производственной деятельностью, посвящена монография [28]. В этой работе отмечено, что важность процесса принятия управленческих решений возрастает с ростом сложности объектов управления.

1.2. Задачи управления нелинейными, многомерными многосвязными техническими объектами

Повышение эффективности процедуры управления техническими объектами – первоочередная задача, решаемая разработчиками систем управления. Особенно это касается технологических объектов, обладающих признаками сложных систем и являющихся непрерывными, многооперационными техническими объектами, управление которыми должно осуществляться в реальном времени.

Многомерные нелинейные объекты, управляемые цифровыми регуляторами, относятся к наиболее сложным объектам управления. Общая схема многомерного нелинейного объекта управления представлена на рисунке 1.1, поведение таких объектов традиционно описывается векторной системой уравнений вида

$$\begin{aligned} \dot{X} &= F(X,U), \\ Y &= \Phi(X). \end{aligned} \qquad (1.1)$$

В выражении (1.1) F есть отображение (оператор) $(X,U) \to \dot{X}$, X – вектор состояний ОУ, U – вектор управляющих воздействий, Φ есть отображение $(X) \to Y$. Выражение (1.1) является стандартной формой математической модели, представлением ОУ в пространстве состояний, вид оператора F определяет динамику ОУ, оператор Φ определяет измеряемые координаты ОУ.

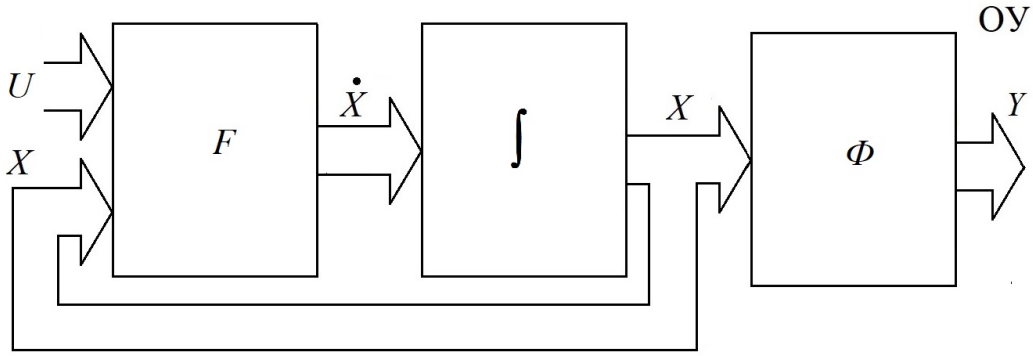

Рис. 1.1. Общая схема многомерного нелинейного объекта управления

Системы цифрового управления рассматриваемыми в работе непрерывными объектами управления являются гибридными непрерывно-дискретными системами. Компоненты с непрерывными сигналами отражают физические законы функционирования объектов управления, а дискретные элементы моделируют работу цифровых нечетко-оптимальных управляющих устройств. Два класса гибридных систем, рассмотренных в работе, это системы программного управления (рисунок 1.2) и системы позиционного управления (рисунок 1.3). В силу цифрового характера регулятора управляющие воздействия U являются элементами

множества Π кусочно-постоянных функций с конечным на интервале регулирования числом переключений. В силу непрерывного характера ОУ переменные состояния X и измеряемые (выходные) переменные Y есть элементы множества C непрерывных функций.

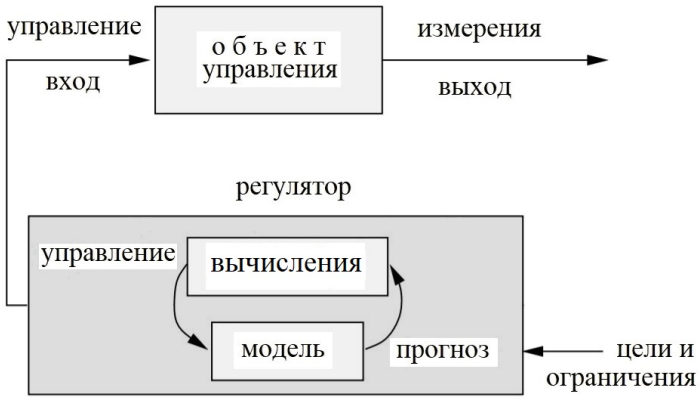

Рис. 1.2. Система программного управления

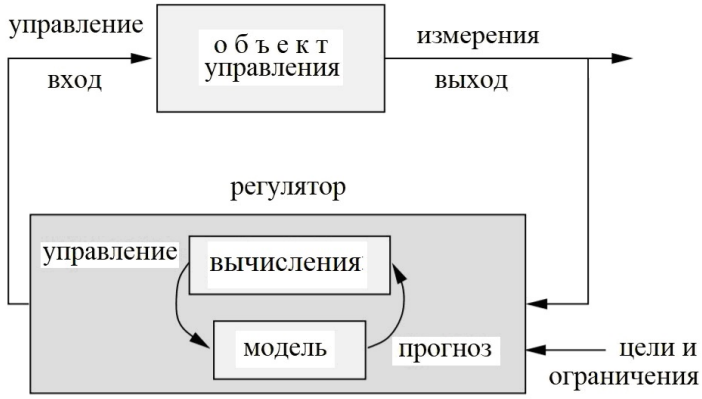

Рис. 1.3. Система позиционного управления

В большинстве инженерных приложений для решения задач управления сложным объектом используются имитационные модели ОУ, под которыми понимают системы вида

$$\begin{aligned} &X(t) = \Theta(X(\tau), U(\tau)), \tau \subset [t_0, t), \\ &Y(t) = \Phi(X(t)). \end{aligned} \tag{1.2}$$

Оператор Φ определяется составом используемых датчиков. Задание оператора Φ как правило не представляет сложности за исключением тех случаев, когда набор датчиков необходимо определить в ходе решения задачи проектирования. Алгоритм или компьютерная программа Θ определяет текущее состояние ОУ $X(t)$ по информации о поведении ОУ и о сигналах регулятора на всем предшествующем временном интервале $\tau = [t_0, t)$ или его части.

Разработка адекватной имитационной модели Θ является сложной самостоятельной задачей, первым этапом работ по автоматизации технологического процесса.

Следующей задачей является определение закона управления. Алгоритм работы цифрового регулятора системы программного управления $U(\tau), \tau = [t_0, t_N]$ состоит в выработке в тактовые моменты времени $t_0, t_1, \ldots, t_{N-1}$ управляющих сигналов $U(t_0), U(t_1), \ldots, U(t_{N-1})$. Сигнал $U(t_i)$ действует на объект управления вплоть до наступления следующего тактового момента t_{i+1}. Поиск всей совокупность управляющих сигналов происходит до начала процесса управления (до момента t_0) или во время процесса управления (в моменты $t_i, i = 0,1,2,\ldots,N-1$), исходя из требований к поведению объекта управления с использованием модели объекта и окружающей среды.

Алгоритм работы цифрового регулятора системы позиционного управления $U(\tau, X(\tau)), \tau = [t_0, t_N]$ при использовании подхода time-based control (управление как функция времени) отличается от программного управления лишь тем, что применяемая информация в виде модели объекта и среды дополняется сигналами обратных связей.

В настоящее время активно применяется также event-based control (управление как функция событий) [29]. При использовании этого подхода поиск управляющих сигналов происходит не в фиксированные (как правило, равноудаленные) моменты времени, а лишь по необходимости, вызванной отклонениями расчетной траектории от реальной (рисунок 1.4) или возникновением некоторой запретной для перемещения области.

В стандартных промышленных регуляторах (ПИД, lead-lag, линейно-квадратичных) поиск управляющих сигналов, осуществляемый в ходе технологического процесса, происходит по заранее выбранной несложной формуле, время вычислений мало. Это создает иллюзию непрерывности процесса управления, хотя фактически имеет место многократно повторяющаяся ступенчатая процедура вида «наступление очередного тактового момента времени – вычисление очередного сигнала управления – применение этого управления к объекту вплоть до наступления следующего тактового момента». При использовании нестандартных подходов к синтезу систем управления (адаптивные регуляторы, регуляторы с прогнозирующей моделью в контуре и т.п.) время вычисления очередного сигнала управления может быть существенно больше, однако этим эффектом «запаздывания» как правило пренебрегают. В настоящем исследовании также будем следовать этому допущению за исключением тех случаев, когда принципиальную роль играет ограничение на время принятия управленческих решений при онлайн режиме вычисления сигналов управления.

Изложенным способом могут быть решены задачи достаточно общего вида, включая представляющую особый интерес задачу управления объектами в виде многооперационных

технологических процессов, когда управляемый процесс состоит из P этапов с номерами $p = (1,...,P)$ (рисунок 1.5). Процессы могут следовать один за другим или идти одновременно.

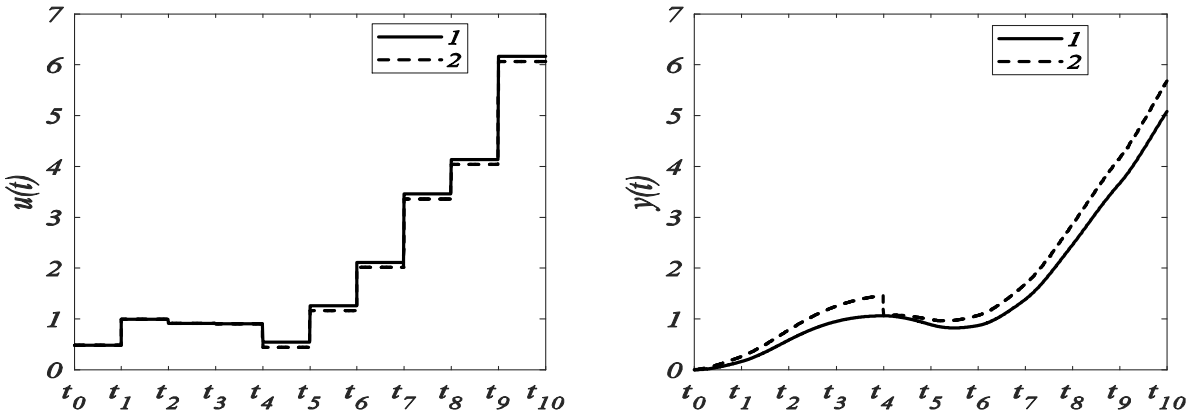

Рис. 1.4. Алгоритм работы системы позиционного управления (управление на основе событий)

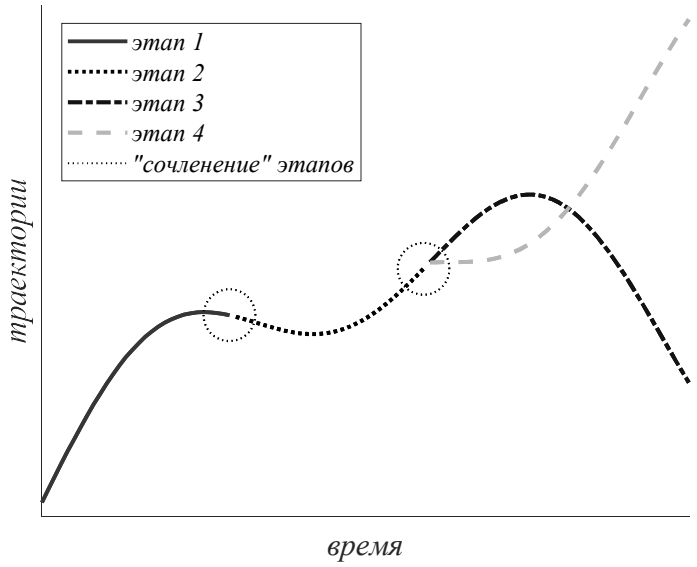

Рис. 1.5. Пример многоэтапного процесса

Эта «многоэтапная» задача разбивается на P подзадач, связанных граничными условиями для непрерывных переменных. В результате решения определяется набор оптимальных программных управлений $u^{(p)}(t) \in R^{m_p}$, $p = (1,...,P)$. Структура этого управления определяет количество правил продукционной модели регулятора как число интервалов постоянства закона изменения оптимального управления.

Наряду с задачами управления возможна постановка и совместное решение задач управления и проектирования как задач обоснованного выбора конструктивных решений для управляемой и управляющей частей технологического процесса. Так, например, дополнение

вектора управляющих воздействий вектором конструктивных параметров (рисунок 1.6) позволяет формулировать задачу совместного проектирования и управления установкой индукционного нагрева.

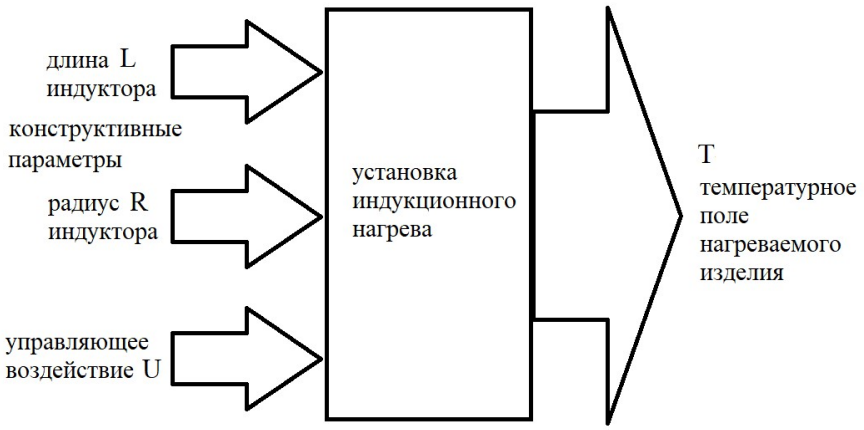

Рис. 1.6. К задаче совместного проектирования и управления установкой индукционного нагрева

В качестве конкретных примеров применения предлагаемых методов нечеткой оптимизации автоматических регуляторов в дискретно-непрерывных системах управления в настоящей работе далее рассматриваются два сложных ОУ – мобильная система как многомерный нелинейный объект управления с сосредоточенными параметрами и установка индукционного нагрева тонкостенных оболочек как многомерный нелинейный объект управления с распределенными параметрами. Несмотря на кажущуюся разноплановость этих объектов, у них много общего. Кроме нелинейного и дискретно-аналогового характера систем управления их объединяет также наличие значительного числа однотипных требований к управляемым процессам в виде целей управления и ограничений, налагаемых на ход процесса и на ресурсы управления. В общем виде варианты такого типа требований к управляемым процессам проиллюстрированы рисунком 1.7.

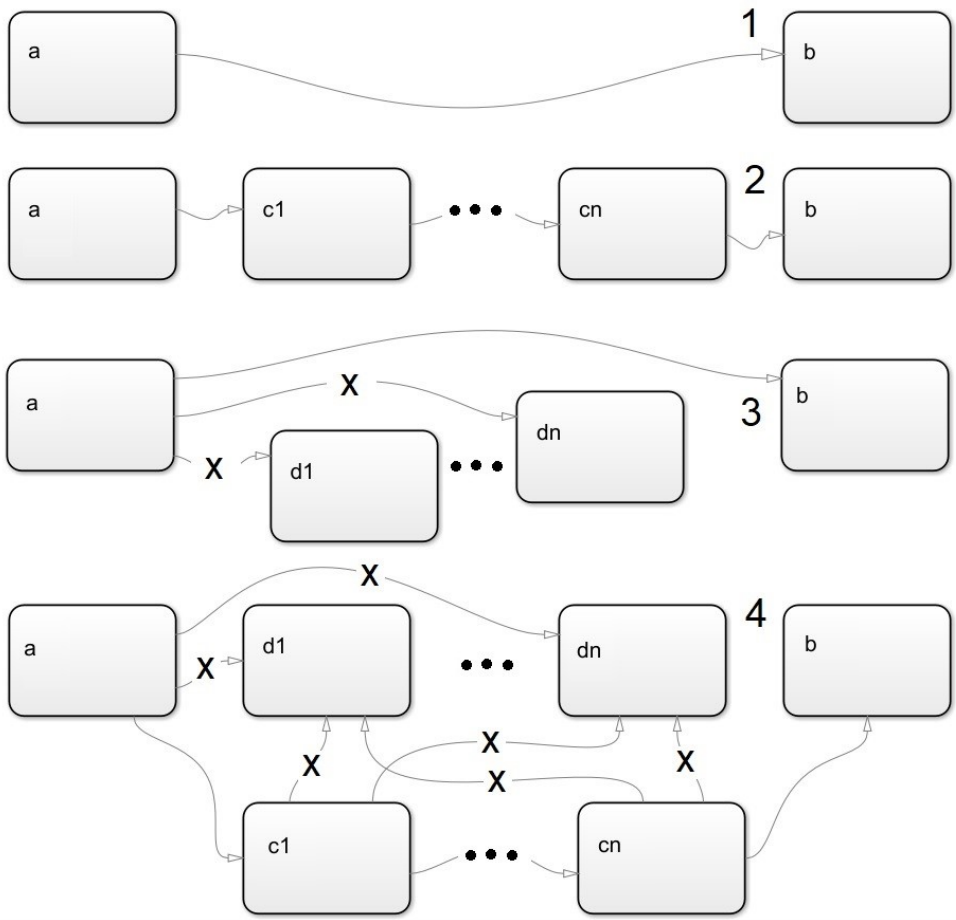

Рис. 1.7. Варианты требований к управляемым процессам: a – исходное состояние, b – требуемое конечное состояние, c11…c1n – требуемые промежуточные состояния, d21 … d2n – недопустимые или нежелательные состояния

Задача управления первого типа (рисунок 1.7.1) состоит в переводе объекта управления из исходного состояния a в требуемое конечное состояние (или область) b, дополнительные ограничения на траекторию движения системы в виде требуемых промежуточных состояний (областей) или запретных состояний (областей) отсутствуют. Задача управления второго типа (рисунок 1.7.2) состоит в переводе объекта управления из исходного состояния a в требуемое конечное состояние (или область) b через последовательность (не обязательно упорядоченную) требуемых промежуточных состояний (областей) c1…cn. Это – «многоэтапная» задача, аналог задачи коммивояжера. Задача управления третьего типа (рисунок 1.7.3) состоит в переводе объекта управления из исходного состояния a в требуемое конечное состояние (или область) b минуя все недопустимые или нежелательные состояния (области) d1 … dn. Задача управления четвертого типа (рисунок 1.7.4), наиболее сложная из перечисленных, состоит в переводе объекта управления из исходного состояния a в требуемое конечное состояние (или область) b

через последовательность (не обязательно упорядоченную) промежуточных состояний (областей) c1…cn минуя все недопустимые или нежелательные состояния (области) d1 … dn.

Возникающие при решении таких задач системы частных критериев могут быть многоуровневыми вследствие неравноценности критериев, когда одни требования представляются более важными, чем другие. Требования могут меняться в ходе процесса, т.е. иметь нестатистический характер. Возможна необходимость одновременного учета многих плохо согласованных факторов в условиях полной или частичной неопределенности, показателей качества, заданных как количественно, так и качественно. В конкретных приложениях указанные проблемы могут обладать различными специфическими особенностями, такими, как наличие конкуренции и необходимость согласования частично противоречивых требований к отдельным составляющим процесса.

Например, требования к работе погрузчика как мобильной системы состоят в перемещении грузов из одной области на плоскости функционирования в другую область (задача 1-го типа), возможно с посещением ряда промежуточных областей хранения (задача 2-го типа) и с объездом неподвижных (конструкции склада) или подвижных (другие погрузчики, работники склада) препятствий (задачи 3-го и 4-го типов). Технологические требования к работе установки индукционного нагрева состоят в переводе нагреваемого изделия из области начальных температур в требуемую область конечных температур (задача 1-го типа). Ограничение на максимальную температуру нагрева, так же как и ограничение на перепад температуры, которое можно интерпретировать как наличие подвижных недопустимых или нежелательных областей, перемещающихся в ходе нагрева вслед за средней температурой изделия, переводит проблему в задачу 3-го типа. При нагреве под термообработку возникает ряд требований к промежуточным состояниям (задачи 2-го и 4-го типов). Кроме того, имеются ограничения на ресурсы управления, которые также могут меняться в ходе процесса.

Как отмечено в [28, с. 106], «…эффективность функционирования реальных объектов или процессов, как правило, характеризуется совокупностью частных критериев. Часто эти критерии находятся во взаимном противоречии друг с другом. Улучшение по одной части показателей ведет к ухудшению по другой и удовлетворение всех требований невозможно. Кроме того, критерии, а также ограничения, обычно сформулированы весьма неточно. В этих условиях отыскание эффективных решений невозможно без учета неточной, качественной информации о предпочтениях различных критериев…».

В этой же работе [28, с. 84] высказана мысль о целесообразности «разработки некоторой «базовой» методики и реализующего ее программного обеспечения, позволяющих после определенной адаптации решать конкретные задачи многокритериальной оценки и оптимизации, учитывающие специфику области использования. Такая «базовая» методика

должна обеспечивать разрешение ключевых проблем, присущих всем многокритериальным задачам, независимо от конкретных приложений».

Предлагаемый в диссертации подход заключается в нечетко-оптимальном синтезе систем управления сложными технологическими объектами. Этот квазиоптимальный подход предполагает многокритериальную оптимизацию технических объектов с учетом неопределенностей. Проблемы формулируются на основе концепций теории нечетких множеств, что значительно расширяет возможности учета неопределенностей различной природы, неизбежно сопутствующих математическому описанию реальности. Такой подход позволяет совершенствовать производственные системы в условиях неполноты и неточности информации о протекающих процессах, недостаточности и недостоверности знаний, при наличии субъективности оценок. Наряду с задачами управления возможна нечетко-оптимальная постановка и решение задач проектирования как задач обоснованного выбора конструктивных решений для управляемой и управляющей частей технологического процесса.

Существенной особенностью, также подлежащей учету, является гибридный непрерывно-дискретный характер подавляющего большинства современных систем управления. Непрерывная часть гибридных систем управления – нелинейные, многомерные и многосвязные объекты управления, дискретная – цифровые регуляторы.

В работе рассматривается численный метод синтеза программ работы цифровых регуляторов гибридных непрерывно-дискретных систем управления. Метод базируется на способе организации на цифровых регуляторах алгоритмов управления в виде систем правил и на процедуре нечеткой оптимизации для определения правил работы регуляторов. Разработанные цифровые регуляторы должны обеспечивать выполнение требований самого общего характера к управляемым процессам, в том числе формулируемых нечетко.

Решение подобных задач традиционными методами связано с серьезными затруднениями, поскольку необходимость одновременного учета различных факторов определяющего характера не позволяет сформулировать в замкнутой аналитической форме алгоритмы функционирования гибридных непрерывно-дискретных систем управления с требуемыми показателями эффективности.

Выводы по разделу 1

Приведена характеристика задач принятия управленческих решений.

Дан обзор методов решения задач принятия управленческих решений при наличии множества критериев.

Произведен системный анализ задач управления нелинейными, многомерными и многосвязными техническими объектами.

Приведена структура рассмотренных в работе гибридных систем: системы программного управления и системы позиционного управления.

Сформулированы в общем виде требования к типовым технологическим процессам.

Дана классификация задач управления типовыми техническими объектами.

Обосновано использование нечетко-оптимального подхода к решению задачи синтеза законов управления типовыми многомерными нелинейными объектами управления с учетом неопределенностей как задачи многокритериальной оптимизации.

2. ЗАДАЧА НЕЧЕТКО-ОПТИМАЛЬНОГО СИНТЕЗА КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ, МНОГОМЕРНЫМИ И МНОГОСВЯЗНЫМИ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

2.1. Обоснование нечетко-оптимального метода синтеза компьютерных систем векторного управления многооперационными непрерывно-дискретными объектами

Во введении и разделе 1 перечислены методы решения многокритериальных задач управления. Там же обозначены проблемы, возникающие при решении задач управления многомерными многооперационными технологическими процессами. Это многоуровневость системы частных критериев, нестатистический характер, неопределенность и неравноценность критериев, необходимость одновременного учета как количественно, так и качественно заданных показателей качества. Рассмотрены подходы к формализации неопределенностей в многокритериальных задачах. Отмечено, что в большинстве случаев решения, принимаемые в реальном мире, относятся к среде, в которой цели и ограничения из-за их сложности не известны точно. Проблема не может быть точно определена или точно представлена в четкой форме. Чтобы иметь дело с качественной, неточной информацией или даже с плохо структурированными проблемами принятия решений, Беллман и Заде [26, 27] предложили использовать теорию нечетких множеств как инструмента моделирования сложных проблем, которые трудно описать точно. Нечеткая логика – один из наиболее эффективных методов постановки и решения задач многокритериальной оптимизации при наличии неопределенностей [30].

Базовым понятием нечеткой логики является понятие нечеткого множества. Под нечетким множеством $\widetilde{A}$ понимается совокупность упорядоченных пар, составленных из элементов x универсального множества X и соответствующих степеней принадлежности $\mu_{\widetilde{A}}(x)$: $\widetilde{A} = \{x, \mu_A(x)\}$, причем $\mu_{\widetilde{A}}(x)$ – функция принадлежности (обобщение понятия характеристической функции обычных четких множеств), указывающая, в какой степени (мере) элемент x принадлежит нечеткому множеству $\widetilde{A}$. Функция $\mu_{\widetilde{A}}(x)$ принимает значения в некотором линейно упорядоченном множестве M. Множество M называют множеством принадлежностей, часто в качестве M выбирается отрезок $[0,1]$. Если $\mathrm{M} = \{0,1\}$ (то есть состоит только из двух элементов), то нечеткое множество может рассматриваться как обычное четкое множество (рисунок 2.1).

Специфической чертой задач нечеткой оптимизации является:

а) существование множества альтернатив;

б) наличие множества ограничений, которые необходимо учитывать при выборе альтернативных решений;

в) существование в явной форме функции предпочтительности, ставящей каждой альтернативе в соответствие выигрыш (или проигрыш), который будет получен при выборе этой альтернативы;

г) симметрия между целями и ограничениями, определенное их сходство с точки зрения вклада в постановку и решение задач.

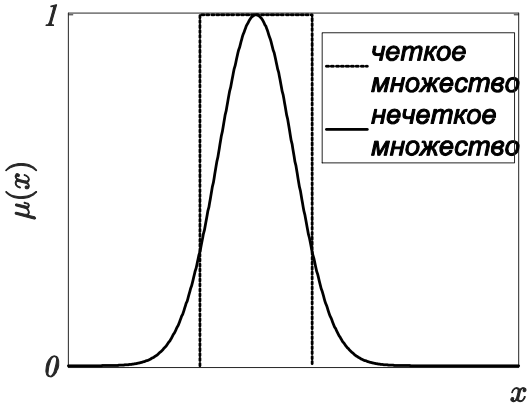

Рис. 2.1. Нечеткое множество и классическое, четкое множеств

В работах [31, 32] и многих других отмечено, что симметрия между целями и ограничениями характерна и для ряда традиционных классических методик. Так, использование множителей Лагранжа и штрафных функций выявляет существование определенного сходства между критериями и ограничениями.

В [28, с. 108] положение г) сформулировано следующим образом: «пусть G – нечеткая цель, а C – нечеткое ограничение в пространстве X. Тогда их пересечение, нечеткое множество $D = G \cap C$ является единственным, полным критерием оптимальности. D характеризуется функцией принадлежности $\mu_D(x) = \mu_G(x) \wedge \mu_C(x)$. При наличии n целей и m ограничений имеем $D = G_1 \cap ... \cap G_n \cap C_1 \cap ... \cap C_m$, $\mu_D(x) = \mu_{G1}(x) \wedge \ldots \wedge \mu_{C1}(x) \wedge \ldots \wedge \mu_{Cm}(x)$». Последнее выражение «…можно рассматривать как нечетко сформулированную инструкцию, реализация которой обеспечивает достижение расплывчатой цели. В этом случае остается неопределенность, связанная со способом реализации подобной нечеткой инструкции, т.е. с тем, какую альтернативу выбрать» [28, с. 109].

Общий подход к заданию операции пересечения предполагает использование понятия Т–нормы (триангулированной нормы). Известно [33], что наиболее употребительные варианты реализации Т–нормы это аддитивная свертка $\mu_D(x) = \max(0, \mu_G(x) + \mu_C(x) - 1)$,

мультипликативная свертка $\mu_D(x) = \mu_G(x) \cdot \mu_C(x)$ и операция взятия минимума $\mu_D(x) = \min(\mu_G(x); \mu_C(x))$.

Один из распространенных подходов к решению практических многокритериальных задач – использование аддитивной (линейной) свертки критериев. В [34] отмечается, что такой подход не всегда является обоснованным и существуют примеры, показывающие, что его применение в некоторых задачах может приводить к далеко не лучшим результатам. Далее будет рассмотрен ряд примеров, также подтверждающих преимущество Т–нормы в виде операция взятия минимума по сравнению с аддитивной и мультипликативной свертками.

2.2. Частные критерии на основе показателей качества, представленных числами

Первым этапом математической формализации задачи нечеткой оптимизации сложных систем на основе частных критериев является представление различных неопределенных характеристик в единой универсальной форме. Поиск по базе РИНЦ (Российский индекс научного цитирования) с запросом «проблемы выбора функций принадлежности нечетких множеств» дал более 11000 источников информации в русскоязычном секторе. Это объяснимо тем, что нечетко-множественный подход используется в различных областях знаний: в медицине [35], экономике [36], менеджменте [37].

В зависимости от информированности и опыта лиц, принимающих решения, представления, которыми они пользуются при построении систем управления, могут обладать различной степенью расплывчатости. Традиционные способы формирования структуры и определения параметров систем управления опирались на использование имеющейся достоверной информации. В реальных ситуациях такая информация часто отсутствует. На основе опыта и интуиции эксперты часто могут достаточно уверенно количественно охарактеризовать границы (интервалы) допустимых значений параметров, характеризующих поведение систем управления, и области их наиболее предпочтительных значений. Если использовать терминологию нечеткой логики, суждения экспертов фактически определяют вид функций принадлежности.

Если функции принадлежности частных критериев формируются на основе непосредственного опроса экспертов, которые представляют частные критерии на лингвистическом (вербальном) уровне описания, то формирование нечетких интервалов, в пределах которых описываются частные критерии, целесообразно проводить с использованием понятия «степень выраженности положительного эффекта, определяемого величиной параметра». На этой основе строится функция желательности, характеризующая степень выраженности вербально задаваемого параметра с использованием лингвистических градаций

степени выраженности и соответствующих им числовых оценок из интервала [0,1] (рисунок 2.2). Как известно, специалисты чаще всего оперируют понятием нормы показателя, что выражается в разбивке диапазона изменений признака на несколько интервалов: «много ниже нормы», «ниже нормы», «норма», «выше нормы», «много выше нормы».

Переход от действительных чисел, имеющих полную принадлежность (равную 1) и не имеющих принадлежности (равную 0), зависит от типа используемой функции принадлежности. На практике при формальном описании реальных неопределенностей наиболее часто используются математическое описание неопределенных величин с помощью стандартных функций принадлежности. Этот подход в данной работе принят в качестве способа представления целей и ограничений. При наличии некоторого количества целей и ограничений, заданных четко, их также можно с любой точностью представить стандартными функциями принадлежности. Рассмотрим далее процесс математической формализации частных критериев качества на основе стандартных функций принадлежности.

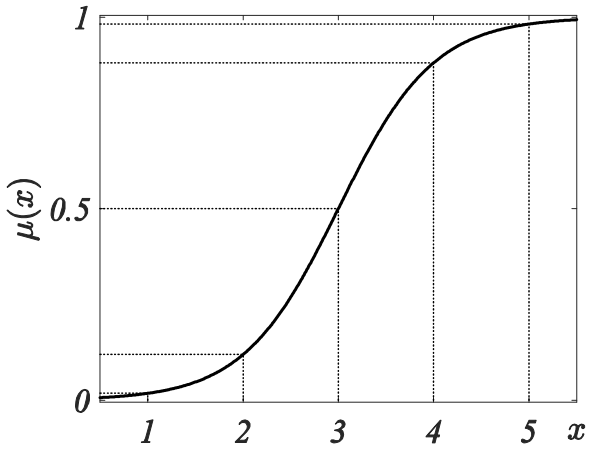

Рис. 2.2. Нечеткая функция принадлежности, соответствующая частному критерию, заданному на качественном (лингвистическом) уровне: 1 – степень принадлежности очень слабая, 2 – степень принадлежности слабая, 3 – степень принадлежности средняя, 4 – степень принадлежности сильная, 5 – степень принадлежности очень сильная

2.3. Классификация функций принадлежности

Согласно [38] выделяют следующие классы функций принадлежности: s – класс, π – класс, L – класс, γ – класс, t – класс, T – класс, отличающиеся видом зависимости $y = \mu(x)$. Создатели программного продукта Maple предложили свою классификацию, включающую четыре варианта: Γ, L, Λ, Π, название которых подчеркивает форму полученной функции принадлежности. Так, Γ создает нечеткие множества, функции которых монотонно возрастают

от 0 до 1, а L создает нечеткие множества, функция принадлежности которых монотонно уменьшается с 1 до 0.

Вербальное описание этих подмножеств множества действительных чисел следующее.

1. Действительные числа примерно меньше заданного значения (функции принадлежности типа Г).

2. Действительные числа приблизительно больше заданного значения (функции принадлежности типа L).

3. Действительные числа, примерно равные заданному значению b (функции принадлежности типа Λ). Этот вариант функции принадлежности треугольной формы, задается выражением

$$y = \mu(x) = \begin{cases} 0, & x \le a, \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a \le x \le b, \\ \dfrac{c-x}{c-b}, & b \le x \le c, \\ 0, & c \le x, \end{cases} \tag{2.1}$$

а график функции принадлежности представлен на рисунке 2.3.

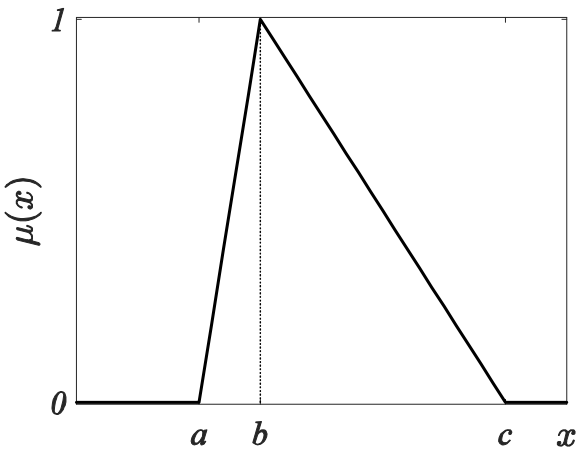

Рис. 2.3. Функции принадлежности типа Λ

4. Действительные числа, близкие к интервалу $[b,c]$ (функции принадлежности типа П). Этот вариант функции принадлежности в виде трапеции, задается выражением

$$y = \mu(x) = \begin{cases} 0, & x \le a, \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a \le x \le b, \\ 1, & b \le x \le c, \\ \dfrac{d-x}{d-c} & c \le x \le d, \\ 0, & d \le x, \end{cases} \tag{2.2}$$

а график функции принадлежности представлен на рисунке 2.4.

Пакет MATLAB Fuzzy Logic Toolbox [39] включает 11 встроенных типов функций принадлежности. Эти 11 функций скомбинированы из нескольких основных функций: кусочно-линейных, функций распределения Гаусса, сигмовидных кривых, квадратичных и кубических полиномиальных кривых. Простейшие функции принадлежности – кусочно-линейные. Функция принадлежности trimf задается выражением (2.1). Трапецеидальная функция принадлежности trapmf представляет собой усеченную треугольную кривую (2.2).

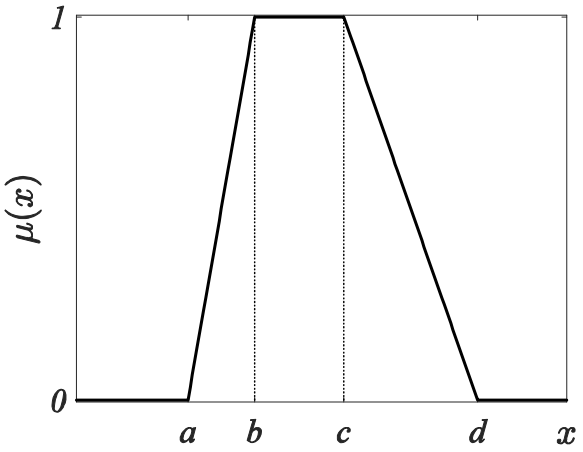

Рис. 2.4. Функции принадлежности типа П

На основе кривой нормального закона распределения Гаусса построены две функции принадлежности. На рисунке 2.5 представлена кривая Гаусса gaussmf

$$y = \mu(x) = e^{-(x-c)^2/2\sigma^2}. \tag{2.3}$$

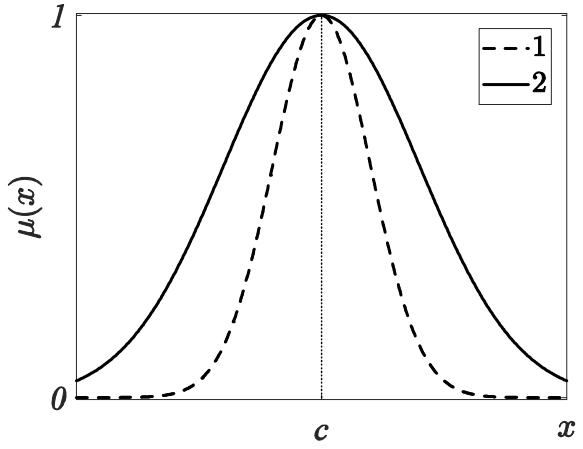

Рис. 2.5. Функция принадлежности в виде кривой нормального закона распределения (функция gaussmf): $1 - \sigma = 1$, $2 - \sigma = 2$

На рисунке 2.6 представлена двусторонняя композиция двух различных кривых Гаусса, функция gauss2mf .

$$y = \mu(x) = \mu_1(x) \cdot \mu_2(x),$$

$$\mu_1(x) = \begin{cases} e^{-(x-c_1)^2/2\sigma_1^2}, & x \le c_1, \\ 1 & x > c_1, \end{cases} \quad \mu_2(x) = \begin{cases} 1 & x \le c_2, \\ e^{-(x-c_2)^2/2\sigma_2^2}, & x > c_2. \end{cases} \tag{2.4}$$

Обобщенная колокообразная функция принадлежности gbellmf определяется тремя параметрами (2.5), что на один параметр больше, чем функция принадлежности Гаусса, поэтому она может приближать требуемое нечеткое множество настройкой свободного параметра. Колокообразная функция принадлежности gbellmf представлена на рисунке 2.7.

$$y = \mu(x) = 1/(1+|(x-c)/a|^{2b}) \ . \tag{2.5}$$

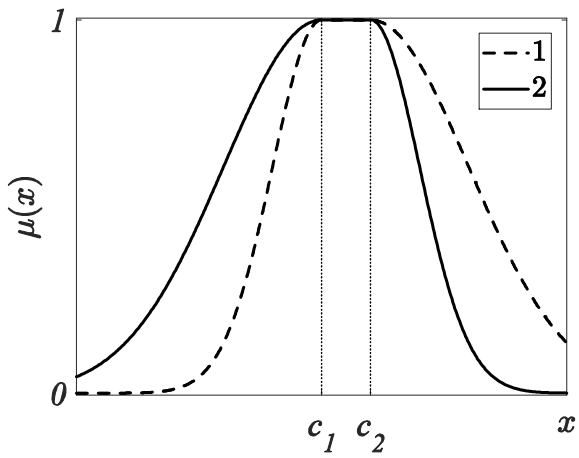

Рисунок 2.6. Функция принадлежности как двусторонняя композиция двух различных кривых Гаусса (функция gauss2mf): 1 – $\sigma_1 = 1; \sigma_2 = 2$, 2 – $\sigma_1 = 2; \sigma_2 = 1$

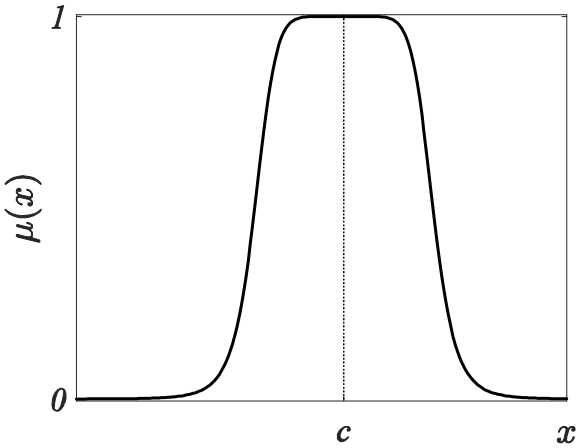

Рисунок 2.7. Колоколообразная функция принадлежности gbellmf

Из-за их гладкости гауссовские и колоколообразные функции принадлежности являются популярными методами задания нечетких множеств. Эти кривые отличны от нуля во всех точках, что является положительным моментом их использования при численном решении задач нечеткой оптимизации. Однако они не могут определять асимметричные функции принадлежности, которые важны в определенных приложениях. Этого недостатка лишена сигмоидальная функция принадлежности sigmf

$$y = \mu(x) = 1/(1 + e^{-a(x-c)}) \ . \qquad (2.6)$$

В зависимости от знака параметра a сигмоидальная функция принадлежности монотонно возрастает или монотонно убывает и, таким образом, подходит для представления таких понятий, как «очень большой» или «сильно отрицательный» (рис. 2.8).

Асимметричные функции принадлежности могут быть получены с использованием двух сигмоидальных функций, поэтому в дополнение к сигмоидальной функции принадлежности можно использовать разность двух сигмоидальных функций dsigmf (рис. 2.9):

$$\begin{gathered} y = \mu(x) = \mu_1(x) - \mu_2(x), \\ \mu_1(x) = 1/(1 + e^{-a_1(x-c_1)}), \ \mu_2(x) = 1/(1 + e^{-a_2(x-c_2)}) \end{gathered} \qquad (2.7)$$

и произведение двух сигмоидальных функций psigmf:

$$\begin{gathered} y = \mu(x) = \mu_1(x) \cdot \mu_2(x) \\ \mu_1(x) = 1/(1 + e^{-a_1(x-c_1)}), \ \mu_2(x) = 1/(1 + e^{-a_2(x-c_2)}) \end{gathered} \qquad (2.8)$$

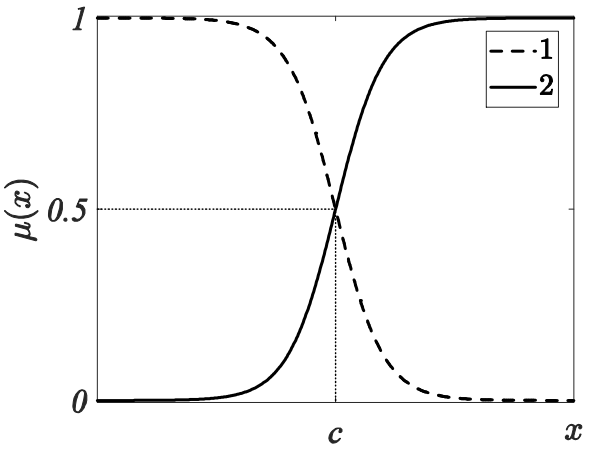

Рисунок 2.8. Сигмоидальная функция принадлежности (функция sigmf):

$1 - a = -2$, $2 - a = 2$

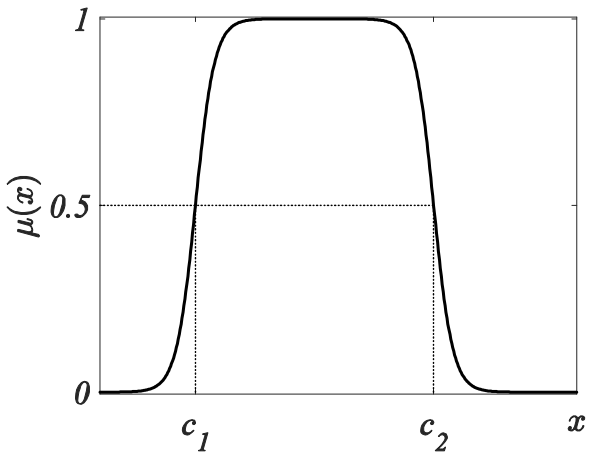

Рисунок 2.9. Функция принадлежности в виде разности двух сигмоидальных функций (функция dsigmf). $a_1 = a_2 = 5$

Кривые на основе полиномов образуют еще одну группу функций принадлежности в наборе инструментов MATLAB Fuzzy Logic Toolbox. Это кривые вида Z, S и Pi, названные в соответствии с их формой. Функция zmf (рис. 2.10) – это асимметричная монотонно убывающая полиномиальная кривая

$$y = \mu(x) = \begin{cases} 1, & x \le a, \\ 1 - 2\left(\dfrac{x-a}{b-a}\right)^2, & a \le x \le \dfrac{a+b}{2}, \\ 2\left(\dfrac{x-b}{b-a}\right)^2, & \dfrac{a+b}{2} \le x \le b, \\ 0, & x \ge b, \end{cases} \tag{2.9}$$

smf (рис. 2.11) – это зеркальное отображение функции zmf, монотонно возрастающая полиномиальная кривая

$$y = \mu(x) = \begin{cases} 0, & x \le a, \\ 2\left(\dfrac{x-a}{b-a}\right)^2, & a \le x \le \dfrac{a+b}{2}, \\ 1 - 2\left(\dfrac{x-b}{b-a}\right)^2, & \dfrac{a+b}{2} \le x \le b, \\ 1, & x \ge b. \end{cases} \tag{2.10}$$

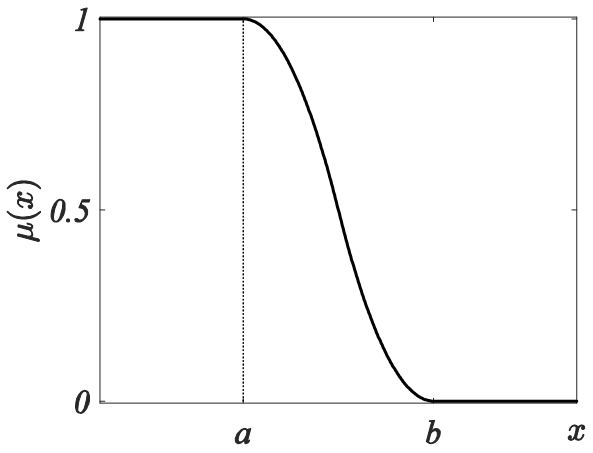

Рисунок 2.10. Монотонно убывающая полиномиальная функция принадлежности (функция zmf)

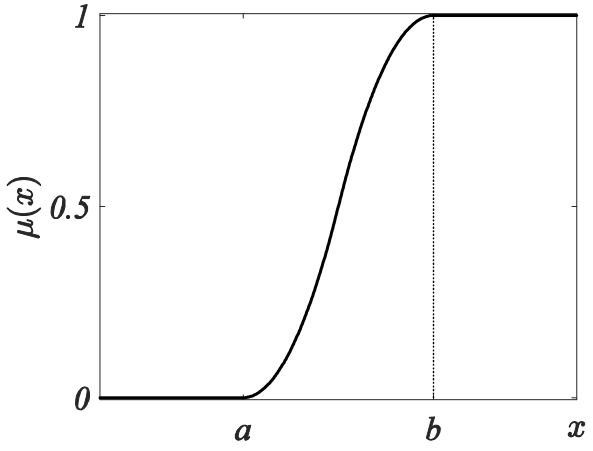

Рисунок 2.11. Монотонно возрастающая полиномиальная функция принадлежности (функция smf)

Полиномиальная функция принадлежности pimf (рис. 2.12) равна нулю в крайних точках с подъемом до единицы в середине диапазона

$$y = \mu(x) = \begin{cases} 0 & x \le a, \\ 2\left(\dfrac{x-a}{b-a}\right)^2, & a \le x \le \dfrac{a+b}{2}, \\ 1-2\left(\dfrac{x-b}{b-a}\right)^2, & \dfrac{a+b}{2} \le x \le b, \\ 1 & b \le x \le c \\ 1-2\left(\dfrac{x-c}{d-c}\right)^2, & c \le x \le \dfrac{c+d}{2}, \\ 2\left(\dfrac{x-d}{d-c}\right)^2, & \dfrac{c+d}{2} \le x \le d, \\ 0 & x \ge d. \end{cases}, \tag{2.11}$$

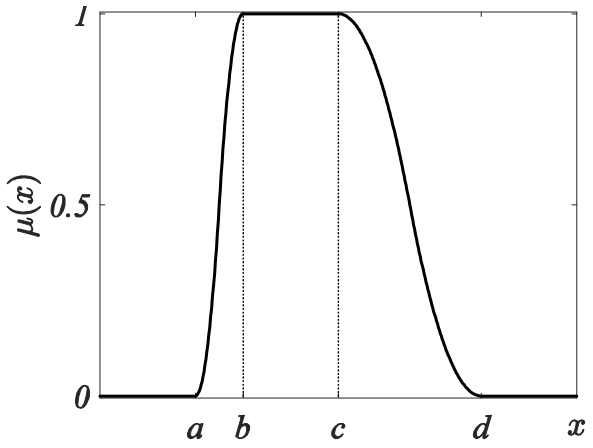

Рисунок 2.12. Полиномиальная функция принадлежности pimf

2.4. Сравнительный анализ функций принадлежности

Рассмотренные в подразделе 2.3 функции принадлежности обладают различной степенью корректности описания задач нечеткой оптимизации и применимости их при численном решении. Так, встроенные в пакет MATLAB Fuzzy Logic Toolbox кусочно-линейные функции принадлежности и функции на основе квадратичных и кубических полиномиальных кривых в гораздо меньшей степени отвечают специфике задач нечеткой оптимизации, чем функции распределения Гаусса и сигмовидные функции. Причина – в равенстве нулю или единице значений кусочно-линейных и полиномиальных кривых на большей части области их определения. При использовании, например, полиномиальной функции pimf (2.11) решение x будет иметь нулевую принадлежность, т. е. считаться абсолютно неверным во всем диапазоне $x \in [d+\varepsilon, \infty)$. Это приведет к останову решателя при выборе начальной точки $x0$ вне диапазона $[a, d]$. Наоборот, функция распределения Гаусса (2.3) и сигмоидальная функция (2.6) отличны от нуля во всей области их определения $x \in (-\infty, \infty)$, что существенно расширяет диапазон значений начального приближения $x0$, обеспечивающих сходимость любого численного метода. Кроме того, функция распределения Гаусса $y = \mu(x) = e^{-(x-c)^2/2\sigma^2}$ является унимодальной, что позволяет формировать степень принадлежности переменной x нечеткому множеству, описываемому понятием «примерно равно заданному значению c», а изменением параметра σ изменять границы степени принадлежности от «очень слабая» до «очень сильная». В задачах управления такие функции принадлежности будут использованы там, где необходимо обеспечить попадание процесса в заданную область пространства состояний. Сигмоидальная функция $y = \mu(x) = 1/(1+e^{-a(x-c)})$ в зависимости от знака параметра a монотонно возрастает или монотонно убывает и, таким образом, подходит для представления

понятий «не менее чем» или «как можно меньше». В задачах управления сигмоидальные функции принадлежности полезны в задачах минимизации или для формирования ограничений.

К параметрам, характеризующим качество процесса управления, относят переменные состояния и выходные переменные управляемого процесса, интегральные характеристики, энергетические ограничения со стороны исполнительных устройств, время управления и т.д. Достаточно важным является вопрос о назначении функций принадлежности, желательности тех или иных величин параметров, характеризующих качество процесса управления, и об использовании при этом знаний экспертов.

Наиболее распространенными видами требований к качеству технологических процессов и систем управления ими являются требования следующего вида: $x \approx x_{ЗАД}$; $x \geq x_{ЗАД}$; $x \leq x_{ЗАД}$; $x \to \max$; $x \to \min$.

Ранее обосновано использование для описания требований к качеству технологических процессов функций принадлежности в виде кривой нормального закона распределения Гаусса $\mu(x) = e^{-(x-c)^2/2\sigma^2}$ и сигмоидальной кривой $\mu(x) = 1/(1+e^{-a(x-c)})$.

Для описания требований вида «переменная должна быть примерно равна заданному значению, $x \approx x_{ЗАД}$» целесообразно использовать функции вида кривой Гаусса $\mu(x) = e^{-(x-c)^2/2\sigma^2}$ при $c = x_{ЗАД}$. Рассмотрим, как влияет на качество полученного решения, а именно на ошибку достижения цели, величина параметра σ выбранной кривой. На рисунке 2.13 представлена кривая Гаусса для нескольких значений параметра σ.

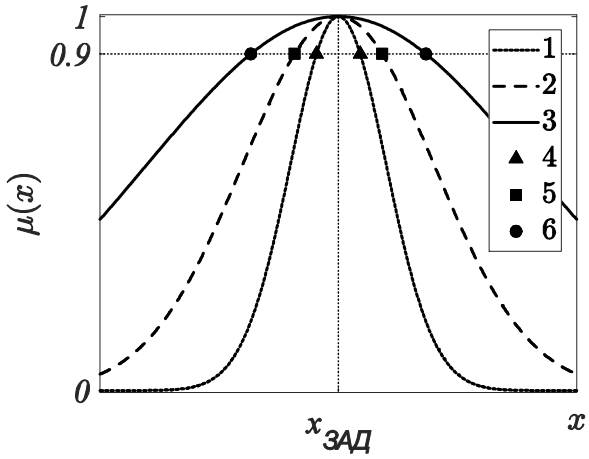

Рис. 2.13. Кривая функции принадлежности в виде нормального закона распределения Гаусса $\mu(x) = e^{-(x-c)^2/2\sigma^2}$: 1 – $\sigma = 1$, 2 – $\sigma = 2$, 3 – $\sigma = 4$, 4 – $e^{-(x-c)^2/2} = 0.9$, 5 – $e^{-(x-c)^2/8} = 0.9$, 6 – $e^{-(x-c)^2/32} = 0.9$

Нетрудно показать, что решением уравнения $e^{-(x-x_{ЗАД})^2/2\sigma^2} = \mu^*$, где μ^* – значение функции принадлежности соответствующего показателя качества полученного решения, будет $x = x_{ЗАД} \pm \sigma\sqrt{-2\ln(\mu^*)}$. При $\sigma = 1$ и $\mu^* = 0.9$ ошибка $E = x - x_{ЗАД} = \pm\sigma\sqrt{-2\ln(\mu^*)}$ будет равна $E = \pm 0.4590$, для $\mu^* = 0.99$ ошибка будет равна $E = \pm 0.1418$, для $\mu^* = 0.999$ ошибка будет равна $E = \pm 0.0447$. При увеличении σ ошибка увеличивается пропорционально.

Из полученных результатов следует, что отклонение некоторой характеристики x управляемого процесса от заданного значения $x_{ЗАД}$ при использовании функций принадлежности в виде кривой нормального закона распределения Гаусса $\mu(x) = e^{-(x-c)^2/2\sigma^2}$ исчисляется не в относительных, а в абсолютных единицах. Это необходимо учитывать при определении конкретного вида кривой, т.к. при одном и том же μ^* различные значения $x_{ЗАД}$ дадут разную величину относительной ошибки, тем большую, чем меньше $x_{ЗАД}$. Необходимо учитывать также тот факт, что отклонение может иметь различный знак. Поскольку при $\mu(x) \approx 1$ отклонение $E = x - x_{ЗАД}$ мало по абсолютной величине, использование знаний экспертов при определении параметров функций принадлежности в виде кривой нормального закона распределения Гаусса не играет принципиальной роли и может производиться на начальном этапе процедуры решения задачи с последующим контролем относительной ошибки решения.

Для описания требований вида «переменная x должна быть как можно больше, $x \to \max$» или «переменная x должна быть больше заданного значения, $x \geq x_{ЗАД}$» целесообразно использовать функции вида сигмоидальной кривой $\mu(x) = 1/(1 + e^{-a(x-c)})$ при $a > 0$. Для описания требований вида «переменная должна быть не больше заданного значения, $x \leq x_{ЗАД}$» или «переменная должна быть как можно меньше, $x \to \min$» целесообразно использовать ту же сигмоидальную функцию, но при $a < 0$. Здесь эксперт или ЛПР (постановщик задачи, технолог) может обозначить степень желательности этого требования и допустимое по условиям технологии значение $x_{ЗАД}$.

На рисунке 2.14 представлена сигмоидальная кривая для нескольких значений параметра a. Оценим степень влияния на качество полученного решения, а именно на ошибку достижения цели, параметров a и c сигмоидальной кривой. Решением уравнения $1/(1 + e^{-a(x-c)}) = \mu^*$ будет $x = c - \ln(1/\mu^* - 1)/a$. При $x = c$ $\mu(x) = 1/2$.

При $\mu^* = 0.9$ и $a = 1$ отклонение полученного решения x от c в «нужном» направлении, т.е. в сторону увеличения значения x, $E = x - c = -\ln(1/\mu^* - 1)/a$ будет равно $E = 2.1972$, для

$\mu^* = 0.99$ отклонение будет равно $E = 4.5951$, для $\mu^* = 0.999$ отклонение будет равно $E = 6.9068$. При увеличении a отклонение пропорционально уменьшается.

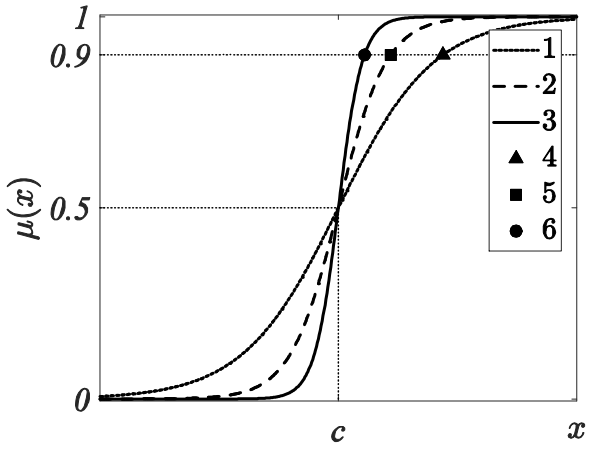

Рис. 2.14. Функция принадлежности в виде сигмоидальной кривой $\mu(x) = 1/(1+e^{-a(x-c)})$: $1 - a = 1$, $2 - a = 2$, $3 - a = 4$, $4 - 1/(1+e^{-(x-c)}) = 0.9$, $5 - 1/(1+e^{-2(x-c)}) = 0.9$, $6 - 1/(1+e^{-4(x-c)}) = 0.9$

Вновь можно констатировать, что отклонение полученного решения x от заданного значения c исчисляется не в относительных, а в абсолютных единицах. Кроме того, при определении конкретного вида кривой необходимо учитывать, что при одном и том же μ^* различные значения параметров a и c приведут к разной величине смещения полученного решения в «нужном» направлении, т.е. в сторону увеличения значения. Поскольку в данном случае использование знаний экспертов при определении параметров функций принадлежности более важно, задание функции принадлежности необходимо производить до начала процедуры решения нечетко-оптимальной задачи. Важен также последующий контроль абсолютной и относительной ошибки решения.

2.5. Агрегирование частных критериев и формирование обобщенного критерия

Следующим этапом математической формализации задачи нечеткой оптимизации является проблема формирования обобщенного (глобального) критерия на основе набора частных критериев. Традиционно эти вопросы рассматриваются без учета различий между критериями и ограничениями, которые одинаковым образом участвуют в формировании глобального показателя качества в случае, если они заданы функциями принадлежности (желательности). Требуется, чтобы в точке оптимума критерии удовлетворялись в максимально возможной степени. Кроме того, значение обобщенного критерия не должно возрастать при улучшении ряда показателей качества за счет ухудшения остальных, что эквивалентно условию принадлежности точки оптимума множеству Парето [40]. В [41] в качестве требования к

оптимальности решения дополнительно предложено условие обязательного удовлетворения всем частным критериям и ограничениям, т.е. в точке оптимума все функции желательности должны быть отличными от нуля. Это требование выполняется, если в качестве функций принадлежности используются монотонные сигмоидальные функции и унимодальные функции Гаусса, что, наряду с приведенными в разделе 2.4 соображениями, служит еще одним доводом в пользу использования именно их.

Сравнительный анализ наиболее часто употребляемых способов построения обобщенного показателя качества при описании частных критериев функциями принадлежности проведем на конкретном примере, начиная с простейшего случая двух равнозначных частных критериев. Пусть первый критерий образует монотонно убывающая сигмоидальная функция принадлежности $\mu_1(x) = 1/(1+e^{2(x-1)})$. Этот критерий может быть истолкован как требование, чтобы переменная x была как можно меньше, степень желательности отрицательных значений очень сильная, степень желательности значения около +1 средняя, степень желательности значения более +2 очень слабая. Пусть второй критерий образует функция принадлежности Гаусса $\mu_2(x) = e^{-(x-5)^2/32}$. Этот критерий может быть истолкован как требование, чтобы переменная x была как можно ближе к +5, степень желательности как отрицательных значений, так и значения более +10 слабая.

Для этого случая двух равнозначных частных критериев рассмотрим три способа формирования глобального показателя качества: свертка частных критериев в виде произведения $\mu_1(x)\cdot\mu_2(x)$, свертка частных критериев в виде взвешенной суммы $(\mu_1(x)+\mu_2(x))/2$ и свертка частных критериев как функция $\min(\mu_1(x),\mu_2(x))$ (рисунок 2.15).

Из приведенных графиков видно, что свертка частных критериев в виде взвешенной суммы $(\mu_1(x)+\mu_2(x))/2$ имеет два локальных максимума в точках x=–0.2500, где $\mu_1(x)$=0.9241, $\mu_2(x)$=0.4226 и x=5.0250, где $\mu_1(x)$=0.0003, $\mu_2(x)$=1.0000. Свертка частных критериев в виде произведения $\mu_1(x)\cdot\mu_2(x)$ принимает максимальное значение в точке x=0.1500, где $\mu_1(x)$=0.8455, $\mu_2(x)$=0.4795. Наконец свертка частных критериев как функция $\min(\mu_1(x)\cdot\mu_2(x))$ принимает максимальное значение в точке x=0.8250, где $\mu_1(x)=\mu_2(x)$=0.5866. Очевидно, что такой вариант свертки частных критериев обеспечивает максимум степени удовлетворения одновременно двум частным критериям и должен быть принят за обобщенный (глобальный) критерий.

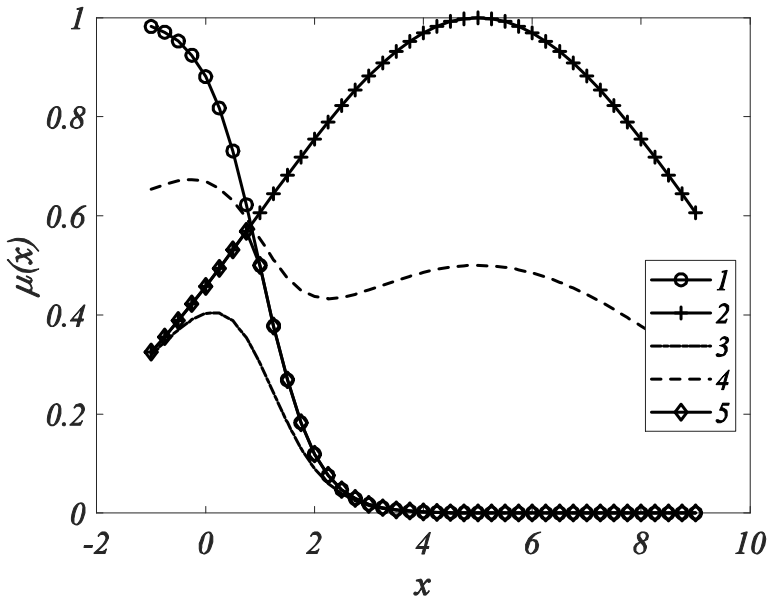

Рис. 2.15. Анализ способов формирования глобального показателя качества на основе двух частных критериев: 1 – монотонно убывающая сигмоидальная функция принадлежности $\mu_1(x) = 1/(1+e^{2(x-1)})$, 2 – функция принадлежности Гаусса $\mu_2(x) = e^{-(x-5)^2/32}$, 3 – свертка частных критериев $\mu_1(x)\cdot\mu_2(x)$, 4 – свертка частных критериев $(\mu_1(x)+\mu_2(x))/2$, 5 – свертка частных критериев $\min(\mu_1(x),\mu_2(x))$

Далее рассмотрим случай трех равнозначимых частных критериев. Первый критерий образует монотонно убывающая сигмоидальная функция принадлежности $\mu_1(x) = 1/(1+e^{2(x-3)})$, второй – функция принадлежности Гаусса $\mu_2(x) = e^{-(x-5)^2/32}$. Третий критерий образует монотонно возрастающая сигмоидальная функция принадлежности $\mu_3(x) = 1/(1+e^{-(x-5})$. Критерий $\mu_3(x)$ может быть истолкован как требование к переменной быть как можно больше, степень желательности значения более +10 очень сильная, степень желательности значения около +5 средняя, степень желательности значений менее +3 очень слабая. Для этого случая также рассмотрены три способа формирования глобального показателя качества: свертка частных критериев в виде произведения, в виде взвешенной суммы и свертка частных критериев как функция $\min(\mu_1(x),\mu_2(x),\mu_3(x))$ (рисунок 2.16). Из приведенных графиков явствует, что свертка частных критериев в виде взвешенной суммы имеет два локальных максимума в точках x=2.0, где $\mu_1(x)$=0.8808, $\mu_2(x)$=0.7548, $\mu_3(x)$=0.0474 и x=7.0, где $\mu_1(x)$=0.0003, $\mu_2(x)$=0.8825, $\mu_3(x)$=0.8808. Свертка частных критериев в виде произведения принимает максимальное значение в точке x=3.0000, где $\mu_1(x)$=0.5000, $\mu_2(x)$=0.8825,

$\mu_3(x)$=0.1192. Наконец свертка частных критериев как функция $\min(\mu_1(x), \mu_2(x), \mu_3(x))$ принимает максимальное значение в точке x=3.6667, где $\mu_1(x) = \mu_3(x)$=0.2086, $\mu_2(x)$=0.9460. Вновь можно сделать вывод, что такой вариант свертки частных критериев обеспечивает максимум степени удовлетворения решения одновременно всем частным критериям и должен быть принят за обобщенный (глобальный) критерий.

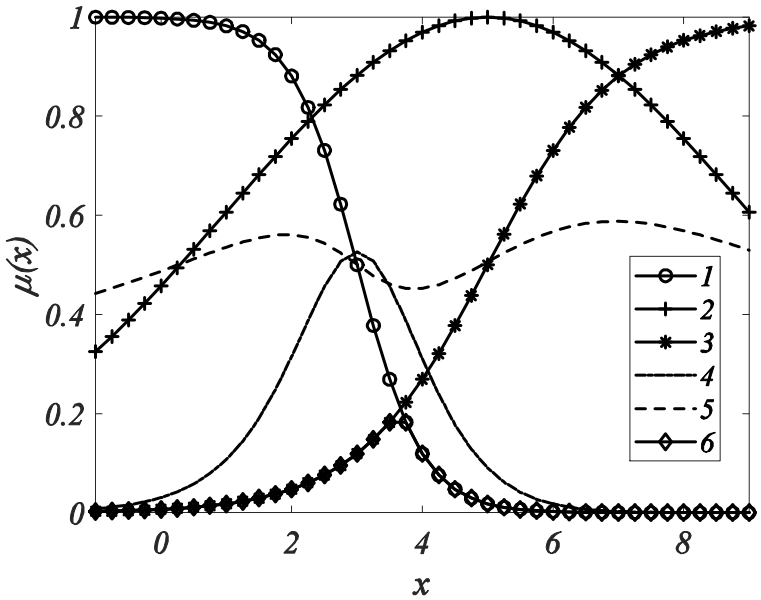

Рис. 2.16. Анализ способов формирования глобального показателя качества на основе трех частных критериев: 1 – монотонно убывающая сигмоидальная функция принадлежности $\mu_1(x) = 1/(1+e^{2(x-3)})$, 2 – функция принадлежности Гаусса $\mu_2(x) = e^{-(x-5)^2/32}$, 3 – монотонно возрастающая сигмоидальная функция принадлежности $\mu_3(x) = 1/(1+e^{-(x-5)})$, 4 – свертка частных критериев $\mu_1(x) \cdot \mu_2(x) \cdot \mu_3(x) \cdot 10$, 5 – свертка частных критериев $(\mu_1(x) + \mu_2(x) + \mu_3(x))/3$, 6 – свертка частных критериев $\min(\mu_1(x), \mu_2(x), \mu_3(x))$

Аналогичная картина наблюдается в случае, когда частные критерии зависят от нескольких переменных. Так, на рисунках 2.17 – 2.19 показано, как способ формирования глобального показателя качества на основе двух частных критериев в виде функций предпочтительности двух переменных влияет на степень удовлетворения решения одновременно всем частным критериям. Вновь очевиден вывод, что свертка частных критериев вида $\min(\mu_1(x_1, x_2), \mu_2(x_1, x_2))$ обеспечивает максимум степени удовлетворения решения одновременно всем частным критериям и этот вариант должен быть принят за обобщенный (глобальный) критерий.

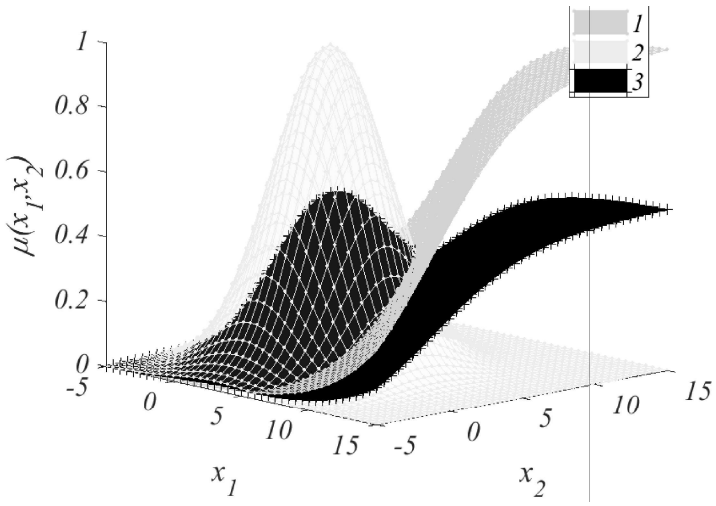

Рис. 2.17. Формирование глобального показателя качества на основе частных критериев двух переменных: 1 – функция принадлежности $\mu_1(x_1,x_2)=1/(1+e^{-0.3(x_1+x_2-14)})$, 2 – функция принадлежности $\mu_2(x_1,x_2)=e^{-((x_1-3)^2+(x_2-3)^2)/18}$, 3 – свертка частных критериев $(\mu_1(x_1,x_2)+\mu_2(x_1,x_2))/2$

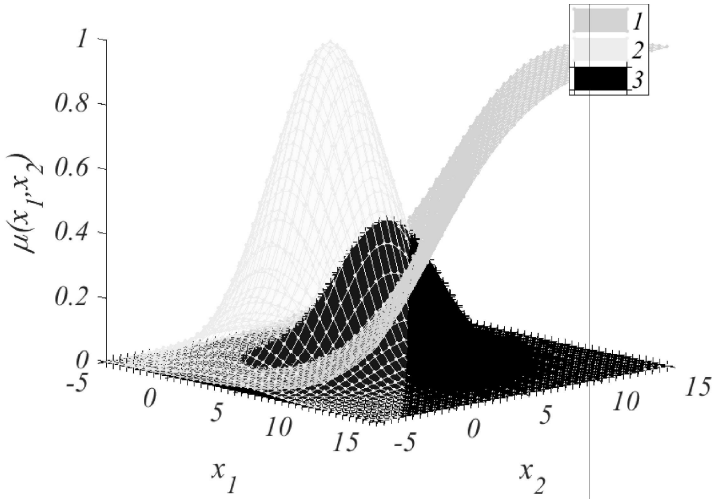

Рис. 2.18. Формирование глобального показателя качества на основе частных критериев двух переменных: 1 – функция принадлежности $\mu_1(x_1,x_2)=1/(1+e^{-0.3(x_1+x_2-14)})$, 2 – функция принадлежности $\mu_2(x_1,x_2)=e^{-((x_1-3)^2+(x_2-3)^2)/18}$, 3 – свертка частных критериев $(\mu_1(x_1,x_2)\cdot\mu_2(x_1,x_2))\cdot 3$

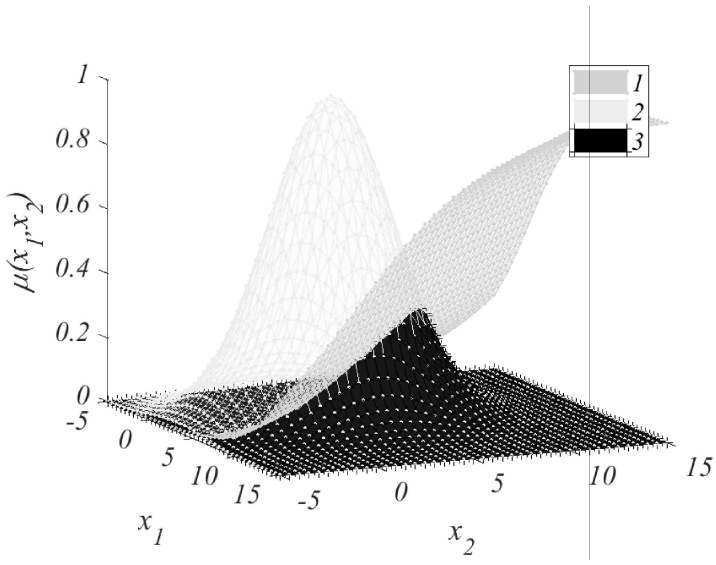

Рис. 2.19: Формирование глобального показателя качества на основе частных критериев двух переменных. 1 – функция принадлежности $\mu_1(x_1,x_2)=1/(1+e^{-0.3(x_1+x_2-14)})$, 2 – функция принадлежности $\mu_2(x_1,x_2)=e^{-((x_1-3)^2+(x_2-3)^2)/18}$, 3 – свертка частных критериев $\min(\mu_1(x_1,x_2),\mu_2(x_1,x_2))$

2.6. Постановка задачи нечеткой оптимизации

Два больших класса задач оптимизации – это задачи математического программирования и задачи оптимального управления. В задаче математического программирования определению подлежит оптимальное значение вектора, в задаче оптимального управления – оптимальная функция. Если временная характеристика работы регулятора дискретна, задачи оптимального управления могут быть сведены к задачам математического программирования. В гибридных непрерывно-дискретных системах управления имеет место именно такая ситуация. В силу цифрового характера регулятора управляющие воздействия U являются элементами множества П кусочно-постоянных функций с конечным на интервале регулирования числом переключений. Алгоритм работы цифрового регулятора системы программного управления $U(\tau),\tau=[t_0,t_N]$ состоит в выработке в тактовые моменты времени $t_0,t_1,\ldots,t_{N-1}$ управляющих сигналов $U(t_0),U(t_1),\ldots,U(t_{N-1})$. Сигнал $U(t_i)$ действует на объект управления вплоть до наступления следующего тактового момента t_{i+1}. Поиск всей совокупности управляющих сигналов происходит до начала процесса управления (до момента t_0), исходя из требований к поведению объекта управления с использованием модели объекта и окружающей среды. Алгоритм работы цифрового регулятора системы позиционного управления $U(\tau,Y(\tau)),\tau=[t_0,t_N]$ аналогичен, и отличается от алгоритм работы цифрового

регулятора системы программного управления лишь тем, что поиск управляющих сигналов происходит во время процесса управления (в моменты $t_i, i = 0,1,2,\ldots,N-1$), а применяемая информация в виде модели объекта и среды дополняется сигналами обратных связей.

Таким образом, процедуру синтеза системы правил работы программного регулятора при наличии единственного критерия качества $f(z)$ можно сформулировать как задачу математического программирования вида

$$\begin{aligned} &\max_{z \in Z} f(z), \\ &g_k(z) \geq 0, k = 1,2,...,m, \end{aligned} \tag{2.12}$$

где $z \in Z$ – искомое решение, алгоритм работы цифрового регулятора, $f(z)$ – критерий качества, $g_k(z)$ – уравнения связи или ограничения.

Теория решения однокритериальных задач оптимизации достаточно глубоко проработана [42]. Как правило, в реальных задачах выбора наиболее предпочтительного решения, возникающих на практике, присутствует несколько критериев оптимальности. Задачи выбора решения из множества допустимых с учетом нескольких критериев оптимальности, т.е. задачи многокритериальной оптимизации, широко распространены в технических приложениях.

Формально многокритериальная задача задается в виде

$$\begin{aligned} &\max_{z \in Z} F(z), \\ &g_k(z) \geq 0, k = 1,2,...,m, \end{aligned} \tag{2.13}$$

где $F(z) = [f_1(z), f_2(z), \ldots, f_n(z)]$, а $f_1(z), f_2(z), \ldots, f_n(z)$ – скалярные функции векторного аргумента z, каждая их которых является математическим определением одного критерия оптимальности.

Критерий оптимальности $F(z)$ представляет собой вектор, компонентами которого являются несводимые друг к другу скалярные критерии оптимальности. Задача (2.13) в общем случае не имеет строгого решения. Существование решения, минимизирующего одновременно все скалярные критерии оптимальности, является редким исключением. При наличии нескольких критериев в задачах многокритериальной оптимизации появляется неопределенность, которая не может быть исключена расчетным путем. Неизбежно присутствуют субъективные факторы, связанные, например, с ранжированием частных критериев. Принципиальным моментом при решении такого рода задач является предварительная договоренность об используемом принципе оптимальности, о том, что считать самым предпочтительным решением.

В случае неравной значимости критериев используют метод лексикографической оптимизации, метод последовательных уступок или подобные эвристические человеко-

машинные процедуры [43]. В тех случаях, когда все локальные критерии $f_1(z), f_2(z), \ldots, f_n(z)$ имеют одинаковую степень важности, решение задачи векторной оптимизации осуществляется с использованием принципа равномерности, метода идеальной точки, принципа справедливого компромисса, оптимальности по Парето [44].

В данной работе используется нечеткая логика. С использованием такого подхода проблема (2.13) может быть расширена так, что границы, которые отделяют приемлемые решения от неприемлемых, являются размытыми, а степени приемлемости отдельных решений представлена нечеткими числами. Для этого целевая функция должна пониматься в нечетком смысле [45]. При использовании обозначений из области нечеткой оптимизации, нечеткая версия проблемы (2.13) может быть записана так:

$$\begin{aligned} &\underset{z \in Z}{\widetilde{\max}}\, F(z), \\ &g_k(z) \geq 0, k = 1,2,...,m, \end{aligned} \tag{2.14}$$

где $z \in Z$ – искомое решение, алгоритм работы цифрового регулятора, $F(z)$ – векторная целевая функция, минимизируемый критерий качества, $g_k(z)$ – «четкие» уравнения связи и ограничения, волнистая черта «~» – символ нечеткой операции.

Пусть функции принадлежности $\mu_j(.) \in [0,1],\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n,$ каждого частного критерия соответствующему нечеткому множеству представляют степени выполнения целей и нечетких ограничений. Решение оптимизационной задачи (2.14) должно удовлетворять, насколько возможно, всем целям, т.е. максимизировать минимальное из значений $\mu_i(.), j = 1, 2, \ldots, n$. В качестве обобщенного критерия выбрана свертка частных критериев вида $\min(\mu_1(z), \mu_2(z), \ldots, \mu_n(z))$. Такое представление показателя качества, как показано в подразделе 2.5, обеспечивает максимум степени удовлетворения решения одновременно всем частным критериям при экспоненциальной форме их представления в случае, когда все локальные критерии имеют одинаковую степень важности. С учетом этого нечеткая проблема математического программирования (2.14) может быть преобразована [46] в задачу определения решения $z^* \in Z$, т.е. такого алгоритма работы цифрового регулятора как набора управляющих сигналов (в общем случае векторных) $U(t_i)$, $i = 0, 1, \ldots, N$, действующих на объект управления на временных интервалах $[t_i, t_{i+1})$, который обеспечивает

$$\begin{aligned} &\min_j(\mu_j(f_j(z^*))) = \max_{z \in Z}, j = 1,2,...,n, \\ &g_k(z^*) \geq 0, k = 1,2,...,m, \end{aligned} \tag{2.15}$$

где функции принадлежности $\mu_j(.),\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n,$ – это степени выполнения нечетких целей и ограничений, $g_k(\cdot), k = 1,\ 2,\ \ldots,\ m,$ – «четкие» уравнения связи и ограничения.

Далее задача (2.15) решается в работе известными численными методами и стандартными средствами системы MATLAB.

2.7. Анализ численных процедур определения нечетко-оптимального значения обобщенного показателя качества

Набор численных процедур пакета MATLAB для поиска оптимального значения показателя качества включает ряд функций для поиска как локального экстремума (пакет Optimization Toolbox [47]), так и глобального экстремума (пакет Global Optimization Toolbox [48]). В пакете Optimization Toolbox имеются следующие процедуры, их список приведен в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Список процедур пакета Optimization Toolbox

Нелинейная оптимизация, задачи без ограничений
fminsearch – определение минимума функции многих переменных без вычисления производных
fminunc – определение минимума функции многих переменных
Нелинейная оптимизация, задачи с ограничениями
fminbnd – определение минимума функции одной переменной на фиксированном интервале
fmincon – определение минимума нелинейной функции многих переменных
fseminf – определение минимума полубесконечно ограниченной нелинейной функции с несколькими переменными
Математическое программирование
intlinprog – смешанное целочисленное линейное программирование (MILP)
linprog – решение задачи линейного программирования
quadprog – квадратичное программирование
Многокритериальная оптимизация
fgoalattain – решение многокритериальной задачи по достижению цели
fminimax – решение проблемы минимаксного ограничения

Как следует из приведенного списка, в особый класс выделены многокритериальные задачи. Одним из важных частных случаев этой проблемы является задача минимизации максимального из локальных критериев, и для этой задачи есть специальный решатель, fminimax. Этот решатель пытается найти точку, которая удовлетворяет всем целям одновременно или приводит к относительно одинаковой степени неудовлетворенности. Решатель прекращает поиск и в том случае, когда размер текущего направления поиска менее

чем в два раза превышает значение допуска размера шага. В этом случае задача остается нерешенной.

При использовании процедур численной оптимизации необходимо задать начальную точку. Выбор начальной точки определяет, сходится ли алгоритм к решению, если сходится, то насколько быстро и – для функций с несколькими локальными экстремумами – к какому оптимуму сходится алгоритм.

Проблема задания «удачной» начальной точки для многомерных функций является нетривиальной задачей. Широко распространена практика, при которой в качестве начальной точки используется постоянный вектор, нулевой или единичный. В работе [49] предлагается предварительно оценивать минимизируемую функцию на равномерно распределенной сетке. Этот метод «оценки по сетке» иногда называют методом «предварительного поиска».

Выбор начальной точки является основной проблемой при использовании численных процедур. Этот выбор влияет не только на скорость сходимости, но и на то, будет ли найдено в итоге требуемое решение. Для анализа численных процедур определения нечетко-оптимального значения глобального показателя качества был рассмотрен случай двух равнозначимых частных критериев с функциями желательности $\mu_1(x) = 1/(1+e^{2(x-1)})$, $\mu_2(x) = e^{-(x-5)^2/32}$, графики которых представлены на рисунке 2.12. В ходе исследования было определено, как выбор начальной точки влияет на такие характеристики различных процедур численной оптимизации, как сходимость и точность. Исследованы такие свойства решателей, как сходимость алгоритма поиска к точке экстремума и, в случае сходимости, скорость такой сходимости. Скорость сходимости оценивалась по количеству N_J вычислений критерия качества $J = \min(\mu_1(x), \mu_2(x))$ до момента останова решателя, а не по времени его работы. В проведенном исследовании вычисление критерия качества занимало существенно меньшее время, чем сопутствующие вычисления. Однако в рассмотренных в разделах 3, 4 и имеющих практический интерес задачах даже однократное вычисление критерия качества по модели процесса является трудоемкой задачей. В этом случае количество вычислений критерия играет важнейшую роль. Сходимость алгоритма поиска к точке экстремума и, в случае сходимости, скорость такой сходимости анализировалась при изменении координаты x_0 начальной точки.

Первой была протестирована процедура fminsearch, использующая алгоритм поиска Нелдера-Мида (Nelder-Mead simplex direct search), также известный как метод деформируемого многогранника – симплекс-метод безусловной оптимизации функции от нескольких переменных, не использующий производной (точнее – градиентов) функции [50]. В рассматриваемой простейшей задаче процедура fminsearch продемонстрировала следующие результаты: область изменения начального значения x_0, обеспечивающая сходимость

процедуры $x_0 \in [-157,167]$, среднее количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя $N_J \approx 52$. Графики, иллюстрирующие процесс вычислений, представлены на рисунках 2.20, 2.21.

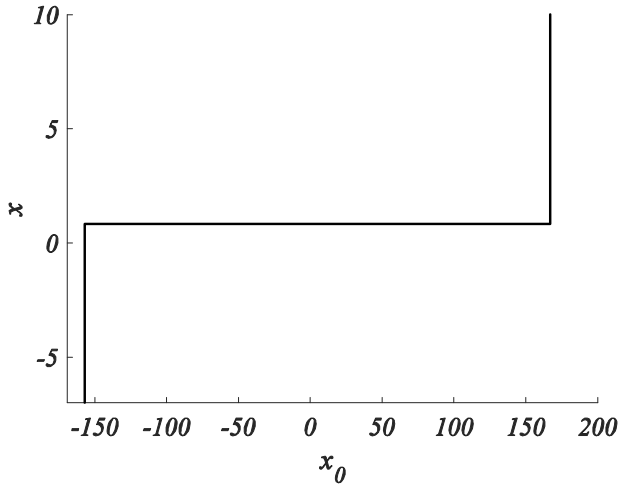

Рис. 2.20. Область допустимых значений начальной точки процедуры fminsearch

Далее была протестирована процедура fminunc, использующая один из наиболее широко применяемых квазиньютоновских методов, алгоритм поиска Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно (BFGS) [51–54]. В рассматриваемой задаче процедура fminunc продемонстрировала следующие результаты: область изменения начального значения x_0, обеспечивающая сходимость процедуры $x_0 \in [-16.2,8.2]$, среднее количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя $N_J \approx 85$. Графики, иллюстрирующие процесс вычислений, представлены на рисунках 2.22, 2.23.

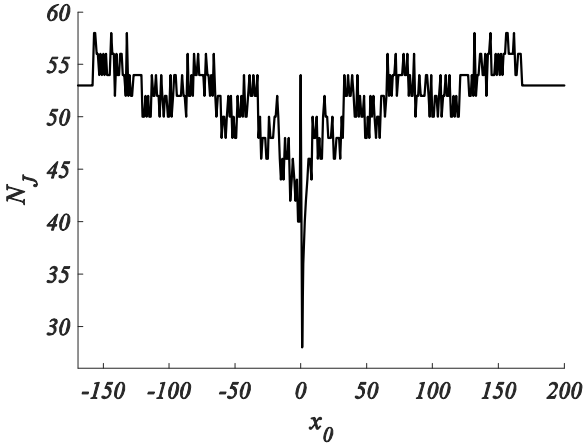

Рис. 2.21. Количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя fminsearch

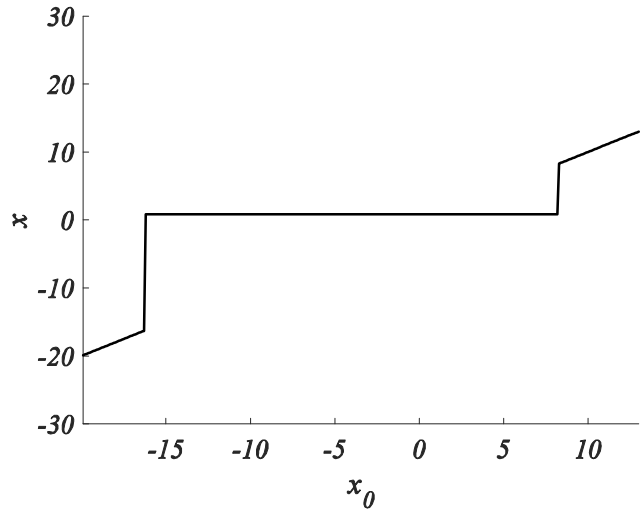

Рис. 2.22. Область допустимых значений начальной точки процедуры fminunc

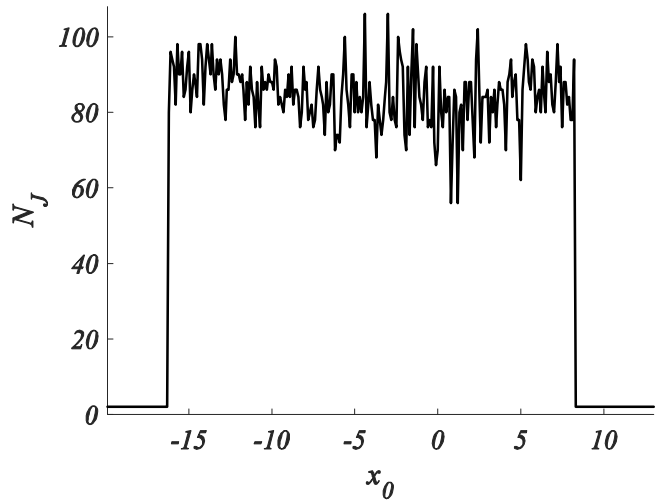

Рис. 2.23. Количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя fminunc

Также была протестирована процедура fminimax, позволяющая решать задачи с ограничениями самого общего вида на решение. Эта процедура использует последовательное квадратичное программирование – один из наиболее распространенных и эффективных оптимизационных алгоритмов общего назначения, основной идеей которого является последовательное решение задач квадратичного программирования, аппроксимирующих данную задачу оптимизации [55]. В рассматриваемой задаче процедура fminimax продемонстрировала следующие результаты: область изменения начального значения x_0, уверенно обеспечивающая сходимость процедуры $x_0 \in [-4.0, 2.7]$, среднее в этом интервале изменения начального значения x_0 количество вычислений значения минимизируемой

функции до момента останова решателя $N_J \approx 23$. Графики, иллюстрирующие процесс вычислений, представлены на рисунках 2.24, 2.25.

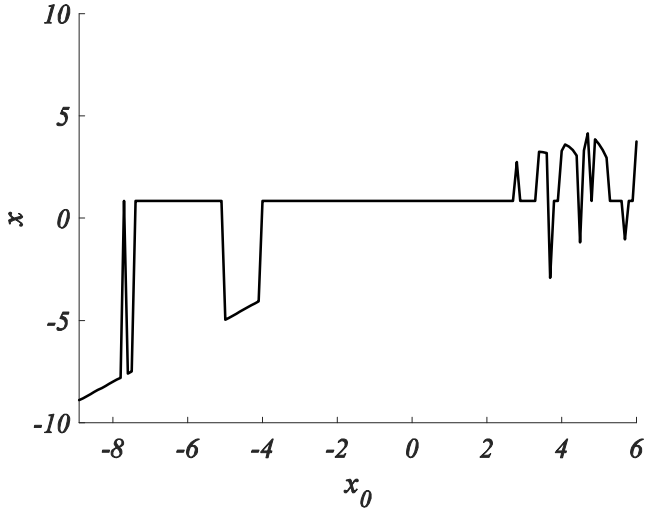

Рис. 2.24. Область допустимых значений начальной точки процедуры fminimax

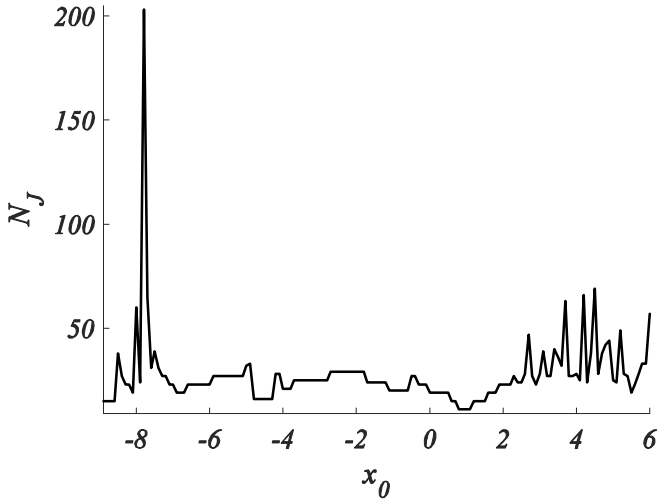

Рис. 2.25. Количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя fminimax

Следующим был рассмотрен случай трех равнозначимых частных критериев с функциями желательности $\mu_1(x) = 1/(1+e^{2(x-3)})$, $\mu_2(x) = e^{-(x-5)^2/32}$, $\mu_3(x) = 1/(1+e^{-(x-5)})$, графики которых показаны на рисунке 2.13. В этом случае процедура fminsearch продемонстрировала следующие результаты: область изменения начального значения x_0, обеспечивающая сходимость процедуры $x_0 \in [-157,167]$, среднее количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя $N_J \approx 47$. Графики, иллюстрирующие процесс вычислений, представлены на рисунках 2.26, 2.27.

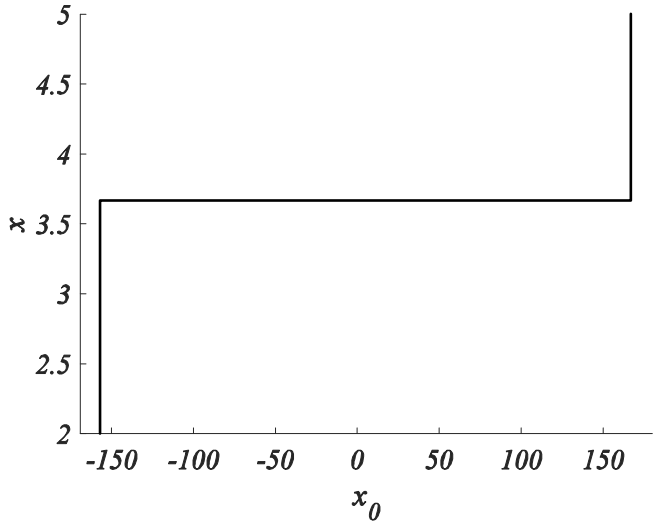

Рис. 2.26. Область допустимых значений начальной точки процедуры fminsearch

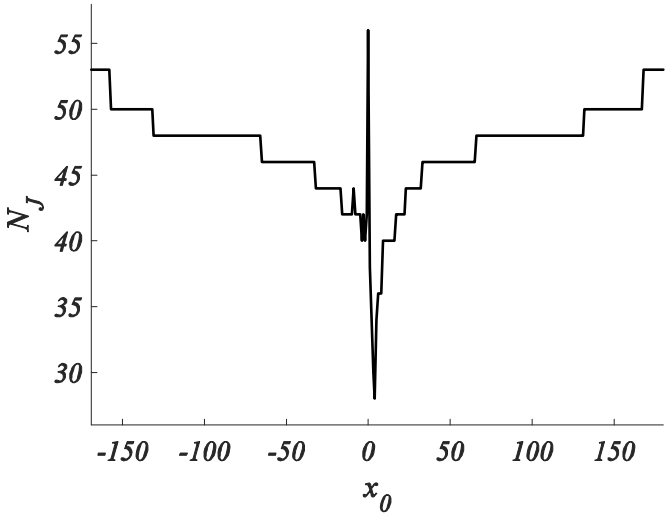

Рис. 2.27. Количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя fminsearch

Далее была протестирована процедура fminunc. В рассматриваемой задаче процедура fminunc продемонстрировала следующие результаты: область изменения начального значения x_0, обеспечивающая сходимость процедуры $x_0 \in [-8.8, 10.2]$, среднее количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя $N_J \approx 65$. Графики, иллюстрирующие процесс вычислений, представлены на рисунках 2.28, 2.29.

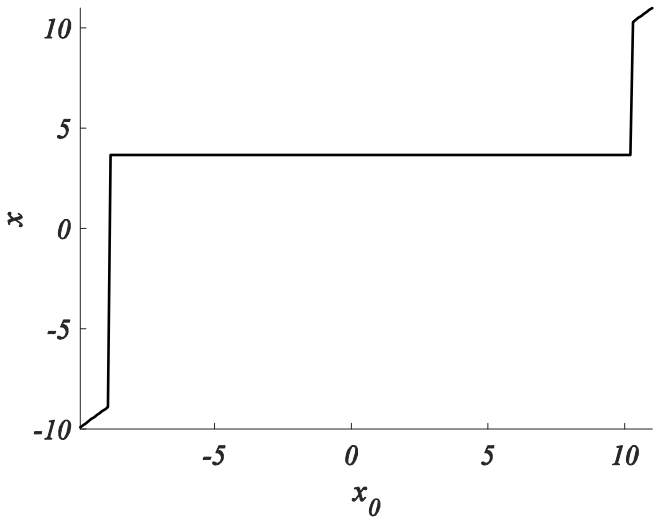

Рис. 2.28. Область допустимых значений начальной точки процедуры fminunc

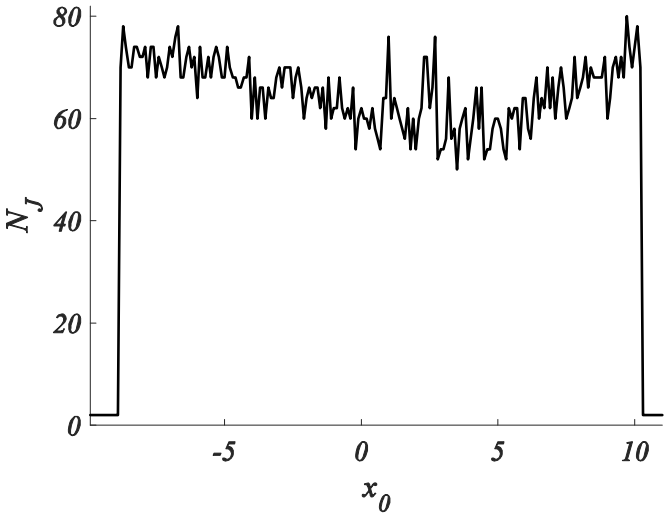

Рис. 2.29. Количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя fminunc

Далее была протестирована процедура fminimax. В рассматриваемой задаче процедура fminimax продемонстрировала следующие результаты: область изменения начального значения x_0, уверенно обеспечивающая сходимость процедуры $x_0 \in [1.8, 7.4]$, среднее в этом интервале изменения начального значения x_0 количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя $N_J \approx 24$. Графики, иллюстрирующие процесс вычислений, представлены на рисунках 2.30, 2.31.

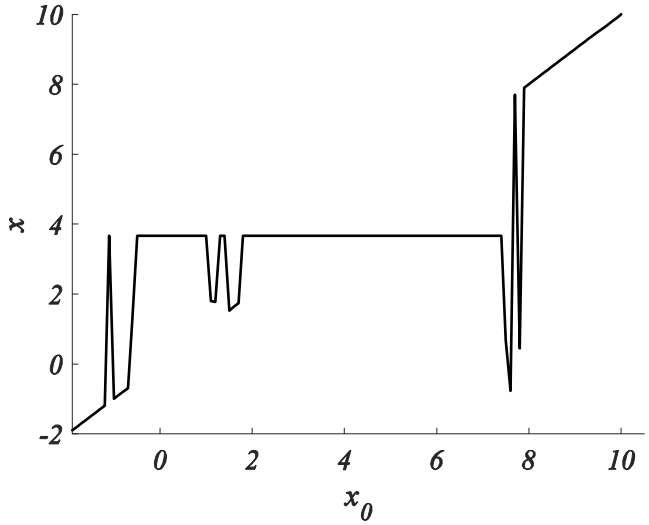

Рис. 2.30. Область допустимых значений начальной точки процедуры fminimax

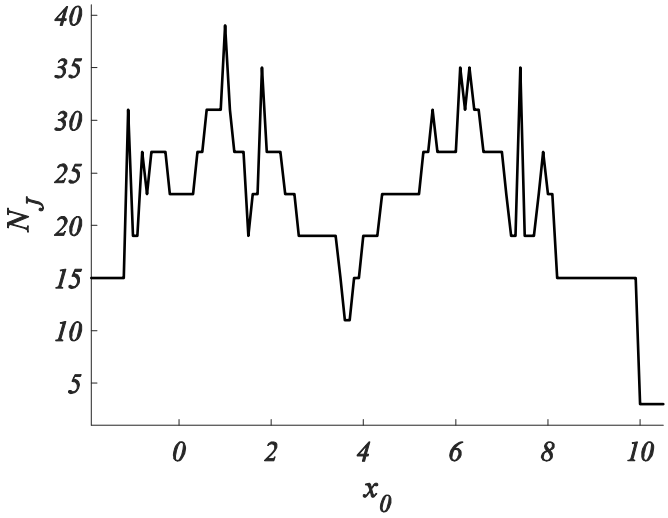

Рис. 2.31. Количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя fminimax

Сравнительный анализ различных решателей при точностных характеристиках, установленных «по умолчанию» (таблица 2.2), позволяет сделать вывод о существенном превосходстве решателя fminsearch по размерам $x_{0MAX} - x_{0MIN}$ области сходимости к решению. Это означает, что при не слишком «удачном» выборе начальной точки x_0 можно рекомендовать пользоваться этим решателем. Если же начальная точка близка к искомому решению, целесообразно использовать решатель fminimax как обеспечивающий вычисление решения при достаточно малом числе итераций N_J.

Таблица 2.2. Сравнительный анализ решателей при уставках «по умолчанию»

Решатель	Два частных критерия		Три частных критерия	
	$x_{0MAX} - x_{0MIN}$	N_J	$x_{0MAX} - x_{0MIN}$	N_J
fminsearch	324	52	324	47
fminunc	24	85	19	65
fminimax	6.7	23	10.2	24

Был проведен численный эксперимент по определению среднего числа обращений к целевой функции решателя fminsearch в суженном диапазоне изменения x_0, уверенно обеспечивающем сходимость процедуры fminimax. В случае двух частных критериев и диапазоне изменения начального значения $x_0 \in [-4.0, 2.7]$ среднее количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя $N_J \approx 39$, что почти в два раза превосходит это значение для fminimax. При трех частных критериях и диапазоне $x_0 \in [1.8, 7.4]$ сходимость процедуры fminimax, среднее количество вычислений значения минимизируемой функции $N_J \approx 33$, что также существенно превосходит это значение для fminimax. Графики, иллюстрирующие процесс вычислений, представлены на рисунках 2.32, 2.33.

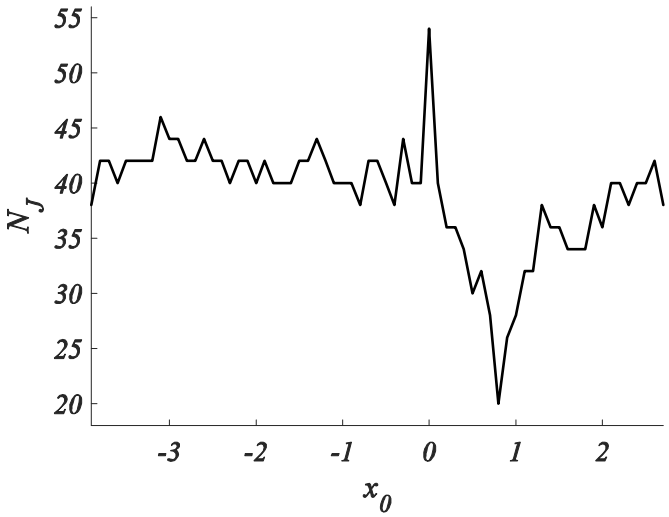

Рис. 2.32. Количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя fminsearch, два частных критерия, допустимый для fminimax диапазон изменения x_0.

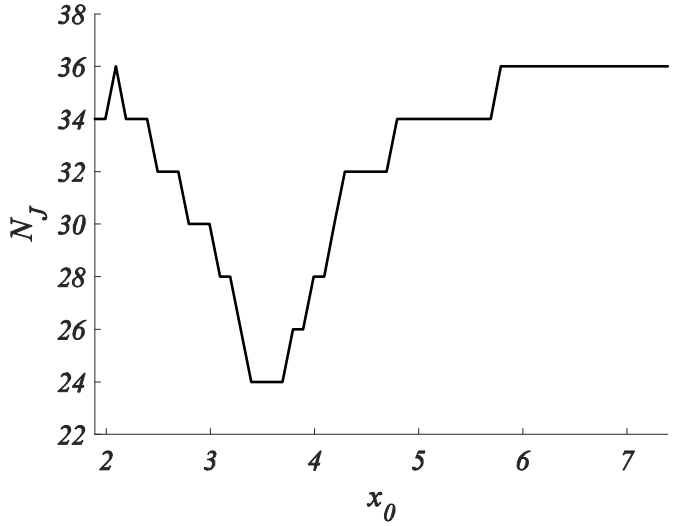

Рис. 2.33. Количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя fminsearch, три частных критерия, допустимый для fminimax диапазон изменения x_0

Был также рассмотрен случай свертки частных критериев двух переменных вида $\min(\mu_1(x_1,x_2),\mu_2(x_1,x_2))$ с монотонно убывающей сигмоидальной функцией принадлежности $\mu_1(x_1,x_2)=1/(1+e^{-0.3(x_1+x_2-14)})$ и функцией принадлежности Гаусса $\mu_2(x_1,x_2)=e^{-((x_1-3)^2+(x_2-3)^2)/18}$ (рисунок 2.16). Вновь определению подлежало то, как выбор начальной точки влияет на сходимость и точность. Были исследованы такие свойства решателей, как сходимость алгоритма поиска к точке экстремума и, в случае сходимости, скорость такой сходимости. Скорость сходимости оценивалась по количеству N_J вычислений критерия качества $J=\min(\mu_1(x_1,x_2),\mu_2(x_1,x_2))$ до момента останова решателя. На рисунках 2.34 – 2.36 представлены области допустимых значений начальной точки процедур fminsearch, fminunc и fminimax, где темным цветом выделены начальные значения, обеспечивающие сходимость процедуры поиска.

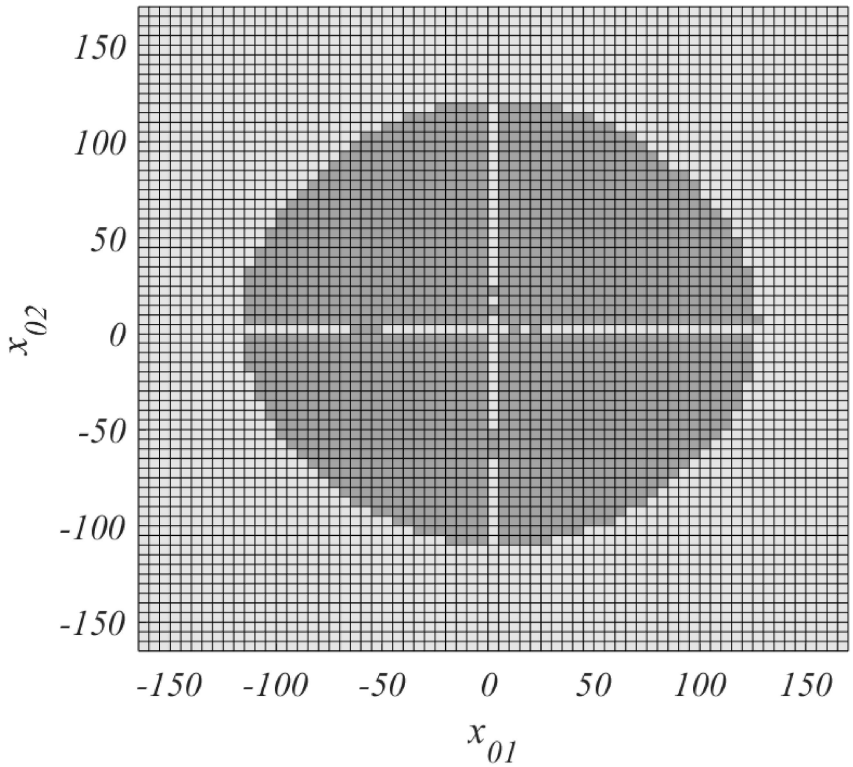

Рис. 2.34. Область допустимых значений начальной точки процедуры fminsearch

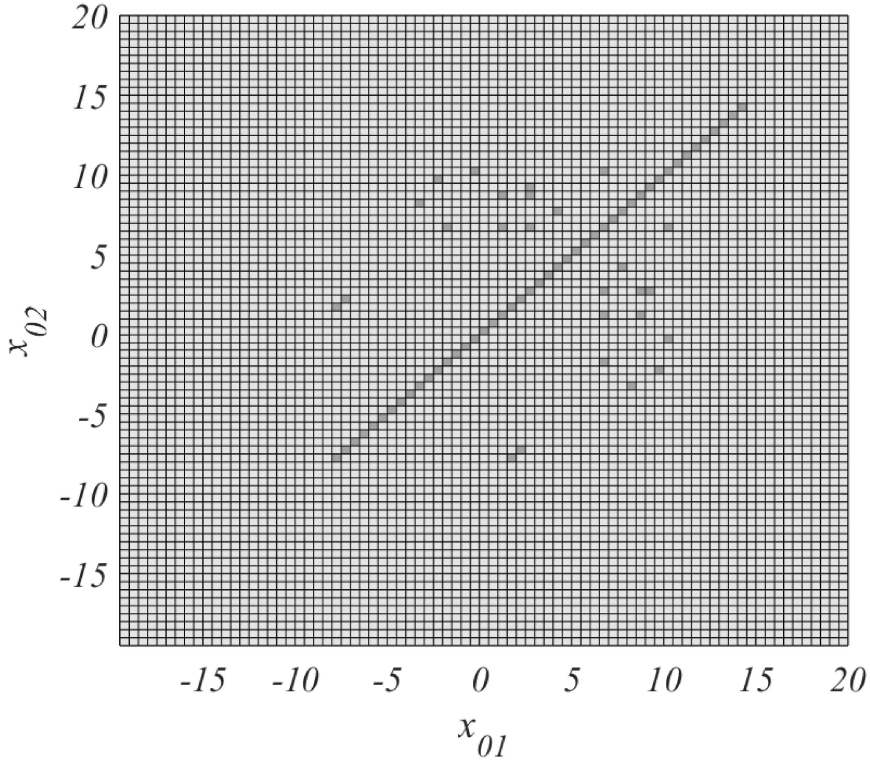

Рис. 2.35. Область допустимых значений начальной точки процедуры fminunc

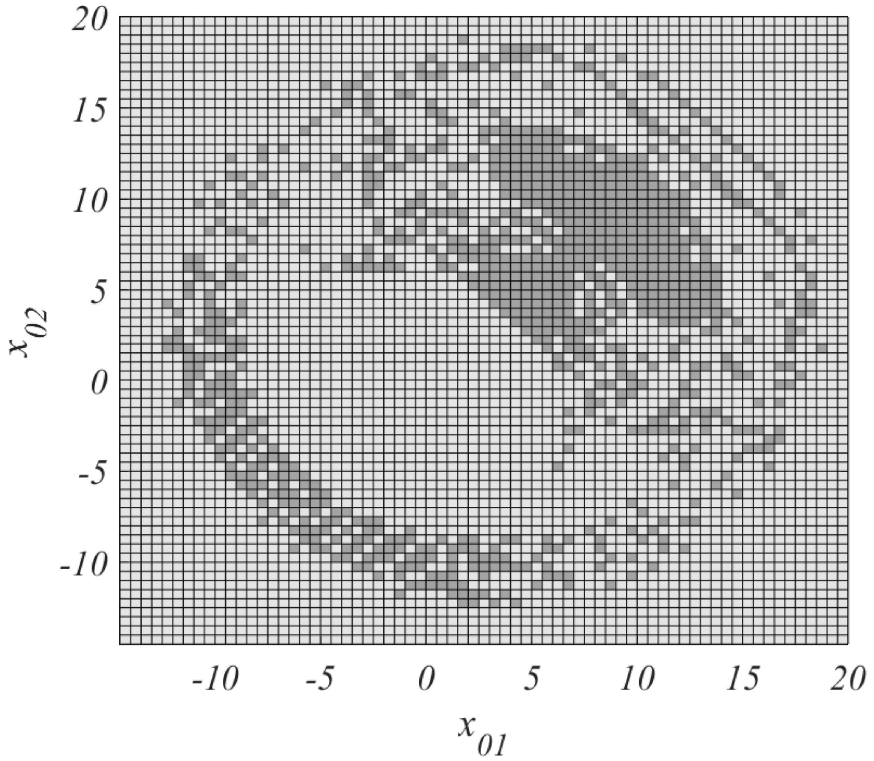

Рис. 2.36. Область допустимых значений начальной точки процедуры fminimax

В области изменения значений начальной точки $[x_{01}, x_{02}]$, обеспечивающих сходимость численной процедуры fminsearch, количество обращений к минимизируемой функции $N_J \approx 152$. Для процедуры fminunc количество обращений к минимизируемой функции $N_J \approx 132$, а для процедуры fminimax $N_J \approx 58$. Вновь, как и в одномерном случае, имеется существенное превосходство решателя fminsearch по размерам области сходимости к решению.

Проведенный анализ позволяет сделать вывод о целесообразности использования «комбинированного» метода поиска, когда на начальной стадии используется решатель fminsearch, а при приближении к точке оптимума решатель fminimax (рисунок 2.37). На этом рисунке TolFun (FunctionTolerance) – это нижняя граница изменения значения целевой функции во время шага. Итерации заканчиваются, если $|f(x_i) - f(x_{i-1})| < TolFun$.

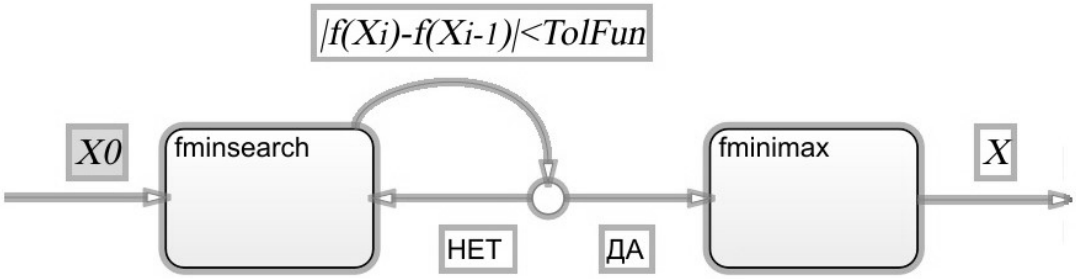

Рис. 2.37. Блок-схема «комбинированного» решателя fminsearch+fminimax

Для всех рассмотренных ранее вариантов задания функции принадлежности был осуществлен сравнительный анализ использования «комбинированного» решателя fminsearch+fminimax и решателя fminsearch. В случае как двух, так и трех частных критериев, использование решателя fminsearch в диапазоне начальных значений $x0 \in [-140,160]$ привело в среднем к 52 обращениям к целевой функции, тогда как использование «комбинированного» решателя fminsearch+fminimax – к 36 обращениям. При частных критериях как функциях двух переменных, использование решателя fminsearch в диапазоне начальных значений $x0 \in [-80,80]$ привело в среднем к 141 обращению к целевой функции, тогда как использование «комбинированного» решателя fminsearch+fminimax – к 68 обращениям.

Другим методом поиска, также решающим проблему задания начальной точки, служит метод искуственного «расширения» функций желательности на начальной стадии поиска. Этот метод также был опробован в работе. Так, в случае двух равнозначимых частных критериев исходные функции желательности $\mu_1(x) = 1/(1+e^{2(x-1)})$ и $\mu_2(x) = e^{-(x-5)^2/32}$ изменялись на первом этапе поиска до значений $\mu_1^*(x) = 1/(1+e^{(x-1)/2})$ и $\mu_2^*(x) = e^{-(x-5)^2/136}$. Графики исходных и «расширенных» функций желательности представлены на рисунке 2.38.

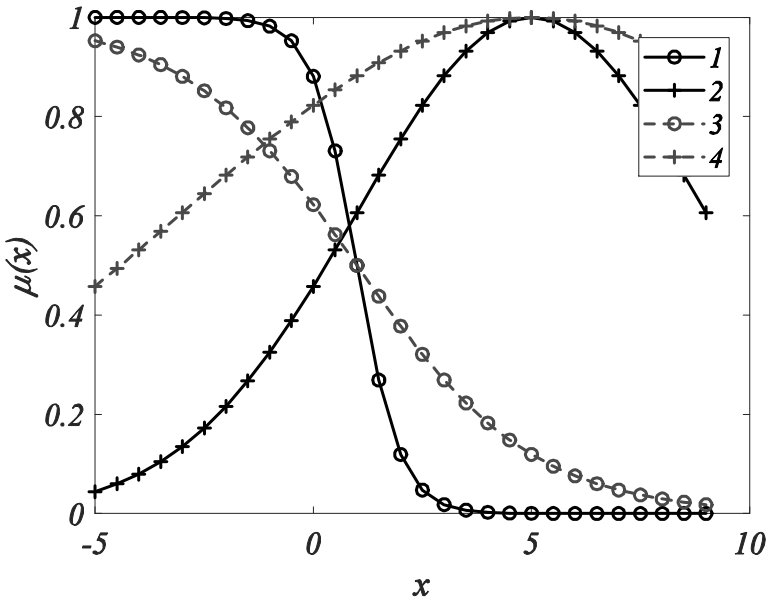

Рис. 2.38. Графики исходных и «расширенных» функций желательности: 1 – исходная сигмоидальная функция принадлежности $\mu_1(x) = 1/(1+e^{2(x-1)})$, 2 – исходная функция принадлежности Гаусса $\mu_2(x) = e^{-(x-5)^2/32}$, 3 – «расширенная» функция принадлежности $\mu_1^*(x) = 1/(1+e^{(x-1)/2})$, 4 – «расширенная» функция принадлежности $\mu_2^*(x) = e^{-(x-5)^2/136}$

При «расширенных» функциях желательности область изменения начального значения x_0, обеспечивающая сходимость процедуры fminsearch увеличилась с $x_0 \in [-157,167]$ до $x_0^* \in [-319,330]$, среднее количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя осталось практически тем же, $N_J^* \approx 49$. Для процедуры fminimax эти значения увеличилась с $x_0 \in [-4.0,2.7]$ до $x_0^* \in [-13.5,5.9]$, среднее количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя осталось практически тем же, $N_J^* \approx 24$. После того, как первый этап поиска с «расширенными» функциями желательности закончится, следует вернуться к поиску с исходными функциями желательности, используя в качестве нулевого приближения найденное на первом этапе «оптимальное» значение.

Далее было рассмотрено, как влияет на свойства процедуры поиска наличие наряду с нечеткими четких ограничений. В работе рассмотрено два варианта представления четких ограничений. Их наличие может быть учтено введением определенным образом сформированных функций принадлежности либо использованием численных процедур условной оптимизации. По первому варианту монотонно убывающая сигмоидальная функция принадлежности $\mu_1(x) = 1/(1+e^{\sigma(x-1)})$ может представлять четкое ограничение $x \le 1$ или $\mu(x) = \begin{cases} 1, & x \le 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$ с погрешностью, определяемой в $L_2[0.5,1.5]$ как $\|\mu_1(x) - \mu(x)\|_2 = \sqrt{\int_{0.5}^{1.5} (\mu_1(x) - \mu(x))^2 dx} = 0.0622$ при $\sigma = 100$ и с погрешностью $\|\mu_1(x) - \mu(x)\|_2 = 0.0197$ при $\sigma = 1000$. На рисунке 2.39 представлены графики, иллюстрирующие степень близости рассмотренных нечетких и четких ограничений.

Аналогично обобщенная колоколообразная функция принадлежности в $\mu_2(x) = 1/\left(1+|x-5|^{\sigma}\right)$ может представлять четкое ограничение $4 \le x \le 6$ или $x = 5 \pm 1$ с погрешностью $\|\mu_2(x) - \mu(x)\|_2 = \sqrt{\int_3^9 (\mu_2(x) - \mu(x))^2 dx} = 0.0879$ при $\sigma = 100$ и с погрешностью $\|\mu_2(x) - \mu(x)\|_2 = 0.0278$ при $\sigma = 1000$.

Был рассмотрен случай трех равнозначимых частных критериев с функциями желательности $\mu_1(x) = 1/(1+e^{2(x-3)})$, $\mu_2(x) = 1/\left(1+|x-5|^{1000}\right)$, $\mu_3(x) = 1/(1+e^{-(x-5)})$, графики которых показаны на рисунке 2.40.

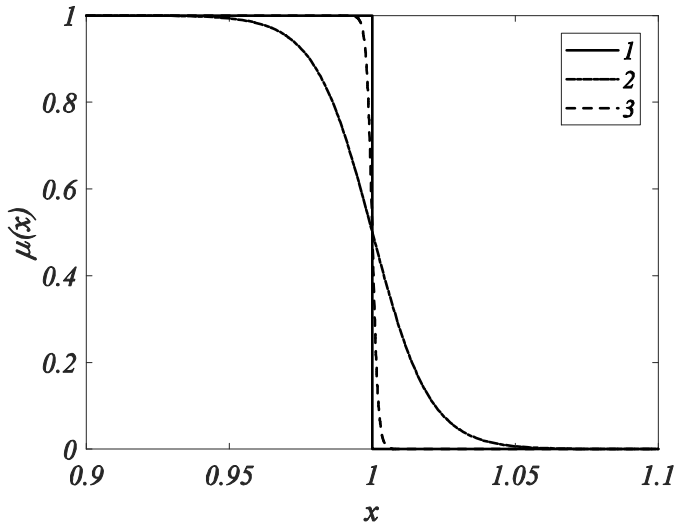

Рис. 2.39. Формирование четкого ограничения $x \le 1$ на основе монотонно убывающей сигмоидальной функции принадлежности: 1 – четкое ограничение $x \le 1$ или $\mu(x) = \begin{cases} 1, & x \le 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$, 2 – функция принадлежности $\mu_1(x) = 1/(1+e^{100(x-1)})$, 3 – функция принадлежности $\mu_1(x) = 1/(1+e^{1000(x-1)})$

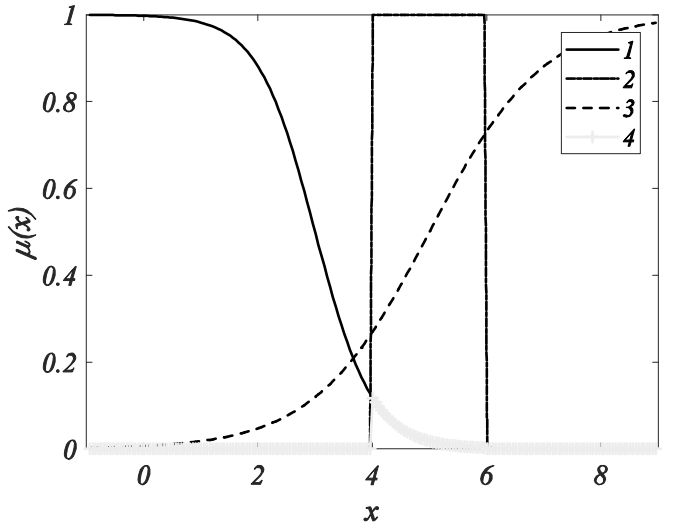

Рис. 2.40. Способ формирования глобального показателя качества на основе трех частных критериев: 1 – монотонно убывающая сигмоидальная функция принадлежности $\mu_1(x) = 1/(1+e^{2(x-3)})$, 2 – обобщенная колоколообразная функция принадлежности в $\mu_2(x) = 1/\left(1+|x-5|^{1000}\right)$, 3 – монотонно возрастающая сигмоидальная функция принадлежности $\mu_3(x) = 1/(1+e^{-(x-5)})$, 4 – свертка частных критериев $\min(\mu_1(x), \mu_2(x), \mu_3(x))$

В этом случае процедура fminsearch продемонстрировала следующие результаты: область изменения начального значения x_0, обеспечивающая сходимость процедуры, существенно меньше, чем в случае нечеткой функции принадлежности $\mu_2(x)$ и составляет $x_0 \in [2.85, 7.40]$, среднее количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя $N_J \approx 43$. Графики, иллюстрирующие процесс вычислений, представлены на рисунках 2.41, 2.42.

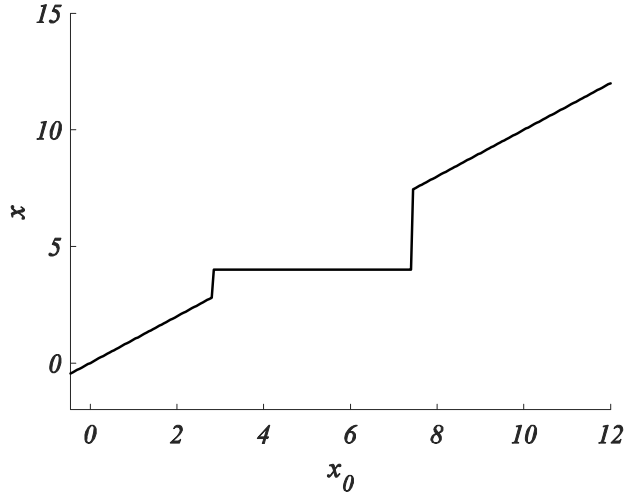

Рис. 2.41. Область допустимых значений начальной точки процедуры fminsearch

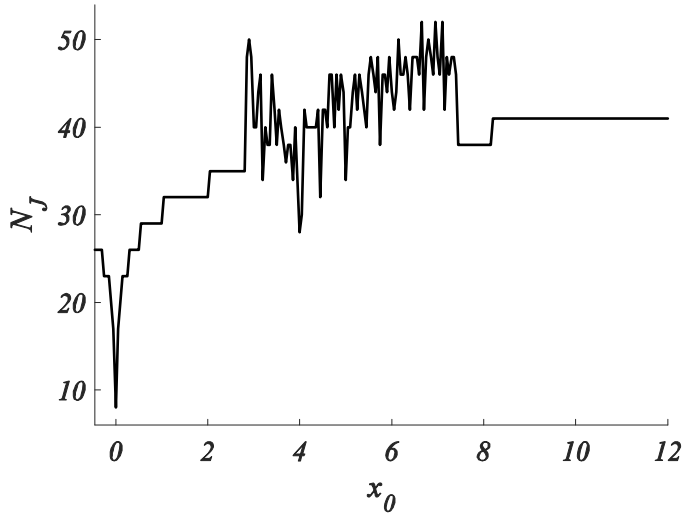

Рис. 2.42. Количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя fminsearch

Использование процедуры fminunc дало следующие результаты: область изменения начального значения x_0, обеспечивающая сходимость процедуры, существенно меньше, чем в случае нечеткой функции принадлежности $\mu_2(x)$ и составляет $x_0 \in [4,6]$, среднее количество

вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя $N_J = 100$. Графики, иллюстрирующие процесс вычислений, представлены на рисунках 2.43, 2.44.

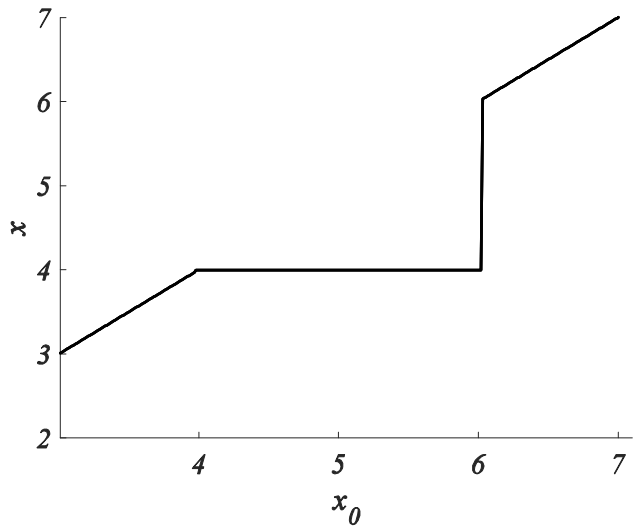

Рис. 2.43. Область допустимых значений начальной точки процедуры fminunc

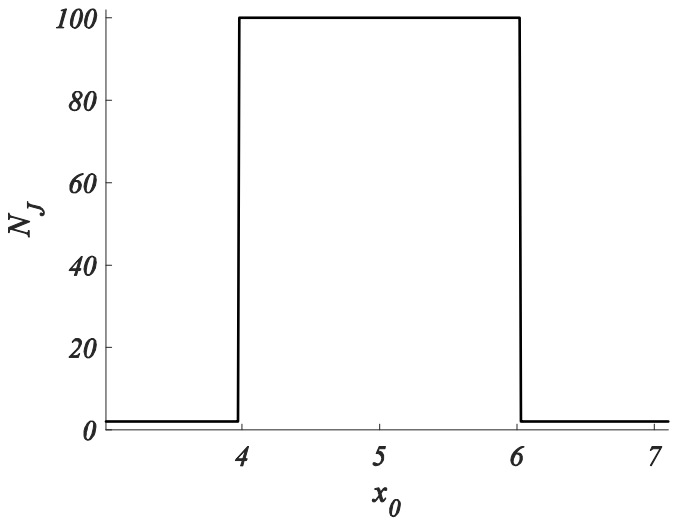

Рис. 2.44. Количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя fminunc

Второй вариант учет четких ограничений реализуется использованием численных процедур условной оптимизации. К числу рассмотренных в работе относятся процедуры fmincon и fminimax.

Процедура fmincon использует метод внутренней точки (Interior Point алгоритм) [56], позволяющий решать задачи оптимизации с условиями, заданными в виде неравенств, сведением исходной задачи к задаче безусловной выпуклой оптимизации. При этом

используется подход, известный как метод формирования доверительной области (Trust Region Method). Доверительная область – это подмножество области определения целевой функции, внутри которой целевая функция аппроксимируется квадратичной функцией – моделью.

При использовании процедуры fmincon область изменения начального значения x_0, обеспечивающая сходимость процедуры, превышает диапазон $x_0 \in [-1000,1000]$, среднее количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя $N_J = 30$. График, иллюстрирующий процесс вычислений, представлен на рисунке 2.45.

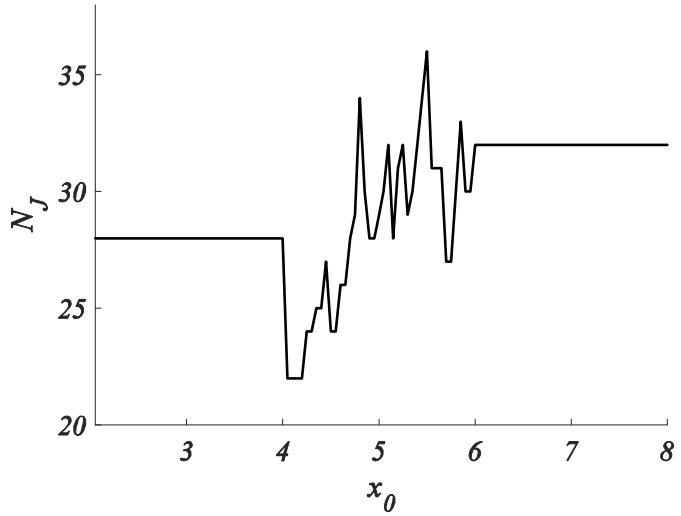

Рис. 2.45. Количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя fmincon

При использовании процедуры fminimax область изменения начального значения x_0, обеспечивающая сходимость процедуры, также превышает диапазон $x_0 \in [-1000,1000]$, среднее количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя $N_J = 13$. График, иллюстрирующий процесс вычислений, представлен на рисунке 2.46.

Проведенное исследование показало, что использование численных процедур условной оптимизации (fmincon и fminimax) дает существенный выигрыш по размерам области допустимых начальных условий и количеству обращений к минимизируемой функции по сравнению с использование численных процедур безусловной оптимизации с введением определенным образом сформированных функций принадлежности. Из двух процедур условной оптимизации предпочтительнее процедура fminimax, поскольку среднее количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя при использовании этой процедуры существенно меньше, чем при использовании процедуры

fmincon. Именно процедуру fminimax необходимо использовать в задачах условной оптимизации.

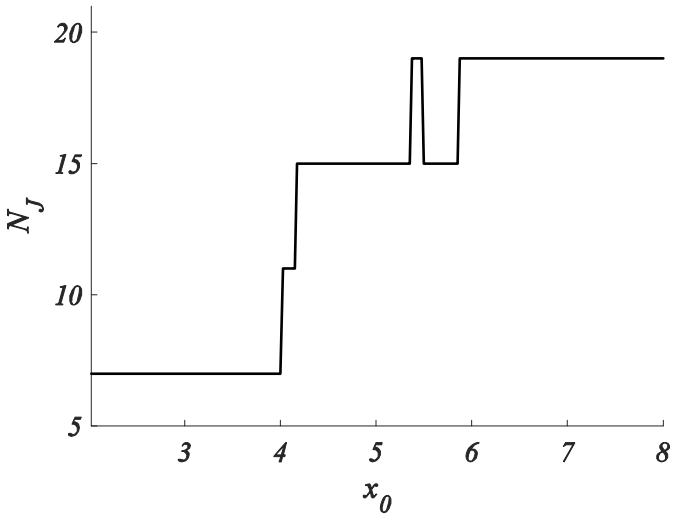

Рис. 2.46. Количество вычислений значения минимизируемой функции до момента останова решателя fminimax

Выводы по разделу 2

Перечислены специфические свойства задач нечеткой оптимизации

Рассмотрены основные этапы процедуры нечеткой оптимизации в задачах управления:

вербальное или нечетко-множественное описание целей и ограничений;

представление целей и ограничений стандартными функциями принадлежности;

формулировка задачи нечеткой оптимизации;

выбор метода решения.

Показано, что при наличии некоторого количества целей и ограничений, заданных четко, их также можно с любой точностью представить стандартными функциями принадлежности.

Рассмотрен этап формирования обобщенного критерия.

Показано, что различные способы свертки критериев приводят к отличающимся итоговым результатам, что свидетельствует об определяющем значении этапа формирования глобального критерия при решении многокритериальных задач.

На основании анализа способов формирования глобального показателя качества выбран минимаксный способ.

Сформулирована задача нечеткой оптимизации алгоритма работы регулятора гибридной непрерывно-дискретной системы управления.

Проведен анализ численных процедур решения нечетко-оптимальной задачи.

Предложен «комбинированный» способ численного решения нечетко-оптимальной задачи.

Показаны преимущества процедуры fminimax в задачах условной оптимизации.

3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НЕЧЕТКО-ОПТИМАЛЬНОГО СИНТЕЗА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ МОБИЛЬНЫМ ОБЪЕКТОМ

3.1. Системный анализ и моделирование мобильного объекта на примере погрузчика как нелинейного, многомерного и многосвязного объекта управления с сосредоточенными параметрами

3.1.1. Кинематическая модель погрузчика

Кинематическая модель погрузчика [57] – система нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$X = [v \cdot \cos(\varphi), v \cdot \sin(\varphi), w \cdot |v|]^T. \quad (3.1)$$

Вектор состояний ОУ $X = [x, y, \varphi]^T$, где x, y – пространственные координаты, φ – направление движения. Вектор управляющих воздействий $U = [v, w]^T$, где v – скорость прямолинейного движения, w – скорость изменения направления движения. Соответствующие выражению (3.1) системные связи мобильного погрузчика отображены на рисунке 3.1.

Вилочный погрузчик работает в стесненных условиях, что приводит к ограничениям на траекторию движения. Помимо статических ограничений в виде неподвижных элементов складского окружения (стены, стеллажи, ленточные транспортеры) имеются и динамические, обусловленные возможным наличием на пути погрузчика работников или других погрузчиков, выполняющих свои задачи. Процесс перемещения грузов является многоэтапным с поступлением новых задач в процессе выполнения предыдущих. Четко сформулировать, а затем и соблюсти ограничения, обеспечить выполнение промежуточных и конечных целей при этом удается не всегда. Эти характерные моменты приводят к выводу о целесообразности решать задачу управления погрузчиками как многокритериальную задачу перемещения в переменной среде с нечетко сформулированными целями и ограничениями. При определении алгоритмов работы отдельных управляющих подсистем необходим учет не только требований к текущему этапу, но и возможных последствий для других этапов, протекающих одновременно или в последующие моменты времени.

Модель усложняется, если ставится задача управления группой из N погрузчиков (рисунок 3.2). Размерность вектора управляющих воздействий $U = [v_1, w_1, \ldots v_N, w_N]^T$ в этом случае равна $2N$, размерность вектора состояния $X = [x_1, y_1, \varphi_1, \ldots x_N, y_N, \varphi_N]^T$ равна $3N$. Одной из характерных задач управления группой погрузчиков является задача одновременного их перемещения в стесненных условиях с обязательным выполнением требований безопасности.

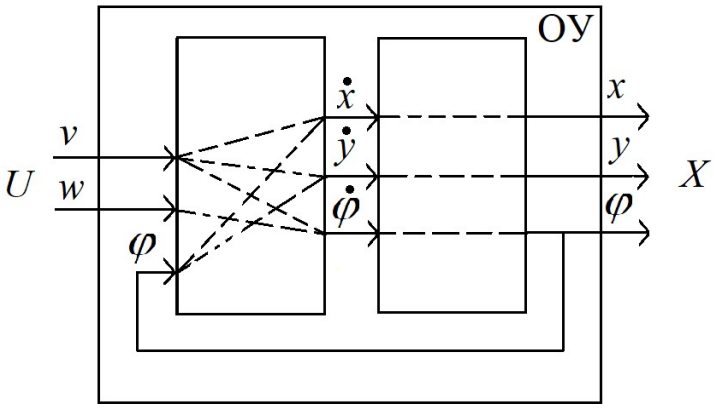

Рис. 3.1. Системные связи мобильного погрузчика

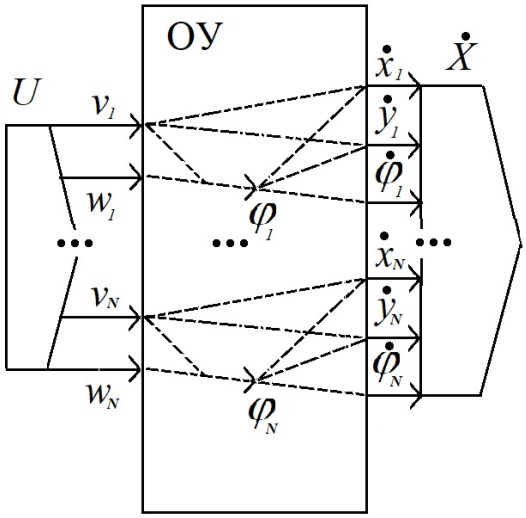

Рис. 3.2. Системные связи группы мобильных погрузчиков

3.1.2. Имитационная модель погрузчика

На основании выражения (3.1) была разработана Simulink-модель мобильного погрузчика, отображенная на рисунке 3.3. Наряду с моделью (3.1) в виде системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений эта модель также использовалась при решении задач нечетко-оптимального синтеза компьютерных систем управления мобильными погрузчиками как многооперационными непрерывно-дискретными объектами.

3.2. Задачи управления мобильными системами

В последнее время мобильные роботы успешно применяются в различных областях (военное дело, промышленность, сельское хозяйство) для выполнения важнейших задач [58]. Одна из фундаментальных проблем, стоящих перед разработчиками автономных мобильных

робототехнических систем – задача навигации или планирования пути [59]. Проблема планирования пути может быть вербально описана следующим образом [60–63]: для данного робота и его рабочей среды определить оптимальный или субоптимальный по определенным критериям путь от начального состояния до конечного состояния, причем этот путь должен обеспечивать движение робота с обходом возможных препятствий.

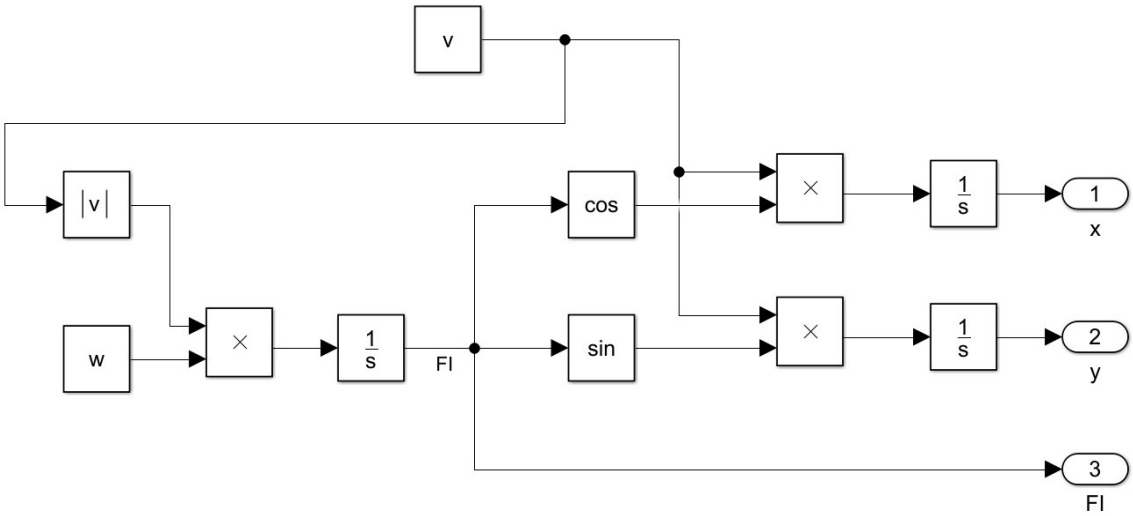

Рис. 3.3. Simulink-модель мобильного погрузчика

Впервые задача управления перемещениями мобильных устройств как проблема нахождения кратчайшего плоского пути ограниченной кривизны на плоскости между двумя точками, заданными координатами и касательными, была поставлена в 1889 году А. А. Марковым [64] в контексте проектирования железной дороги. В то время Марков изучал только некоторые конкретные примеры этой проблемы. Почти 70 лет спустя (в 1957 г.) Л. Э. Дубинс [65] опубликовал общее решение проблемы. Систему (3.1) при ограничении на управляющие воздействия вида

$$\begin{cases} v = 1, \\ w \in [-1, 1] \end{cases} \tag{3.2}$$

называют Dubins Car (машина Дубинса), по фамилии ученого, изучавшего задачу наискорейшего ее перевода в заданную точку фазового пространства. Примером маршрута Маркова-Дубинса является кратчайший путь автомобиля (точечная масса), который движется только вперед на единичной скорости в гомогенной среде. Дубинсом было доказано утверждение о характере оптимального управления и числе переключений. Согласно [65], кратчайший путь машины Дубинса для любых начальной и конечной точки является комбинацией не более чем трех примитивов: прямолинейного движения ($w = 0$), поворота налево ($w = w_{MAX}$) по дуге окружности минимально возможного радиуса и поворота направо

($w = -w_{MAX}$) по такой же дуге. Обозначим эти примитивы символами *S* (straight ahead т. е. прямо вперед), *L* (left, влево) и *R* (right, вправо). Тогда любой возможный вид кратчайшего пути определится как слово, являющееся последовательностью максимум трех символов. Возможных вариантов слов, из которых может формироваться кратчайший путь, достаточно много. Это одно из пятнадцати слов: *LRL, RLR, LSL, LSR, RSL, RSR, LR, RL, LS, SL, RS, SR, L, R, S*. Для задания оптимального режима работы регулятора должны быть определены вид слова (какой из 15 вариантов соответствует оптимальной траектории) и продолжительность каждого из входящих в него примитивов. Эти задачи должны решаться одновременно, т.к. из заданной начальной точки в требуемую конечную может вести несколько маршрутов.

Варианты траектории Маркова-Дубинса широко применялись для оптимального планирования траектории роботов [66] и беспилотных летательных аппаратов [67–69]. Они также использовались для прокладки туннелей в подземных шахтах, где крайне важно минимизировать затраты на строительство и эксплуатацию туннеля [70, 71]. Путь Маркова-Дубинса и его обобщения являются активной областью исследований [72, 73].

В 1990 году Ридс и Шепп [74] рассмотрели автомобиль, который движется не только вперед, но и назад. Систему (3.1) при ограничении на управляющие воздействия вида

$$\begin{cases} v \in \{-1, 1\}, \\ w \in [-1, 1] \end{cases} \tag{3.3}$$

называют Reeds-Shepp Car (машина Ридса и Шеппа). Согласно [74], кратчайший путь машины Ридса-Шеппа для любых начальной и конечной точки является комбинацией не более чем пяти примитивов из следующего набора: прямолинейного движения вперед S^+, прямолинейного движения назад S^-, поворота налево по дуге окружности минимально возможного радиуса при движении вперед L^+, поворота налево по такой же дуге при движении назад L^-, поворота направо по дуге окружности минимально возможного радиуса при движении вперед R^+ и поворота направо по такой же дуге при движении назад R^-. Любой возможный вид кратчайшего пути определится как слово, являющееся последовательностью максимум пяти символов. Возможных вариантов слов, из которых может формироваться кратчайший путь, сорок шесть. Для задания оптимального режима работы регулятора должны быть определены вид слова (какой из 46 вариантов соответствует оптимальной траектории) и продолжительность каждого из входящих в него примитивов. В работе [75] с использованием геометрической теории оптимального управления были получены результаты, аналогичные результатам Ридса и Шеппа.

В последующем требования к траектории мобильных систем усложнялись, рассматривались задачи движения робота с обходом возможных препятствий (в том числе

движущихся), перемещения с посещением ряда промежуточных точек. В технологии планирования пути можно выделить глобальное планирование и локальное планирование в зависимости от того, доступна ли вся информация о среде или нет. Для глобального планирования пути вся информация об окружающей среде известна роботу перед запуском. Напротив, для локального планирования пути почти вся информация об окружающей среде неизвестна роботу до запуска. Неполная информация об окружающей среде может быть следствием меняющейся обстановки, т.е. в условиях динамической среды планирование пути, как правило, локальное.

Наиболее часто используемым подходами для решения задачи локального планирования пути мобильного робота являются оптимизация методами генетического алгоритма GA (genetic algorithm), роя частиц PSO (particle swarm optimization), искусственного потенциального поля APF (artificial potential field) [59]. В задачах глобального планирования часто используется один из эффективных полиномиальных алгоритмов для нахождения приближенных решений задачи коммивояжера, а также решения аналогичных задач поиска маршрутов на графах – муравьиный алгоритм (алгоритм оптимизации подражанием муравьиной колонии, ACO (ant colony optimization algorithm) [60, 61].

В последнее время значительное распространение получили нечеткие подходы. Многие современные задачи управления, которые не могут быть решены классическими методами из-за большой сложности математических моделей управляемых процессов, неопределенности ограничений и целей управления, успешно решаются средствами нечеткой логики. Нечеткая логика в задачах управления может использоваться двояко: возможно построение систем управления с регуляторами, работающими по нечетким правилам либо синтез систем управления с нечеткими целями работы и ограничениями. Нечеткая оптимизация применяется в задачах управления движением мобильных роботов в основном по первому варианту, как способ построения регуляторов, работающих по нечетким правилам [45, 46]. В работе рассматривается второй вариант применения нечеткой логики: построение системы управления при наличии нечетко сформулированных целей их работы и ограничений. В этом случае осуществляется выбор такого регулятора, с которым поведение системы максимально удовлетворяет и нечетким целям, и нечетким ограничениям.

В качестве характерных примеров использования такого подхода рассмотрен и решен ряд нетривиальных задач нечетко-оптимального синтеза систем правил работы регуляторов мобильных систем. Мобильность обеспечивается колесным роботом типа машины Дубинса (3.1, 3.2) или машины Ридса-Шеппа (3.1, 3.3), являющимся нелинейными многомерными объектами третьего порядка. Особенностью рассмотренных задач является наличие нечетко сформулированных и выраженных вербально требований к траектории и конечному состоянию

объекта и ограничений, налагаемых на ресурсы управления: систему правил работы регулятора и энергетические затраты. Нечеткая формулировка требований присуща постановке задачи на естественном языке и соответствует пониманию того факта, что, как правило, имеются некоторые допустимые границы технологической точности получаемых решений. Такая постановка существенно расширяет круг решаемых задач, упрощает процедуру синтеза системы правил регулятора. В процессе поиска формулировка требований может подвергаться модификации, при этом степень «нечеткости» может как увеличиваться, так и сужаться вплоть до перехода к четкой формулировке. Часть требований в силу их заведомой невыполнимости или выполнимости со степенью выраженности «много ниже нормы» может стать предметом обсуждения с постановщиком задачи. В случаях, когда решением практически полностью выполняются поставленные в условиях задачи требования, вопрос о корректности применения конкретных параметров функций желательности (2.3) и (2.6) отпадает.

Требования к траектории в значительной степени определяются окружением: наличием или отсутствием обязательных для посещения промежуточных точек (c1…cn) и запретных для посещения точек (d1 … dn) (рисунок 1.7). Эти точки могут объединяться в области. Требования к конечному состоянию объекта могут формулироваться в виде задачи с фиксированным концом траектории (задаются все три координаты конечной точки), с подвижным концом траектории (например, задаются декартовы координаты, а угол попадания в конечную точку не оговаривается) или со свободным концом траектории (координаты конечной точки не оговариваются, требуется переместиться как можно дальше). Может также задаваться время прибытия либо ставиться задача минимизации времени движения.

Среди ограничивающих работу регулятора условий основными следует считать ограничение на амплитуду управляющего воздействия и ограниченное быстродействие регулятора, приводящее к смене управляющих воздействий лишь в конечном числе моментов времени.

Общая постановка проблемы синтеза регулятора, обеспечивающего маневры подвижного объекта при нечетко сформулированных требованиях к его промежуточным и конечному состоянию может быть сформулирована как частный случай задачи 2.15, т.е. задачи определения такого алгоритма $z^* \in Z$ работы цифрового регулятора как набора управляющих сигналов (в общем случае векторных) $U(t_i)$, $i = 0,1,\ldots,N-1$, действующих на объект управления на временных интервалах $[t_i, t_{i+1})$, который обеспечивает $\min_j(\mu_j(f_j(z^*))) = \max_{z \in Z}, j = 1,2,...,n$, $g_k(z^*) \geq 0, k = 1,2,...,m$, где функции принадлежности $\mu_j(.),\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n$ – это степени выполнения нечетких целей и ограничений,

$g_k(\cdot), k = 1, 2, \ldots, m$ – «четкие» уравнения связи и ограничения. «Четкие» уравнения связи – это кинематическая модель погрузчика (3.1), «четкие» ограничения – это ограничение на управляющие воздействия вида (3.2) или (3.3). Количество и состав функций принадлежности $\mu_j(.),\ j = 1, 2, \ldots, n$ конкретизируется в каждом случае постановкой задачи.

3.3. Глобальное планирование в задачах управления мобильной системой

3.3.1. Решение задачи управления мобильной системой при отсутствии ограничений на траекторию

Решение задачи глобального планирования перемещений мобильной системы при отсутствии ограничений на траекторию и нечетко сформулированных требованиях к конечному состоянию ОУ проиллюстрируем рядом примеров.

Пример 1. Применительно к машине Дубинса, движущейся в гомогенной среде, имеется точное решение задачи по переводу объекта управления из заданной начальной в требуемую конечную точку пространства по кратчайшему пути или, что эквивалентно (при $v = const$), за наименьшее время. Эта задача относится к простейшим задачам первого типа (рисунок 3.4) и для нее имеется точное решение.

Рис. 3.4. Задача перевода объекта управления из заданного исходного состояния a в требуемое конечное состояние b

Так, для $X(0) = a = [0,0,0]$, $X(t_{FIN}) = b = [-4,3,\pi/2]$, при ограничении на управляющие воздействия вида (3.2) точное решение проблемы $L = \int_0^{t_{FIN}} \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}dt \to \min\limits_U \Leftrightarrow t_{FIN} \to \min\limits_U$ найдено в работе с помощью программы [76], разработанной на основе статьи [77]. Оптимальное управление описывается выражением $U^*(t) = [v^*(t), u^*(t)]^T$, где $v^*(t) = 1 \forall t \in [0,\ 7.7124]$; $w^*(t) = 1 \forall t \in [0,\ 3.1416)$; $w^*(t) = 0 \forall t \in [3.1416,\ 6.1416)$; $w^*(t) = -1 \forall t \in [6.1416,\ 7.7124]$ либо эквивалентной системой правил [78] вида «если $t \in [0,\ 3.1416)$ то $v^*(t) = 1, w^*(t) = 1$, если $t \in [3.1416, 6.1416)$, то $v^*(t) = 1, w^*(t) = 0$, если $t \in [6.1416,\ 7.7124)$ то $v^*(t) = 1, w^*(t) = -1$». Оптимальное управление представлено на рисунке 3.5, траектория движения машины Дубинса вида LSR – на рисунке 3.6.

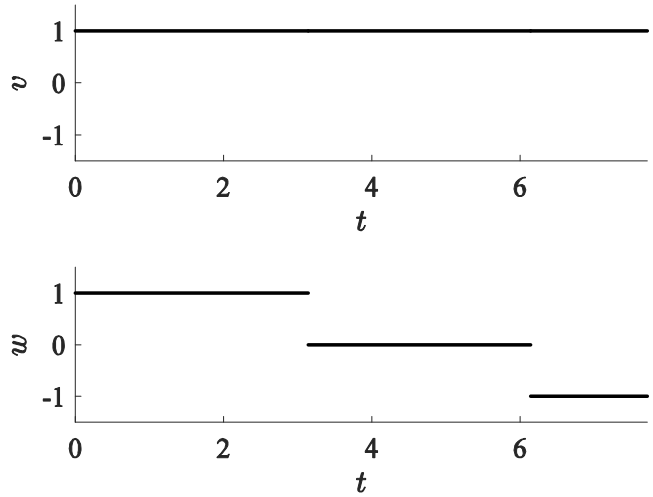

Рис. 3.5. Оптимальное управление $U^*(t) = [v^*(t), u^*(t)]^T$ (точное решение)

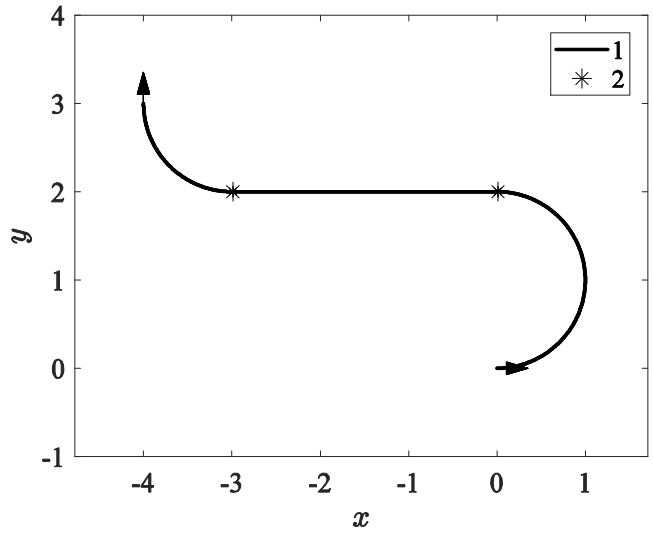

Рис. 3.6. Траектория движения машины Дубинса:

1 – траектория, 2 – точки переключения управляющего воздействия

Это точное решение сравнивалось далее с приближенным, полученным в результате численного решения нечетко-оптимальной задачи, сформулированной с учетом специфики работы регулятора системы цифрового управления. Такой регулятор вырабатывает управляющие сигналы лишь в тактовые моменты времени. Каждый такой сигнал действует на объект управления вплоть до наступления следующего тактового момента. Если определяемые точным решением оптимизационной задачи моменты $t_1 = 3.1416$, $t_2 = 6.1416$ переключения сигнала управления $w(t)$ с одного уровня на другой не могут быть реализованы из-за ограниченной частоты срабатываний регулятора, траектория движения машины Дубинса будет отличаться от оптимальной, попадание в требуемую конечную точку не гарантируется. В этом

случае целесообразно перейти к задаче управления с нечеткой целью, задавая определяемую быстродействием регулятора периодичность смены управляющих воздействий и вычисляя сигналы управления путем решения задачи (2.15) нечеткой оптимизации.

Проблема синтеза системы продукций программного регулятора, оптимизирующего маневры подвижного объекта при нечетко сформулированных требованиях к конечному состоянию объекта может быть сформулирована как частный случай задачи 2.15, т.е. задачи определения такого алгоритма $z^* \in Z$ работы цифрового регулятора как набора управляющих сигналов $w(t_i)$, $i = 0,1,\ldots,N-1$, действующих на объект управления на временных интервалах $[t_i, t_{i+1})$, который обеспечивает $\min_j(\mu_j(f_j(z^*))) = \max_{z\in Z}, j = 1,2,...,n;\ g_k(z^*) \geq 0, k = 1,2,...,m$, где функции принадлежности $\mu_j(.),\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n$ – это степени выполнения нечетких целей и ограничений, $g_k(\cdot), k = 1,\ 2,\ \ldots,\ m$ – «четкие» уравнения связи и ограничения. «Четкие» уравнения связи – это кинематическая модель погрузчика (3.1), «четкие» ограничения – это ограничение на время движения погрузчика $t_{FIN} = 7.7124$ и ограничения на управляющие воздействия вида (3.2) $v = 1,\ w \in [-1,1]$. Функции принадлежности $\mu_j,\ j = 1,2,3$, определяющие точность выполнения условия $X(t_{FIN}) = b = [-4,3,\pi/2]$, заданы аналитически, $\mu_1(x) = e^{-2(b_1 - x(t_{FIN}))^2}$ $\mu_2(y) = e^{-2(b_2 - y(t_{FIN}))^2}$, $\mu_3(\varphi) = e^{-2(b_3 - \varphi(t_{FIN})^2}$ (рисунок 3.7). Под допустимыми управляющими воздействиями в силу цифрового характера регулятора будем понимать кусочно-постоянные функции с заданным на интервале регулирования числом переключений через равные промежутки времени. Тогда подлежащее определению управление – это вектор $z = [w(t_0), w(t_1), \ldots, w(t_{N-1})]$. Сигнал $w(t_i)$ действует на объект управления от момента времени t_i вплоть до наступления следующего тактового момента t_{i+1}.

Вербальная постановка нечетко-оптимальной задачи управления машиной Дубинса такова. Необходимо за $t_{FIN} = 7.7124$ единиц машинного времени перевести объект управления (3.1) из точки фазового пространства с координатами $a = [0,0,0]$, в малую окрестность точки с координатами $b = [-4,3,\pi/2]$, заданную условиями: «переменные x, y и φ в конце траектории должны быть как можно ближе к заданным значениям».

Нечетко-оптимальное управление $z = [w(t_0), w(t_1), \ldots, w(t_{N-1})]$ определим численно из условия $\min_j(\mu_j) \to \max_w,\ j = 1,2,3$. Задача решалась при разной периодичности смены управляющих воздействий в 2, 1 и 0.5 единиц времени, т.е. для $N = 3$ при 4-х, $N = 7$ при 8-и и $N = 15$ при 16-и интервалах управления.

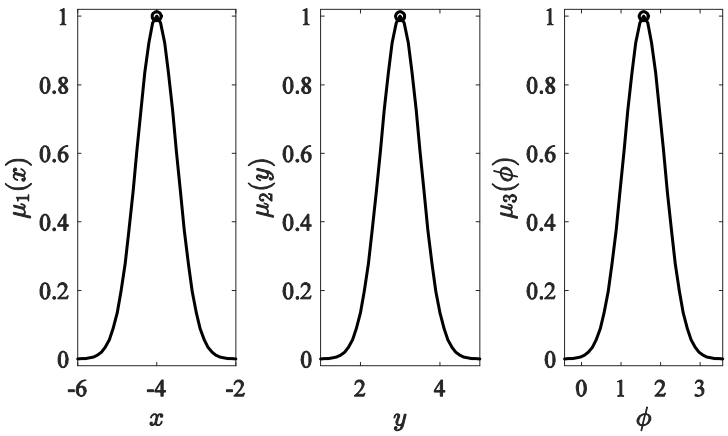

Рис. 3.7. Функции принадлежности нечетких множеств μ_j, $j = 1, 2, 3$

Результаты расчетов проиллюстрированы рисунками 3.8, 3.9 и таблицей 3.1. Из приведенных результатов следует, что при 4-х интервалах управления за $t_{FIN} = 7.7124$ ОУ (3.1, 3.2) переведен в точку $X_4(t_{FIN}) = [-3.9122, 2.9122, 1.6587]$, относительная погрешность достижения цели $\|X_4(t_{FIN}) - b\|_2 / \|b\|_2 = 0.0290$. При 8-и интервалах управления $X_8(t_{FIN}) = [-3.9891, 2.9876, 1.5815]$, относительная погрешность достижения цели $\|X_8(t_{FIN}) - b\|_2 / \|b\|_2 = 0.0033$, при 16-и интервалах управления $X_{16}(t_{FIN}) = [-3.9894, 2.9914, 1.5681]$, относительная погрешность достижения цели $\|X_{16}(t_{FIN}) - b\|_2 / \|b\|_2 = 0.0031$. Следовательно, при увеличении числа интервалов нечетко-оптимального управления имеет место сходимость приближенного решения к точному (по качеству полученного решения как погрешности достижения цели). Кроме того, имеет место сходимость нечетко-оптимального управления к точному управлению w^*. Так, при 4-х интервалах управления $\|w_4(t) - w^*\|_2 / \|w^*\|_2 = 0.3738$, при 8-и интервалах управления $\|w_8(t) - w^*\|_2 / \|w^*\|_2 = 0.2277$, при 16-и интервалах управления $\|w_{16}(t) - w^*\|_2 / \|w^*\|_2 = 0.2235$.

Таблица 3.1. Результаты решения нечетко-оптимальной задачи управления машиной Дубинса

Количество интервалов управления	$X_N(t_{FIN})$	$\frac{\|X_N(t_{FIN}) - b\|_2}{\|b\|_2}$	$\frac{\|w_N(t) - v^*\|_2}{\|w^*\|_2}$	$\min_j(\mu_j),\ j = 1,2,3$
4	$[-3.9122, 2.9122, 1.6587]$	0.0290	0.3738	0.9847
8	$[-3.9891, 2.9876, 1.5815]$	0.0033	0.2412	0.9991
16	$[-3.9894, 2.9914, 1.5681]$	0.0031	0.2235	1.0000

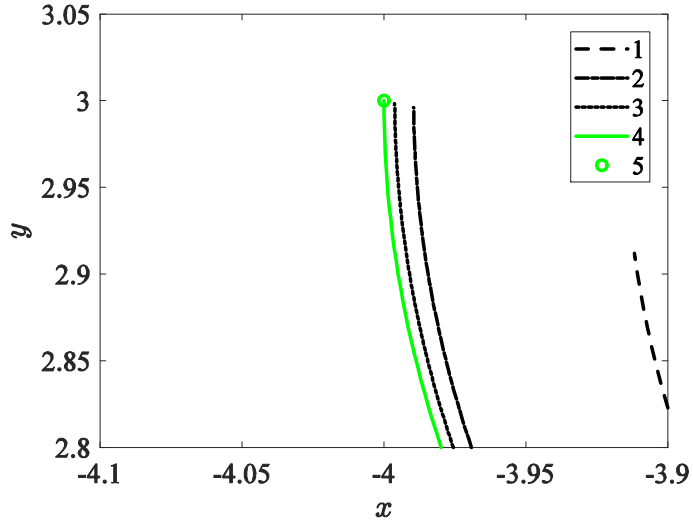

Рис. 3.8. Финальный участок траектории машины Дубинса: 1–при 4-х интервалах управления, 2–при 8-и интервалах управления, 3–при 16-и интервалах управления, 4– для точного решения, 5– требуемая конечная точка $b = [-4{,}3, \pi/2]$

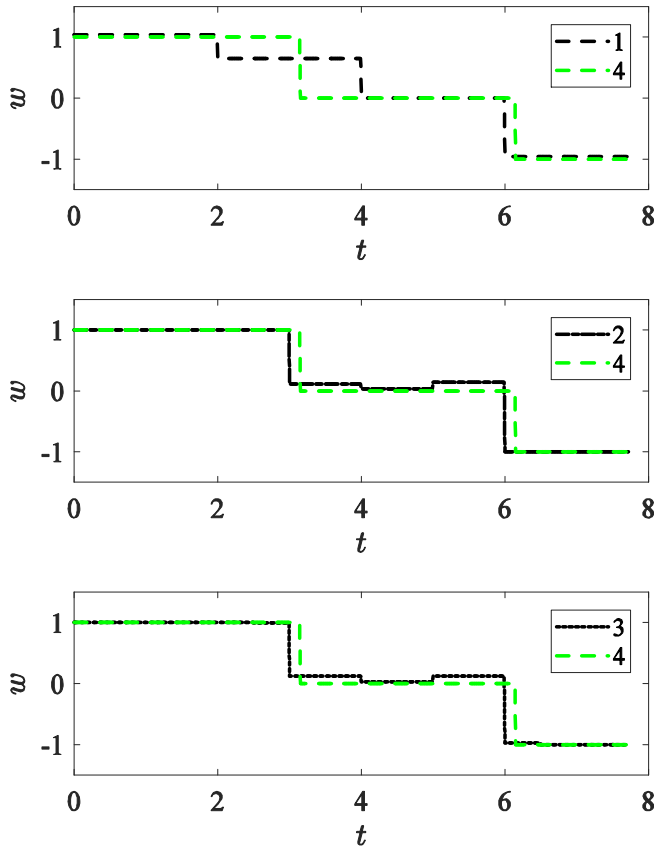

Рис. 3.9. Нечетко-оптимальное управление машиной Дубинса: 1– $w_4(t)$ при 4-х интервалах управления, 2– $w_8(t)$ при 8-и интервалах управления, 3– $w_{16}(t)$ при 16-и интервалах управления, 4– $w^*(t)$ для точного решения

Пример 2. Решим ту же задачу для машины Ридса-Шеппа. Точное решение проблемы $L=\int_0^{t_{FIN}}\sqrt{x^2(t)+y^2(t)}dt \to \min\limits_U \;\Leftrightarrow\; t_{FIN}\to \min\limits_U$ при $X(0)=a=[0,0,0]$, $X(t_{FIN})=b=[-4,3,\pi/2]$, при ограничении на управляющие воздействия вида (3.3) получено в настоящей работе на основе статьи [79]. Оптимальное управление $U^*(t)=[v^*(t),u^*(t)]^T$, представленное как система правил [78], имеет вид: «если $t\in[0,\,0.7610)$, то $v^*(t)=-1$, $w^*(t)=-1$, если $t\in[0.7610,\,3.7610)$, то $v^*(t)=-1$, $w^*(t)=0$, если $t\in[3.7610,\,5.3318)$ то $v*(t)=-1$, $w^*(t)=1$, если $t\in[5.3318,\,6.0928)$ то $v^*(t)=1$, $w^*(t)=1$». За счет расширения ресурсов управления время достижения конечной точки по сравнению с машиной Дубинса сокращается, $t_{FIN}=6.0928$. Траектория движения машины Ридса-Шеппа вида $L^-S^-R^-L^+$ приведена на рисунке 3.10, управление – на рисунке 3.11.

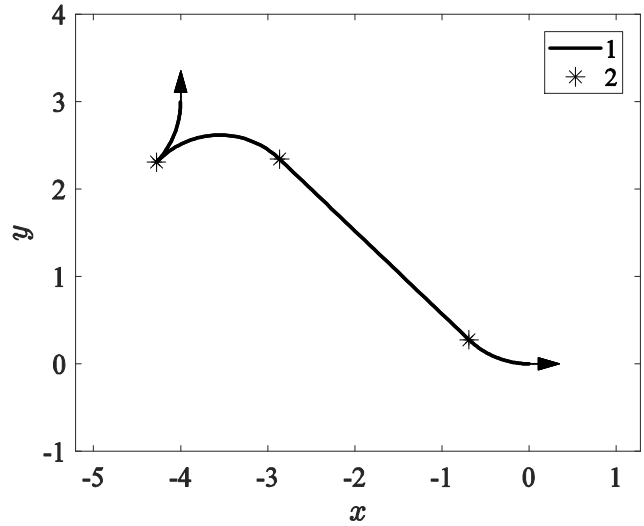

Рис. 3.10. Траектория движения машины Ридса-Шеппа:

1 – траектория, 2 – точки переключения управляющего воздействия

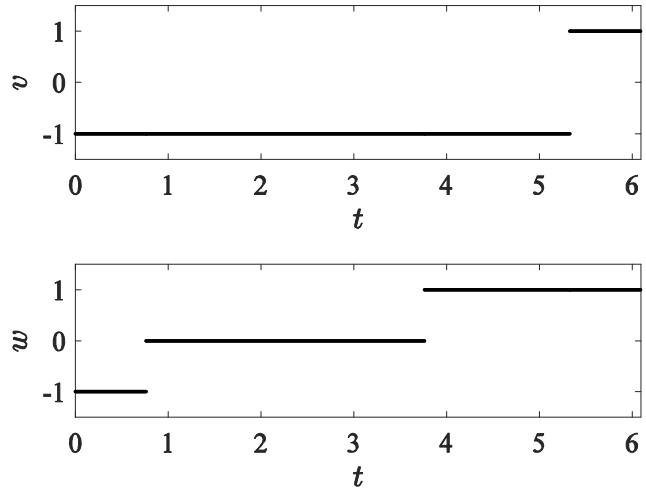

Рис. 3.11. Точное решение задачи управления перемещением машины Ридса-Шеппа

Точное решение также сравнивалось с приближенным, полученным в результате численного решения нечетко-оптимальной задачи (2.15), сформулированной с учетом определяемой быстродействием регулятора периодичности смены управляющих воздействий.

Постановка задачи, вид функций принадлежности и уравнения связи те же, что в примере 1, «четкие» ограничения определяются системой (3.3). Нечетко-оптимальное управление $U = [v(t), w(t)]$ определялись численно из условия $\min_j(\mu_j) \to \max_w,\ j = 1,2,3$. Задача решалась при 4-х, 8-и и 16-и интервалах управления. Результаты численного определения нечетко-оптимального управления $U = [v(t), w(t)]$ представлены на рисунках 3.12, 3.13 и в таблице 3.2.

Таблица 3.2. Результаты решения нечетко-оптимальной задачи управления машиной Ридса-Шеппа

Количество интервалов управления	$X_N(t_{FIN})$	$\frac{\lVert X_N(t_{FIN}) - b\rVert_2}{\lVert b\rVert_2}$	$\frac{\lVert v_N(t) - v^*\rVert_2}{\lVert v^*\rVert_2}$	$\frac{\lVert w_N(t) - w^*\rVert_2}{\lVert w^*\rVert_2}$	$\min_j(\mu_j)$
4	$[-3.7032, 2.7032, 1.8676]$	0.0981	0.6775	0.7085	0.8385
8	$[-3.8793, 2.8793, 1.4502]$	0.0399	0.2178	0.2543	0.9713
16	$[-3.9978, 2.9978, 1.5686]$	$7.3952 \cdot 10^{-4}$	0.2135	0.2322	1.000

При 4-х интервалах управления за $t_{FIN} = 6.0928$ ОУ (3.1, 3.3) переведен в точку $X_4(t_{FIN}) = [-3.7032, 2.7032, 1.8676]$, относительная погрешность достижения цели $\lVert X_4(t_{FIN}) - b\rVert_2 / \lVert b\rVert_2 = 0.0981$. При 8-и интервалах управления $X_8(t_{FIN}) = [-3.8793, 2.8793, 1.4502]$, относительная погрешность достижения цели $\lVert X_8(t_{FIN}) - b\rVert_2 / \lVert b\rVert_2 = 0.0399$, при 16-и интервалах управления $X_{16}(t_{FIN}) = [-3.9894, 2.9914, 1.5681]$, относительная погрешность достижения цели $\lVert X_{16}(t_{FIN}) - b\rVert_2 / \lVert b\rVert_2 = 7.3952\text{e-}04$. Вновь, как и в случае с машиной Дубинса, при увеличении числа интервалов нечетко-оптимального векторного управления машиной Ридса-Шеппа имеет место сходимость приближенного решения к точному. Кроме того, при увеличении числа интервалов нечетко-оптимального управления имеет место сходимость нечетко-оптимального управления к точному управлению $U^* = [v^*, w^*]^T$.

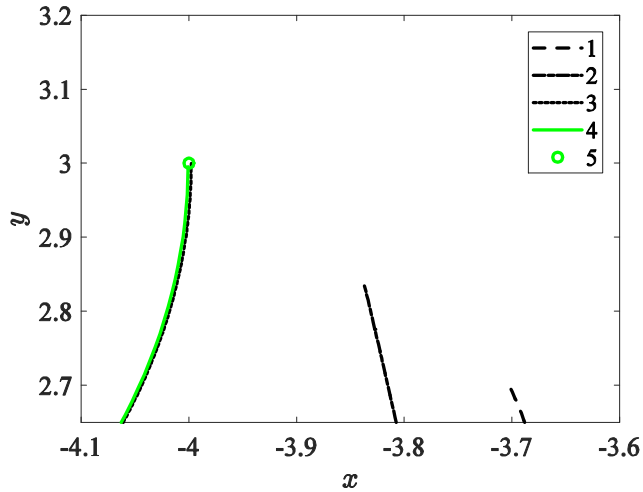

Рис. 3.12. Финальный участок траектории машины Ридса-Шеппа: 1–при 4-х интервалах управления, 2–при 8-и интервалах управления, 3–при 16-и интервалах управления, 4– для точного решения, 5– требуемая конечная точка $b = [-4{,}3, \pi/2]$

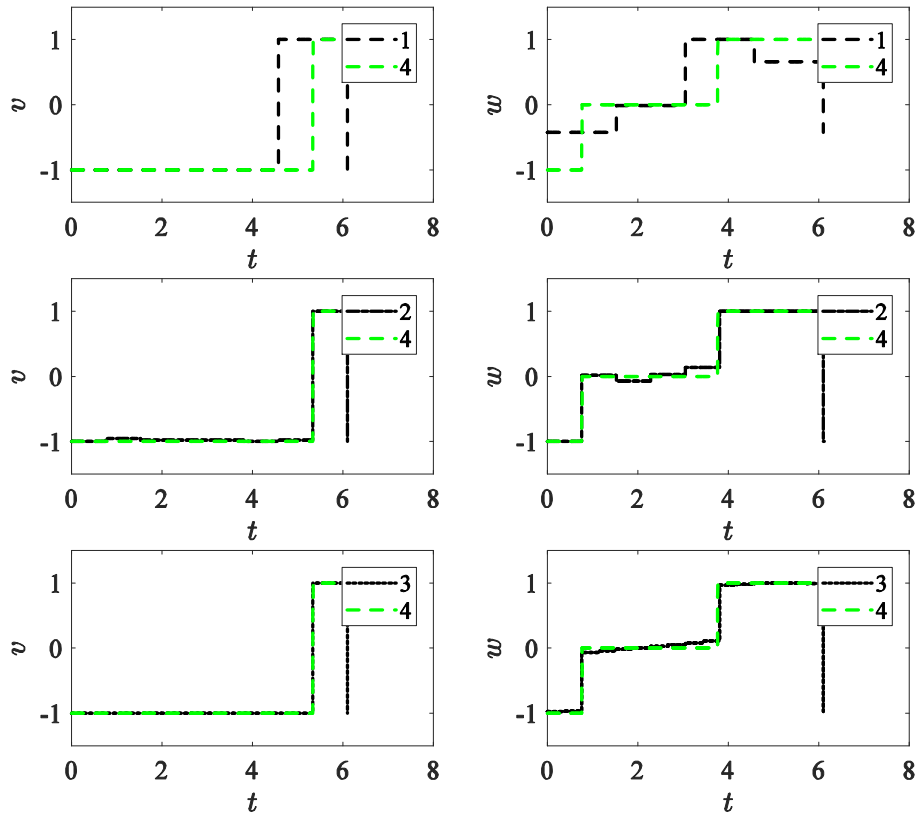

Рис. 3.13. Нечетко-оптимальное управление машиной Ридса-Шеппа: 1– $w(t)$ при 4-х интервалах управления, 2– $w(t)$ при 8-и интервалах управления, 3– $w(t)$ при 16-и интервалах управления, 4– $w(t)$ для точного решения

3.3.2. Решение задач управления мобильной системой при наличии нескольких целевых областей

Рассмотрим далее ряд задач с дополнительными условиями, налагаемыми на траекторию перемещения. Рассмотрим в частности задачу перемещения погрузчика из заданного начального в требуемое конечное положение при наличии некоторой обязательной для посещения промежуточной области. Это – задача забрать груз в одной точке склада и переместить его в другую. Такие задачи относятся к задачам второго типа (рисунок 3.14) и являются NP-трудными [80]. Известные автору варианты решения подобных задач предполагают дискретизацию задачи и поиск решения на регулярных сетках или графах [81], чем игнорируют кинематические ограничения на траекторию движения вида (3.1). Такие допущения не позволяют строить адекватные маршруты. Преодоление указанного недостатка подобных подходов может быть реализовано в рамках предлагаемого в работе нечетко-оптимального метода.

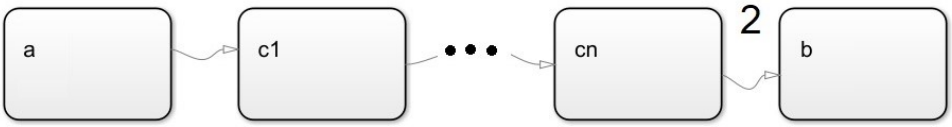

Рис. 3.14. Задача перевода объекта управления из заданного исходного состояния a в требуемое конечное состояние b через последовательность состояний c1…cn

Пример 3. В качестве характерного примера задачи второго типа рассмотрим проблему синтеза траектории и системы правил работы регулятора, которая вербально сформулирована следующим образом. Необходимо по кратчайшему пути $L = \int_0^{T_2} \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}dt \to \min$ за время T_2 перевести объект управления (3.1) из точки фазового пространства с координатам $X(0) = a = [0,0,0]$ в точку $X(T_2) = b = [0,4,\pi]$, перед этим посетив точку $X(T_1) = c1 = [4,4]$. Этот вариант задачи коммивояжера соответствует в складских условиях требованию к погрузчику переместиться в точку хранения груза, забрать его и доставить к заданному моменту времени по назначению.

Проблема синтеза системы продукций программного регулятора, оптимизирующего маневры подвижного объекта при нечетко сформулированных требованиях к промежуточному и конечному состоянию объекта может быть сформулирована как частный случай задачи 2.15, т.е. задачи определения такого алгоритма $z^* \in Z$ работы цифрового регулятора как набора управляющих сигналов $w(t_i)$, $i = 0,1,\ldots,N-1$, действующих на объект управления на временных интервалах $[t_i, t_{i+1})$, который обеспечивает $\min_j(\mu_j(f_j(z^*))) = \max_{z \in Z}, j = 1,2,...,n$,

$g_k(z^*) \geq 0, k = 1,2,...,m$, где функции принадлежности $\mu_j(.)$, $j = 1, 2, \ldots, k$ – это степени выполнения нечетких целей и ограничений, $g_k(\cdot), k = 1, 2, \ldots, m$ – «четкие» уравнения связи и ограничения. «Четкие» уравнения связи – это кинематическая модель погрузчика (3.1), «четкие» ограничения – это ограничение на управляющие воздействия вида (3.2) $v = 1,\ w \in [-1,1]$. Функции принадлежности μ_j, $j = 1,2,3,4$, определяющие точность попадания в промежуточную и конечную точки, т.е. выполнения условий $X(T_2) = b = [0,4,\pi]$ и $X(T_1) = c1 = [4,4]$, а также требование минимизации длины пути ($\mu_4(L)$), заданы аналитически: $\mu_1(\rho_1) = e^{-50\rho_1^2}$; $\mu_2(\rho_2) = e^{-50\rho_2^2}$; $\mu_3(\varphi) = e^{-50(\varphi(t_2)-\varphi_2)^2}$; $\mu_4(L) = 1/1 + e^{(L-20)^2}$; $L = \int_0^{T_2} \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}dt$,

где $\rho_1 = \min\limits_{t \in [0,T_2]} \left((x_{c11} - x(t))^2 + (y_{c11} - y(t))^2\right)^{1/2}$; $\rho_2 = \left((x_{b1} - x(T_2))^2 + (y_{b1} - y(T_2))^2\right)^{1/2}$.

Под допустимыми управляющими воздействиями в силу цифрового характера регулятора будем понимать кусочно-постоянные функции с заданным на интервале регулирования числом переключений через равные промежутки времени. Тогда подлежащее определению управление – это вектор $z = [w(t_0), w(t_1), \ldots, w(t_{N-1})]$. Сигнал $w(t_i)$ действует на объект управления от момента времени t_i вплоть до наступления следующего тактового момента t_{i+1}. На рисунках 3.15–3.17 показаны графики функций принадлежности $\mu_1 - \mu_4$ и результаты решения задачи. Длина пути равна $L = 10.49$, конечное состояние, $X(T_2) = [-0.0036, 4.0123, 3.1417]$, $X(T_1) = [4.0057, 4.0019]$ в момент $T_1 = 6.91$. Таким образом требования $X(T_2) = b = [0,4,\pi]$ и $X(T_1) = c1 = [4,4]$ выполнены практически точно, $\min(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4) = 0.9999$.

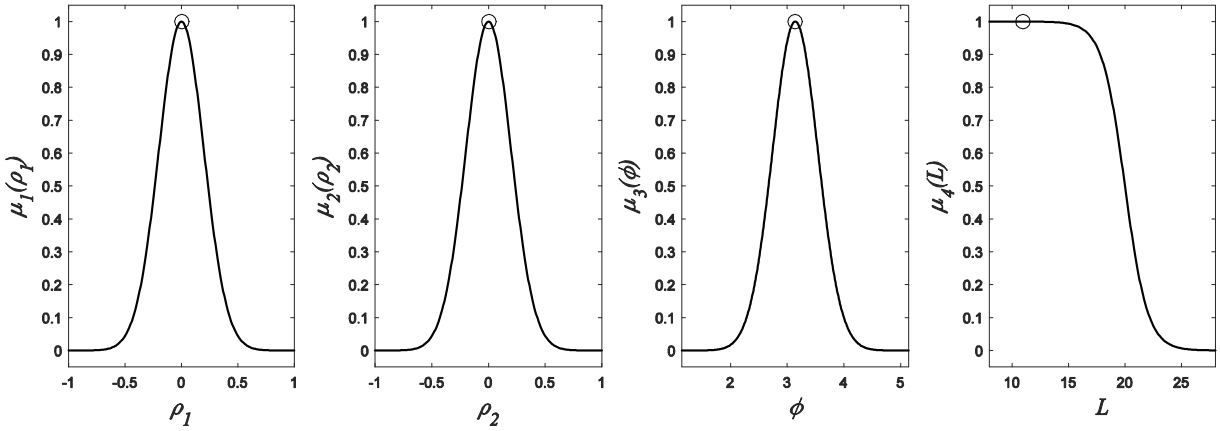

Рис. 3.15. Функции принадлежности нечетких множеств μ_i, $i = 1,2,3,4$

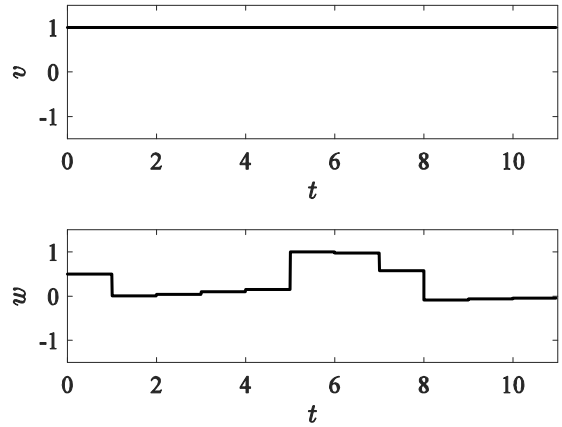

Рис. 3.16. Нечетко-оптимальное управление машиной Дубинса

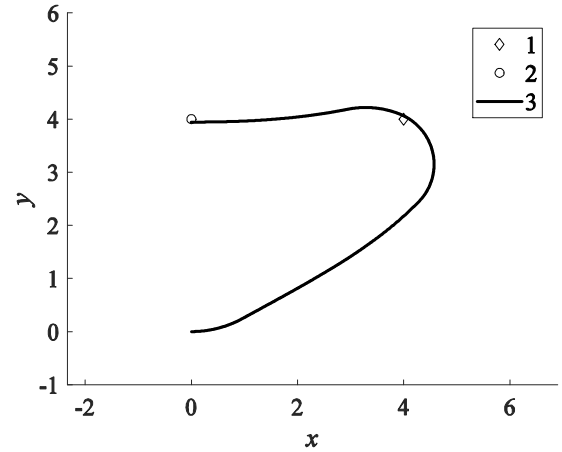

Рис. 3.17. Траектория движения машины Дубинса: 1 – промежуточная точка $c1 = [4,4]$, 2 – требуемая конечная точка $b = [0,4,\pi]$, 3 – траектория

В разделе 2.4. «Сравнительный анализ функций принадлежности» отмечалось, что для описания требований вида «переменная должна быть примерно равна заданному значению, $x \approx x_{ЗАД}$» использовались функции вида кривой Гаусса $\mu(x) = e^{-(x-c)^2/2\sigma^2}$ при $c = x_{ЗАД}$. Поскольку определяющие точность попадания в промежуточную и конечную точки функции принадлежности $\min(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = 1.0000$, т.е. отклонение мало по абсолютной величине, знания экспертов при определении параметров функций принадлежности μ_1, μ_2, μ_3 не играют принципиальной роли.

Для описания требования вида «длина пути L должна быть как можно меньше, $L \to \min$» использовалась сигмоидальная функция $\mu(x) = 1/(1 + e^{-a(x-c)})$ при $a < 0$. Здесь эксперт или ЛПР (постановщик задачи, технолог) может обозначить степень желательности этого требования. При определении конкретного вида кривой необходимо учитывать, что различные значения параметра c приведут к разной величине смещения полученного решения в «нужном»

направлении, т.е. в сторону уменьшения значения. Поскольку в данном случае использование знаний экспертов при определении параметров функций принадлежности более важно, задание функции принадлежности необходимо производить до начала процедуры решения нечетко-оптимальной задачи. Важен также последующий контроль абсолютной и относительной ошибки решения. Рассмотрим, как свойства решения этой же задачи зависят от функции принадлежности $\mu_4(L)$. Для нескольких значений параметра L_0 в выражении $\mu_4(L) = 1/1 + e^{(L-L_0)^2}$ определили качество получаемого решения (таблица 3.3).

Таблица 3.3. Результаты решения нечетко-оптимальной задачи управления машиной Дубинса при наличии нескольких целевых областей

L_0	$X(T_1)$	$X(T_2)$	L	$[\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4]$
20	$[4.0057, 4.0019]$	$[-0.0036, 4.0123, 3.1417]$	10.49	[1.0000 1.0000 1.0000 0.9999]
15	$[4.0021, 4.0008]$	$[-0.0034, 4.0506, 3.1439]$	10.44	[1.0000 0.9997 0.9997 0.9896]
12.5	$[3.8577, 3.9544]$	$[-0.0053, 4.2031, 3.1824]$	10.08	[0.9754 0.9183 0.9202 0.9183]
10	$[3.7966, 3.9447]$	$[-0.0238, 4.3112, 3.2074]$	10.00	[0.9061 0.6222 0.8051 0.5000]
9	$[3.8071, 3.9793]$	$[-0.0935, 4.3004, 3.1570]$	10.00	[0.9316 0.6127 0.9882 0.2689]

Из приведенных результатов следует, что уменьшение длины пути L на 4.9% при изменении параметра L_0 с 20 до 10 сопровождается снижением точности попадания в промежуточную точку на 5.1% и конечную точку на 7.8%. Значение критерия качества $\min(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4)$ при этом уменьшилось с 0.9999 до 0.5000, т.е. в два раза.

Характерной особенностью этой задачи является многоэтапность, наличие двух участков траектории, поскольку перевод ОУ из заданного исходного состояния a в требуемое конечное состояние b должен осуществляться через состояние c1. Если при оптимизации первой части траектории не учитывать требования к последовательности осуществления отдельных операций, необходимость посещения конечной точки, то длина пути существенно увеличивается. Для сравнения ниже приведена траектория маршрута, состоящего из двух локально-оптимальных участков (рисунок 3.18). Общая длина пути 12.82, что на 16.6 % больше, чем при нечетко-оптимальном построении маршрута целиком. Хотя первый локально-оптимальный участок траектории, переход объект управления из точки *X(0)=a* в точку *c1* по кратчайшему пути несколько сокращается, общая длина становится больше за счет значительного удлинения последующего локально-оптимального участка.

В следующем примере траектория состоит из трех участков, перевод ОУ из заданного исходного состояния a в требуемое конечное состояние b осуществляется через два промежуточных состояния, обязательных для посещения.

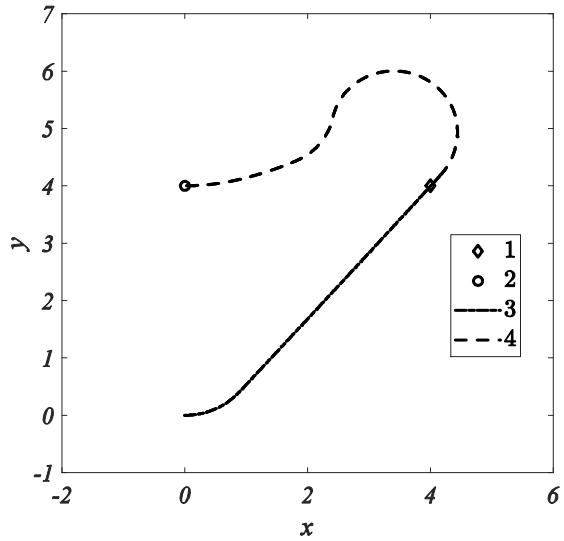

Рис. 3.18. Составная траектория движения машины Дубинса: 1 – промежуточная точка $c11=[4,4]$, 2 – требуемая конечная точка $b1=[0,4,\pi]$, 3 – первый участок траектории, 4 –второй участок траектории

Пример 4. Пусть задача управления с нечеткой целью и ограничениями сформулирована следующим образом. Необходимо по кратчайшему пути $L=\int_0^{t_F}\sqrt{x^2(t)+y^2(t)}dt \to \min$ за время t_F перевести объект управления (3.1) из точки фазового пространства *X(0)=a1*, $a1=[0,0,0]$, в точку $X(t_F)=b1$ с координатами $b1=[0,8,\pi/2]$, перед этим посетив последовательно точки *c1* с координатами $x_{c1}=4,\ y_{c1}=4$ и *c2* с координатами $x_{c2}=0,\ y_{c2}=4$. Систему правил работы цифрового программного регулятора будем искать в виде «если $t\in[i,i+1)$ то $v(t)=v_i,\ w(t)=w_i$», $i=0,1,2,\ldots,t_F-1$, что соответствует единичной частоте срабатывания регулятора (один раз в единицу модельного времени). На рисунке 3.19 представлены найденная траектория движения роботизированного погрузчика, на рисунке 3.20– реализующие такое движение управляющие воздействия $v(t),\ w(t)$. Полученное решение имеет следующие параметры: L=14.3, t_F=15, степень удовлетворения нечетким требованиям и ограничениям составила 0.99.

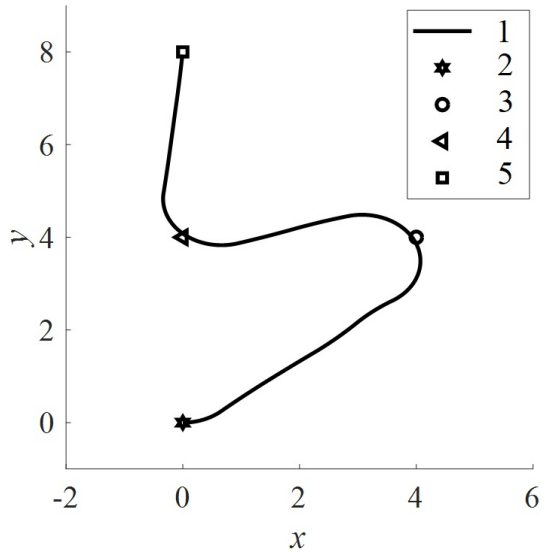

Рис. 3.19. Нечетко-оптимальное решение задачи перемещения погрузчика:
1– нечетко-оптимальная траектория, 2 – начальная точка $a1 = [0,0,0]$, 3 – промежуточная точка $c11 = [4,4]$, 4– промежуточная точка $c12 = [0,4]$, 5 –конечная точка $b1 = [0,4,\pi]$

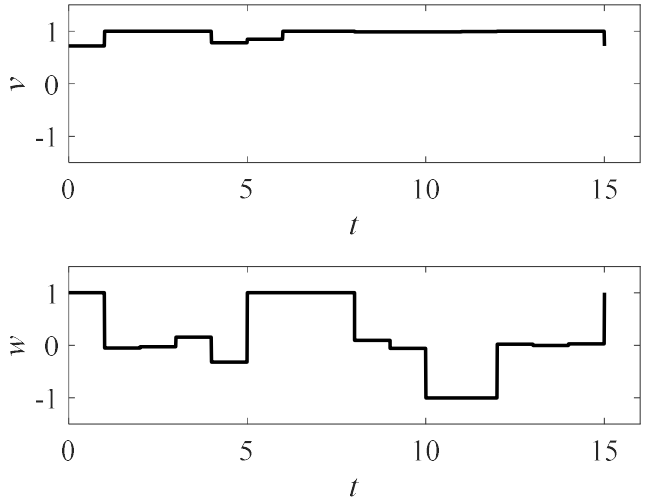

Рис. 3.20. Нечетко-оптимальные управляющие воздействия $v(t)$, $w(t)$

Далее для сравнения приведены характеристики маршрута, состоящего из трех локально-оптимальных участков и реализующие такое движение управляющие воздействия (рисунки 3.21, 3.22). Найденное решение имеет следующие параметры: L=17.1, t_F=17.1. Первый локально-оптимальный участок траектории, переход объект управления (4) из точки *a1* в точку *c11* несколько сокращается. Однако общая длина пути больше на 20%, поскольку при оптимизации первой части траектории не была учтена необходимость посещения других

пунктов. Следствием этого является значительное удлинение последующих локально-оптимальных участков.

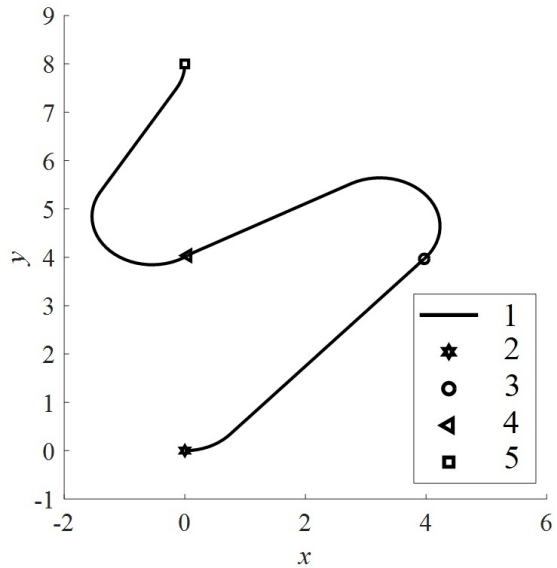

Рис. 3.21. Составная локально-оптимальноая траектория машины Дубинса: 1–траектория, 2 – начальная точка $a1 = [0,0,0]$, 3 – промежуточная точка $c11 = [4,4]$, 4– промежуточная точка $c12 = [0,4]$, 5 –конечная точка $b1 = [0,4,\pi]$

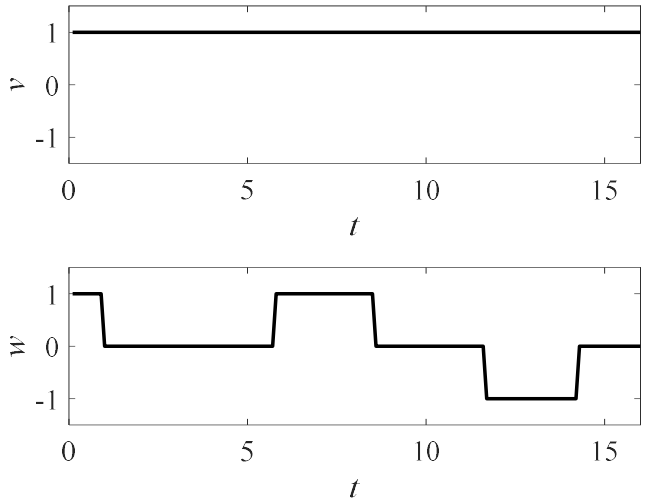

Рис. 3.22. Локально-оптимальные управляющие воздействия $v(t)$, $w(t)$

3.3.3. Решение задач управления мобильной системой при наличии дополнительных ограничений на траекторию

Ограничения на траекторию в виде наличия запретных состояний или областей (рисунок 3.23) учитываются за счет использования дополнительных функций принадлежности, причем монотонно убывающих или монотонно возрастающих. В этом состоит их отличие от

требований к желаемым состояниям, корректно описываемых унимодальными на интервале $(-\infty,+\infty)$ функциями принадлежности. Далее на нескольких типичных примерах рассмотрены варианты встречающихся на практике задач.

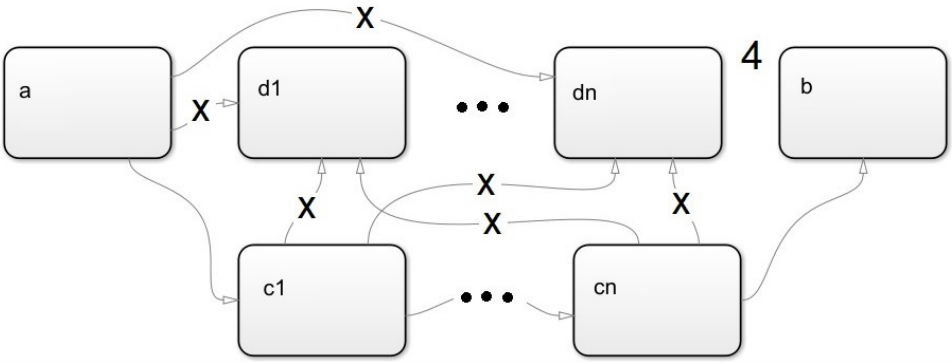

Рис. 3.23. Задача перевода объекта управления из заданного исходного состояния a в требуемое конечное состояние b через последовательность состояний c1…cn минуя запретные области d1…dn

Пример 5. Задача управления с нечеткой целью и ограничениями на область перемещения робота (проблема четвертого типа) сформулирована следующим образом. Требуется по кратчайшему пути переместить ОУ (3.1) из точки $a=[2,-1,0]$ в точку $b=[-4,0,0]$ через промежуточную точку $c1=[-2,2]$, минуя запретные области с центрами в точках $d1=[1,-1]$, $d2=[-1,0]$, $d3=[-3,1]$. Эта задача, являющаяся частным случаем проблемы (1.5), решалась для ОУ как в виде машины Дубинса (ограничение на управляющее воздействие (3.1) вида $v(t)\in[0,1]$), так и в виде машины Ридса-Шеппа (ограничение на управляющее воздействие (3.2) вида $v(t)\in[-1,1]$). Результаты численных расчетов представлены на рисунках 3.24 – 3.27. За счет расширения у машины Ридса-Шеппа допустимого диапазона управления длина пути в сравнениии с машиной Дубинса сокращается, но незначительно, с 12.446 до 11.799, т.е. на 5.5%. Степень выполнения требований к траектории в виде значений нечетких функций принадлежности варьировалась от 0.996 до 1.000, отклонение координат от заданных было менее 0.02.

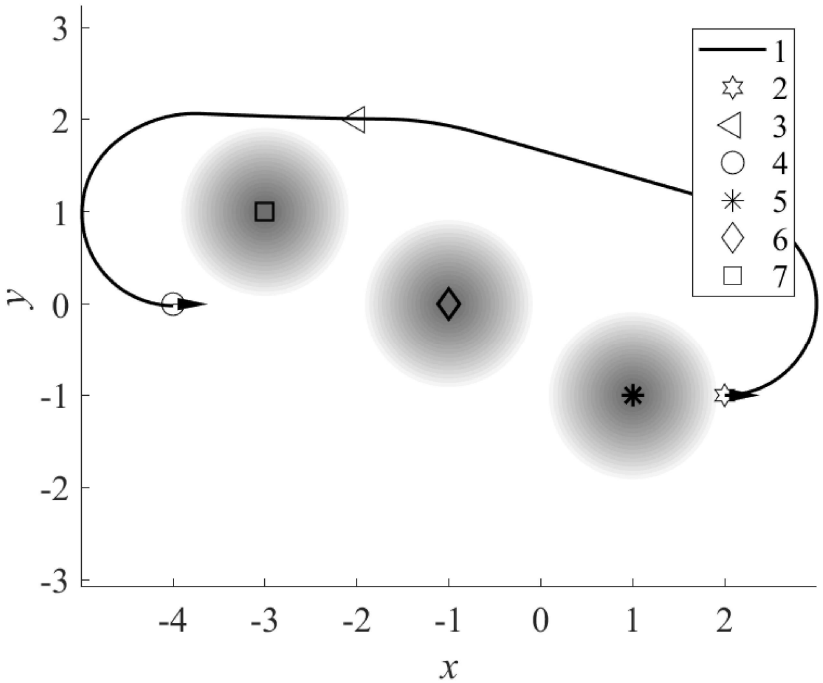

Рис. 3.24. Нечетко-оптимальное решение задачи перемещения машины Дубинса:

1– нечетко-оптимальная траектория, 2 – начальная точка $a2 = [2,-1,0]$, 3 – промежуточная точка $c21 = [-2,2]$, 4–конечная точка $b2 = [-4,0,0]$, 5, 6, 7–запретные области с центрами в точках $d21 = [1,-1]$, $d22 = [-1,0]$, $d23 = [-3,1]$

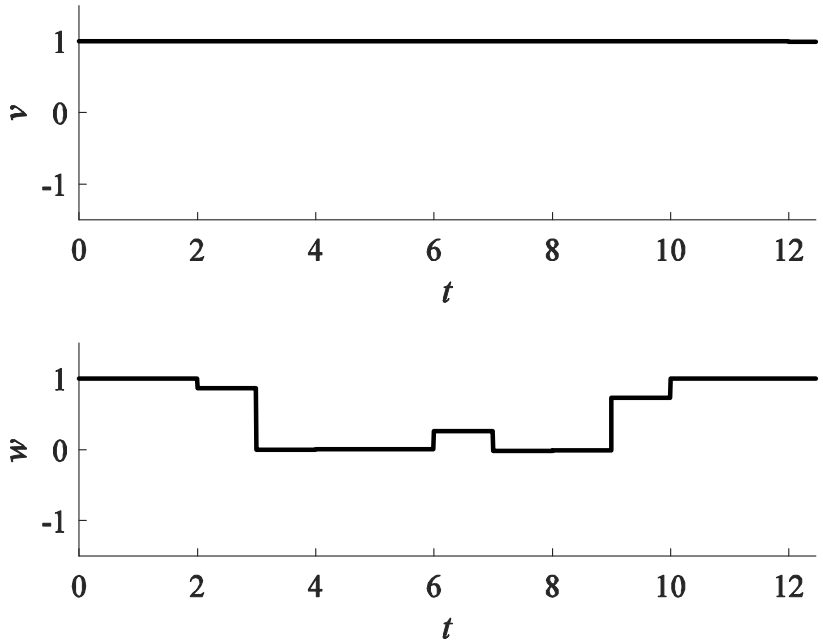

Рис. 3.25. Нечетко-оптимальное управление машиной Дубинса

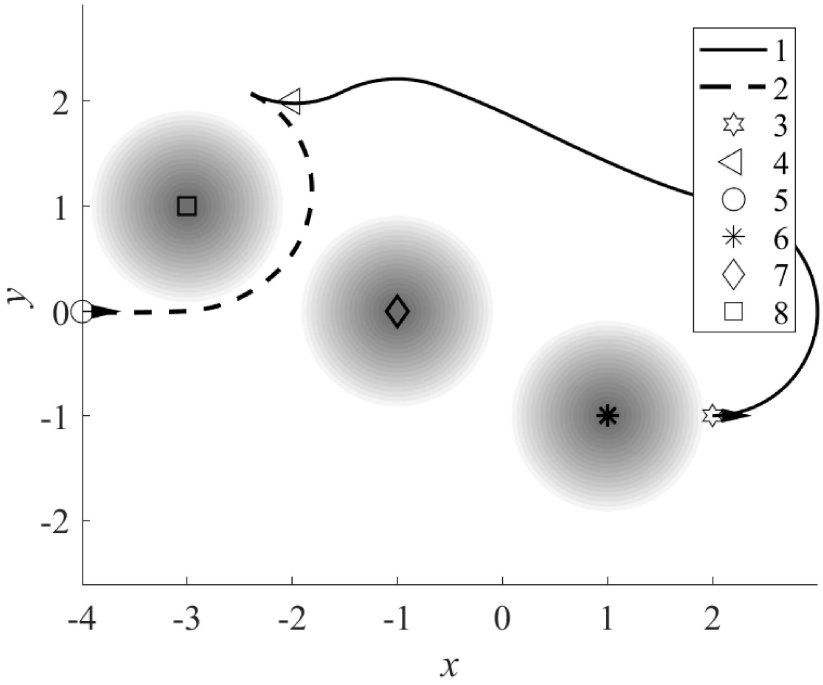

Рис. 3.26. Нечетко-оптимальное решение задачи перемещения машины Ридса-Шеппа: 1– первый участок нечетко-оптимальной траектории, движение «вперед», 2 – второй участок нечетко-оптимальной траектории, движение «назад», 3 – начальная точка $a2 = [2,-1,0]$, 4 – промежуточная точка $c21 = [-2,2]$, 5–конечная точка $b2 = [-4,0,0]$,6, 7, 8–запретные области с центрами в точках $d21 = [1,-1]$, $d22 = [-1,0]$, $d23 = [-3,1]$

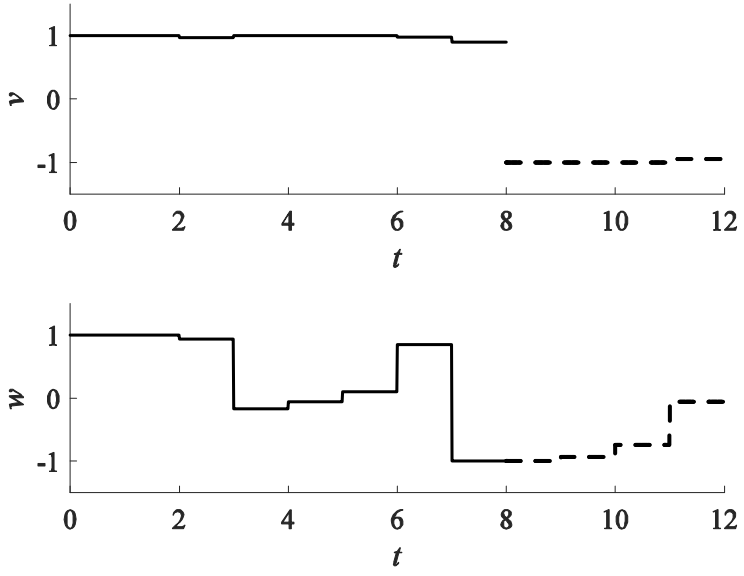

Рис. 3.27. Нечетко-оптимальное управление машиной Ридса-Шеппа

Общей во многих областях, включая навигацию и робототехнику, является проблема предотвращения столкновений транспортных средств с другими. Для складских помещений, в

условиях ограниченного объема и высокой плотности транспортного потока, эта проблема весьма актуальна. Совместное планирование движения транспортных средств может эффективно предотвратить угрозу столкновения. Такие задачи также относятся к задачам третьего типа (рисунок 3.23).

Эта проблема рассмотрена для двух случаев: когда ограничения касаются лишь угрозы столкновения (пример 6) и когда траектории погрузчиков стеснены дополнительными условиями (пример 7).

Пример 6. В качестве характерного примера рассмотрена задача синтеза траекторий и систем правил работы регуляторов в задаче управления двумя роботизированными погрузчиками, одновременно перемещающимися навстречу друг другу по потенциально опасным траекториям. Каждый из погрузчиков представляет запретную область для другого, причем перемещающуюся в пространстве.

Нечеткие условия сформулированы следующим образом: необходимо по кратчайшему пути за определенное время t_1 перевести первый объект управления вида (3.1) с вектором состояний $X_1 = [x_1, y_1, \varphi_1]^T$ и вектором управляющих воздействий $U_1 = [v_1, w_1]^T$ из точки фазового пространства с координатам $a_1 = (0,1,0)$ в точку с координатами $b_1 = (7,1,0)$. Одновременно необходимо по кратчайшему пути за время t_2 перевести второй объект управления вида (3.1) с вектором состояний $X_2 = [x_2, y_2, \varphi_2]^T$ и вектором управляющих воздействий $U_2 = [v_2, w_2]^T$ из точки фазового пространства с координатам $a_2 = (7,1,\pi)$ в точку с координатами $b_2 = (0,0,\pi)$. Функции принадлежности нечетких множеств длин траекторий и точности достижения требуемой точки заданы аналитически,

$$\mu_1(L_1) = \frac{1}{1+e^{(L_1-20)^2}};\ L_1 = \int_0^{t_1} \sqrt{x_1^2(t) + y_1^2(t)}dt;\ \mu_2(L_2) = \frac{1}{1+e^{(L_2-20)^2}};\ L_2 = \int_0^{t_2} \sqrt{x_2^2(t) + y_2^2(t)}dt;$$

$$\mu_3(\rho_1) = e^{-50\rho_1^2};\ \rho_1 = \left((x_{b1} - x_1(t_1))^2 + (y_{b1} - y_1(t_1))^2\right)^{1/2};\ \mu_4(\varphi_1) = e^{-50(\varphi_1(t_1)-\varphi_{b1})^2};$$

$$\mu_5(\rho_2) = e^{-50\rho_2^2};\ \rho_2 = \left((x_{b2} - x_2(t_2))^2 + (y_{b2} - y_2(t_2))^2\right)^{1/2};\ \mu_6(\varphi_2) = e^{-50(\varphi_2(t_2)-\varphi_{b2})^2}.$$

Однако дополнительно необходимо поставить условие обеспечения безопасности маршрутов перемещения. В противном случае требование следовать по кратчайшему пути приведет к столкновению. Это дополнительное условие задано в виде функции принадлежности $\mu_7(d)$ нечеткого множества допустимых значения расстояния d между погрузчиками: $\mu_7(d) = \dfrac{1}{1+e^{-3(d^2-2)^2}}$; $d = \min\limits_{t\in[0,\max(t_1,t_2]} \left((x_1(t) - x_2(t))^2 + (y_1(t) - y_2(t))^2\right)^{1/2}$.

Характеристики найденного решения, включающего маршруты погрузчиков и алгоритмы

управления ими, иллюстрируются рисунками 3.28, 3.29, степень удовлетворения нечетким требованиям и ограничениям составляет 0.97 – 0.98.

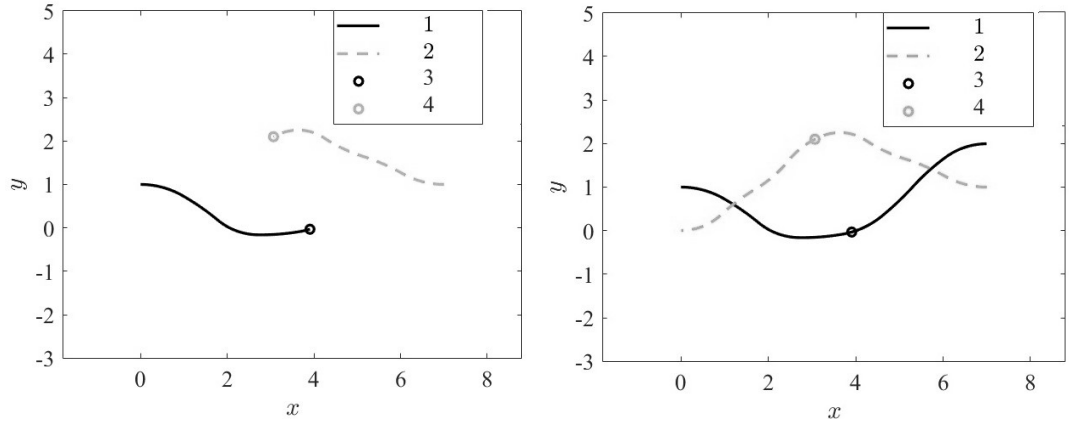

Рис. 3.28. Нечетко-оптимальные траектории движения погрузчиков: 1–траектория первого погрузчика, 2–траектория второго погрузчика, 3, 4–положение первого и второго погрузчиков в момент наибольшего сближения

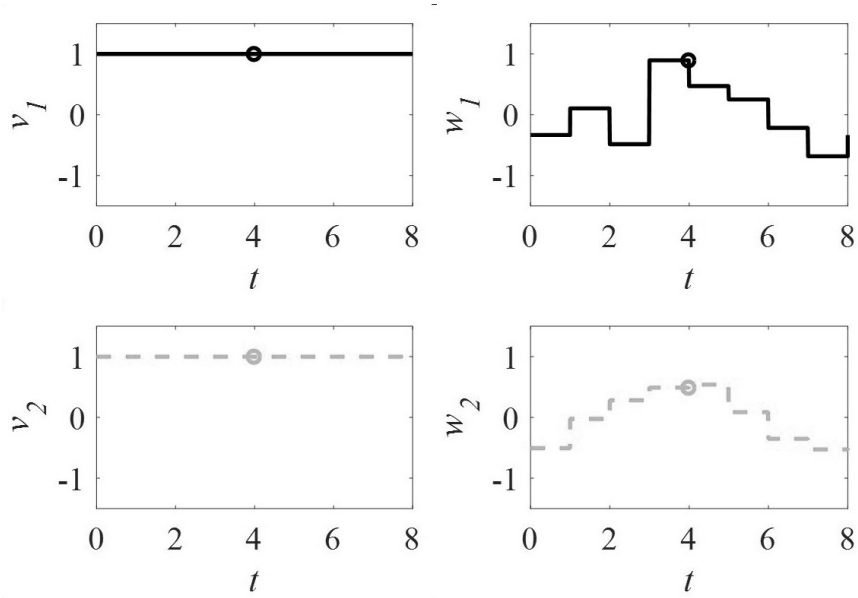

Рис. 3.29. Управляющие воздействия, реализующие нечетко-оптимальную траекторию движения погрузчиков

Пример 7. Второй вариант задачи синхронного перемещения двух погрузчиков усложнен наличием ограничения на траекторию первого из них, которая не должна лежать ниже линии $y_1(t)=0$ (это может быть такое статическое препятствие, как стена). Еще одно дополнительное условие зададим в виде функции принадлежности $\mu_8(o)$ нечеткого множества допустимых значения ограничения o на траекторию первого погрузчика: $\mu_8(o)=\dfrac{1}{1+e^{-3(o+2)^2}}$; $o=\min\limits_{t\in[0,t_1]}\left(y_1(t)\right)$.

Характеристики найденного решения, включающего маршруты обоих погрузчиков и алгоритмы управления ими, иллюстрируются рисунками 3.30, 3.31, степень удовлетворения нечетким требованиям и ограничениям составляет 0.9975 – 0.9991.

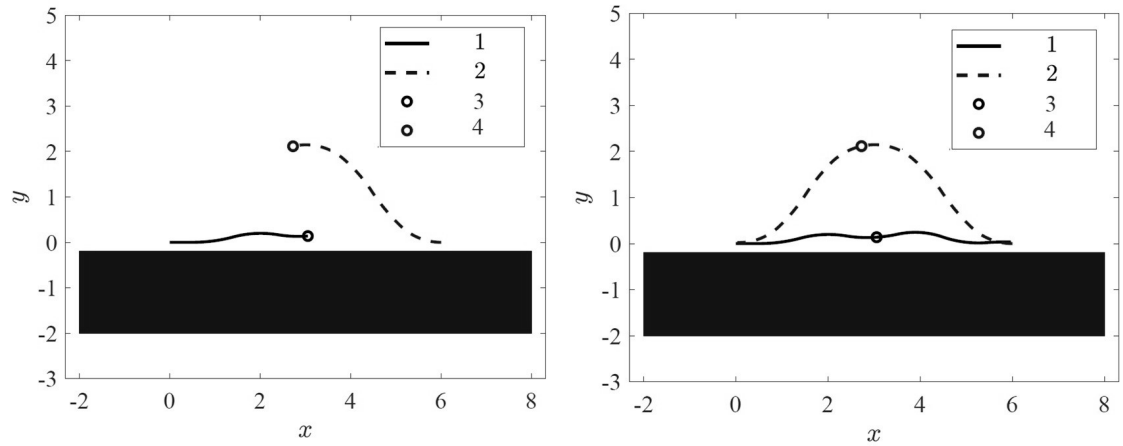

Рис. 3.30. Нечетко-оптимальные траектории движения роботизированных погрузчиков в условиях статического ограничения: 1–траектория первого погрузчика, 2–траектория второго погрузчика, 3, 4–положение первого и второго погрузчиков в момент наибольшего сближения

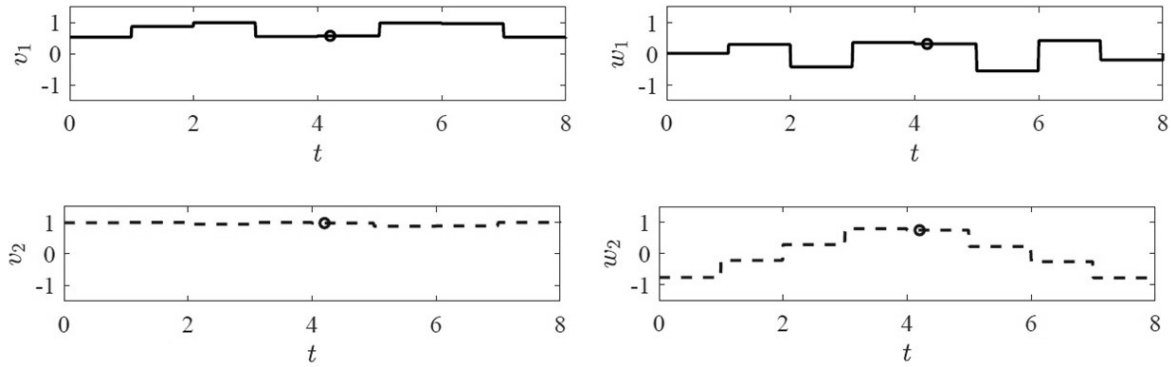

Рис. 3.31. Управляющие воздействия, реализующие нечетко-оптимальные траектории движения погрузчиков в условиях ограничения

3.4. Локальное планирование в задачах управления мобильной системой

3.4.1 Локальное планирование в задачах управления мобильной системой при наличии возмущений

Как отмечалось ранее, существующие стратегии навигации мобильных систем делятся на глобальные и локальные. Глобальные алгоритмы используют информацию обо всем пространстве поиска. Это позволяет определить участки, по которым возможно движение. Затем выбирается оптимальный путь как единственное решение для всего временного горизонта. Время вычислений при этом существенно выше, чем при локальной стратегии за счет увеличения пространства поиска и числа искомых параметров. Однако, поскольку поиск

осуществляется не в темпе с управляемым процессом, а заранее, время вычислений может не служить определяющим фактором.

Иная ситуация складывается в случае локального поиска, который осуществляется в темпе с управляемым процессом. Локальная стратегия предполагает пошаговое управление движением как последовательность этапов: «наступление очередного тактового момента времени – вычисление очередного сигнала управления – применение этого управления к объекту вплоть до наступления следующего тактового момента». У этого способа есть как достоинства, так и недостатки. Локальная стратегия позволяет скорректировать управление в случаях отклонения траектории процесса от желаемой вследствие неточности модели или воздействия возмущающих факторов. Однако вычисление сигнала управления происходит не мгновенно, возникает определенное временное запаздывание. При значительной сложности вычислений время расчетов должно быть учтено как часть общего времени движения ОУ к цели.

В примерах 1, 2 рассмотрена задача синтеза нечетко-оптимального программного регулятора, функциональная схема которого представлена на рисунке 1.2. Поиск всей совокупности управляющих сигналов происходит до начала процесса управления (до момента t_0), исходя из требований к поведению объекта управления с использованием модели объекта и окружающей среды. Следовательно, решалась задача глобальной навигации.

Алгоритм $U(\tau, Y(\tau)), \tau = [t_0, t_N]$ цифрового регулятора системы позиционного управления (рисунок 1.3) отличается от алгоритма программного регулятора тем, что поиск управляющих сигналов происходит во время процесса управления (в моменты $t_i, i = 0,1,2,\ldots,N-1$), а используемая информация в виде модели объекта и среды дополняется сигналами обратных связей $Y(t_i), i = 0,1,2,\ldots,N-1$. В следующем примере с использованием сигнала обратной связи $Y(t_i) = [x(t_i), y(t_i)]^T, i = 0,1,2,\ldots,N-1$ по положению (пространственным координатам x, y) позволяющего скорректировать управление в случаях отклонения траектории от желаемой, рассмотрена задача синтеза нечетко-оптимального позиционного регулятора, реализующего локальную стратегию навигации.

В такой постановке задача сходна с задачей терминального управления, т.е. задачей приведения объекта управления за заданное время в заданное конечное состояние, определяемое совокупностью краевых условий. Задача терминального управления была сформулирована в работе [82], и ее аналитическое решение известно для линейных и узкого класса нелинейных систем и, как правило, в виде программного управления [83]. Различают сильное терминальное управление, переводящее систему из заданного начального состояния в заданное конечное состояние за заданное время и слабое терминальное управление,

переводящее за заданное число шагов систему из заданного начального состояния в окрестность заданного конечного состояния. [84]. Терминальные системы позиционного управления отличаются от систем стабилизации способом организации процесса управления. Принципы управления, реализуемые терминальным системам, предусматривают многократно повторяющееся прогнозирование будущего движения системы от текущего до терминального момента и коррекцию управляющего воздействия (программы управления) с целью компенсации неизбежно возникающих в реальных условиях погрешностей управления. Задачи позиционного терминального управления, как правило, являются многокритериальными и решаются численно [85].

Далее рассмотрен ряд задач синтеза системы продукций регулятора, работающего в составе системы позиционного управления (1.3) и оптимизирующего маневры подвижного объекта при нечетко сформулированных требованиях к конечному состоянию объекта. Такие задачи также могут быть сформулированы как частные случаи проблемы 2.15, т.е. задачи определения такого алгоритма $z^* \in Z$ работы цифрового регулятора как набора управляющих сигналов $w(t_i, x_i, y_i)$, $i = 0,1,\ldots,N-1$, действующих на объект управления на временных интервалах $[t_i, t_{i+1})$. Набор управляющих сигналов $w(t_i, x_i, y_i)$, $i = 0,1,\ldots,N-1$ обеспечивает $\min_j(\mu_j(f_j(z^*))) = \max_{z\in Z}, j = 1,2,...,n$ при условии $g_k(z^*) \geq 0, k = 1,2,...,m$, где функции принадлежности $\mu_j(.)$, $j = 1, 2, \ldots, n$ – это степени выполнения нечетких целей и ограничений, $g_k(\cdot), k = 1, 2, \ldots, m$ – «четкие» уравнения связи и ограничения. «Четкие» уравнения связи – это кинематическая модель погрузчика (3.1), «четкие» ограничения – это ограничение на управляющие воздействия вида (3.2) $v = 1, w \in [-1,1]$. На каждом временном шаге $i = 0,1,\ldots,N-1$ управляющий сигнал $w(t_i, x_i, y_i)$ зависит от координат x_i, y_i объекта управления, исходя из этого корректируется прогноз будущего движения системы.

Пример 8. Ставится задача перевода машины Дубинса (3.1) из заданной начальной $X(0) = a = [0,0,0]$ в требуемую конечную точку $X(t_{FIN}) = b = [-4,3]$ за заданное время при ограничении на управляющие воздействия вида (3.2). Эта задача также относится к простейшим задачам первого типа (рисунок 3.4). Из-за отсутствия требования к третьей координате ОУ – углу φ – эта задача является задачей с подвижным концом траектории, автору не известно ее точное аналитическое решение. Функции принадлежности μ_j, $j = 1,2$, определяющие точность выполнения условия $X(t_{FIN}) = b = [-4,3]$, заданы аналитически: $\mu_1(x) = e^{-2(b_1 - x(t_{FIN}))^2}$, $\mu_2(y) = e^{-2(b_2 - y(t_{FIN}))^2}$. Время достижения цели определялась из условия

$t_{FIN} : \sqrt{(x(t_{FIN}) - b_1)^2 + (y(t_{FIN}) - b_2)^2} \le 0.04$. Вербальная постановка нечетко-оптимальной задачи управления машиной Дубинса такова. Необходимо перевести объект управления (3.1) из точки фазового пространства с координатами $a = [0,0,0]$, в малую окрестность точки с координатами $b = [-4,3]$, заданную условиями: «переменные x и y в конце траектории должны быть как можно ближе к заданным значениям». Нечетко-оптимальное управление определим численно из условия $\min_j(\mu_j) \to \max_w,\ j = 1,2$. Эта задача вычисления слабого терминального управления [84], переводящего за заданное число шагов систему из заданного начального состояния в заданную окрестность конечного состояния, решалась при периодичности смены управляющих воздействий, равной 1 единице времени, т.е. для $N = 7$ в $z = [w(t_0), w(t_1), \ldots, w(t_{N-1})]$ при 8-и шагах управления. Результаты решения этой задачи при локальной стратегии планирования приведены на рисунках 3.32, 3.33 и в таблице 3.4. В этой же таблице и на рисунках 3.34, 3.35 представлены результаты решения задачи при глобальной стратегии планирования.

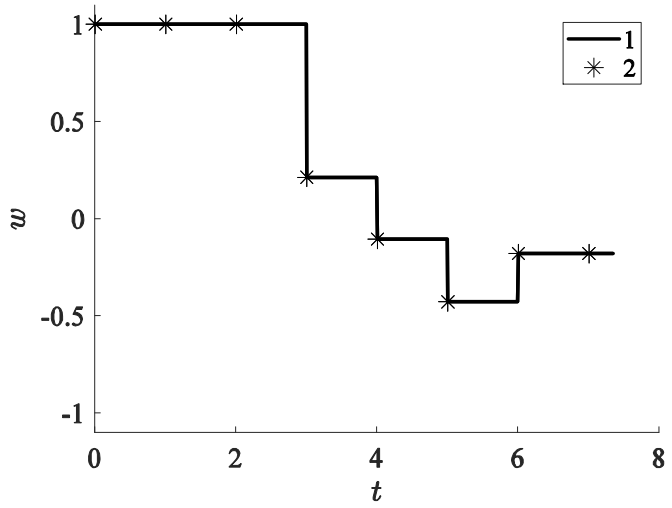

Рис. 3.32. Управление при локальной стратегии планирования:

1 – управляющие воздействия, 2 – точки вычисления управляющих воздействий

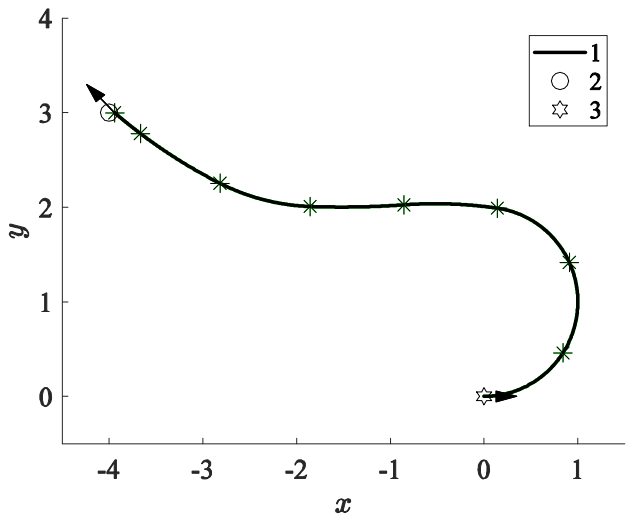

Рис. 3.33. Траектория при локальной стратегии планирования:

1 – траектория, 2 – конечная точка, 3 – начальная точка

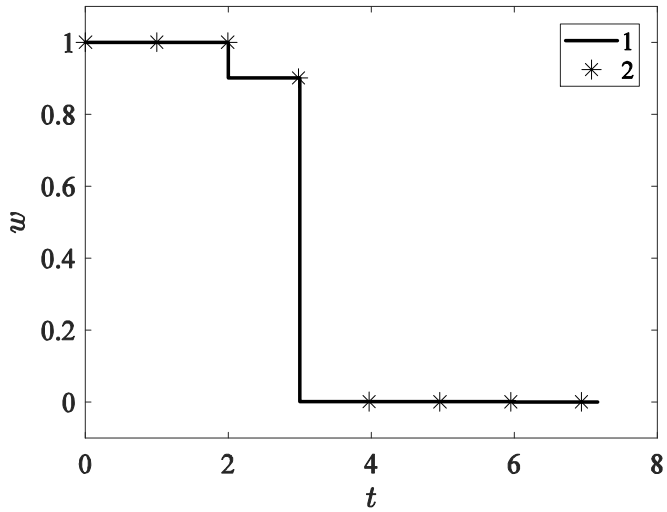

Рис. 3.33. Управление при глобальной стратегии планирования:

1 – управляющие воздействия, 2 – границы временных интервалов управления

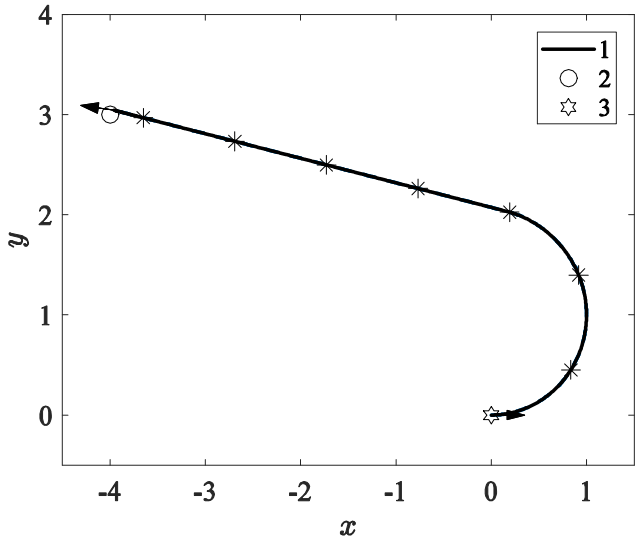

Рис. 3.34. Траектория при глобальной стратегии планирования:

1 – траектория, 2 – конечная точка, 3 – начальная точка

Таблица 3.4. Результаты решения нечетко-оптимальной задачи управления машиной Дубинса в невозмущенной задаче

метод планирования	время движения к цели	x	y	$\max_w \min_j(\mu_j)$, $j = 1,2$	количество обращений к модели процесса
глобальный поиск	7.2442	-3.9576	3.0424	0.9998	19 – 172 (fminsearch) + 43 – 25 (fminimax)
локальный поиск	7.3513	-3.9400	2.9989	0.9999	125 (7 + 7 + 7 + 28 + 23 + 23 + 23 + 7)

Из приведенных результатов следует, что в невозмущенной задаче качество управления при глобальном планировании и при локальном планировании примерно одинаково. Временные затраты на вычисление управляющих воздействий, как следует из раздела 2.7 «Анализ численных процедур определения нечетко-оптимального значения обобщенного показателя качества», пропорциональны количеству обращений к модели процесса. В случае глобального поиска определению подлежит весь вектор управляющих воздействий целиком. При этом количество N_J обращений к модели существенно зависит от выбора начальной точки x_0 работы алгоритма численной оптимизации. При локальном поиске вычисления управляющих воздействий происходят поэтапно, количество обращений к модели на каждом шаге вычислений значительно меньше, хотя их суммарное количество может даже превосходить количество обращений глобального метода планирования.

Далее рассмотрим ситуацию, когда модель объекта не вполне адекватна реальному процессу или на ОУ действует возмущение. На рисунках 3.35 – 3.37 показаны результаты решения задачи при возмущенном поведении объекта вида

$$X = [v \cdot \cos(\varphi), v \cdot \sin(\varphi) - 0.1, w \cdot |v|]'. \tag{3.4}$$

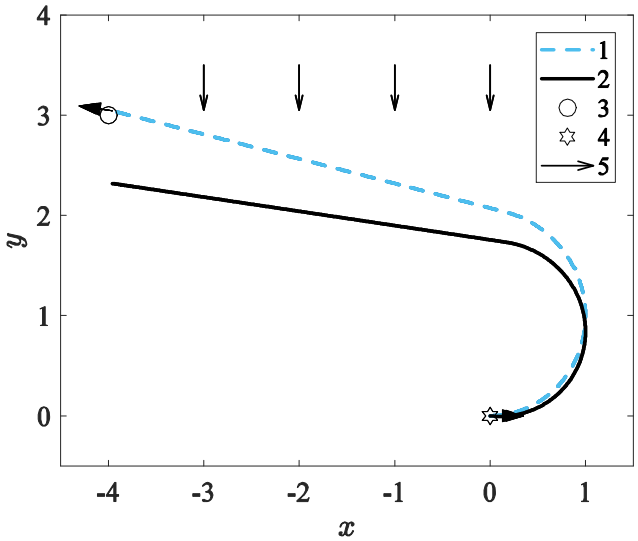

Рис. 3.35. Траектория при глобальной стратегии планирования и возмущенном поведении объекта вида (3.4): 1 – предполагаемая траектория, 2 – реальная траектория, 3 – конечная точка, 4 – начальная точка, 5 – направление действия возмущения

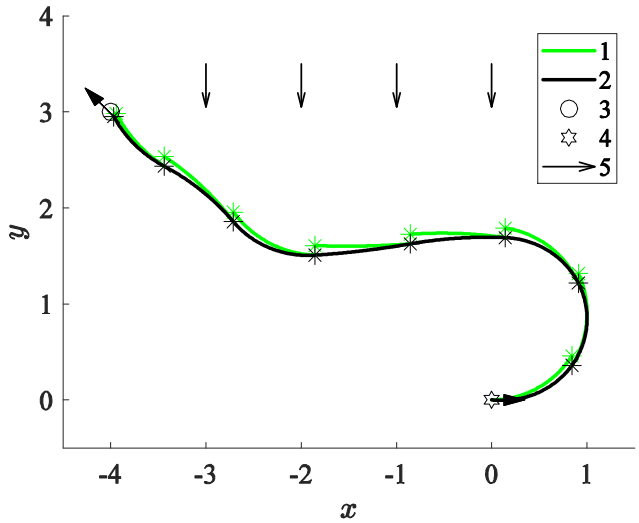

Рис. 3.36. Траектория при локальной стратегии планирования и возмущенном поведении объекта вида (3.4): 1 – предполагаемая траектория, 2 – реальная траектория, 3 – конечная точка, 4 – начальная точка, 5 – направление действия возмущения

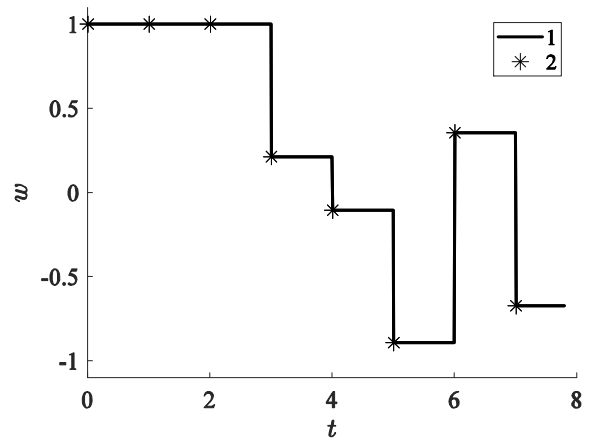

Рис. 3.37. Управление при локальной стратегии планирования и возмущенном поведении объекта вида (3.4): 1 – управляющие воздействия, 2 – точки вычисления управляющих воздействий

На рисунках 3.38 – 3.40 показаны результаты решения задачи при возмущенном поведении объекта вида

$$X = [v \cdot \cos(\varphi) + 0.1, v \cdot \sin(\varphi) + 0.1, w \cdot |v|]'. \qquad (3.5)$$

Результаты решения задачи при возмущенном поведении объекта вида (3.4) и вида (3.5) сведены в таблицу 3.5. Из приведенных результатов следует, что в случае возмущенного поведения объекта глобальное планирование демонстрирует неудовлетворительное качество, в этом случае альтернатива локальному планированию и использованию позиционного регулирования отсутствует.

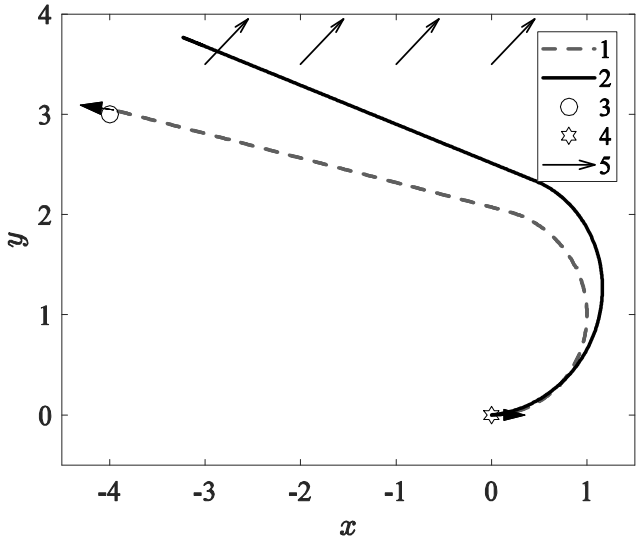

Рис. 3.38. Траектория при глобальной стратегии планирования и возмущенном поведении объекта вида (3.5): 1 – предполагаемая траектория, 2 – реальная траектория, 3 – конечная точка, 4 – начальная точка, 5 – направление действия возмущения

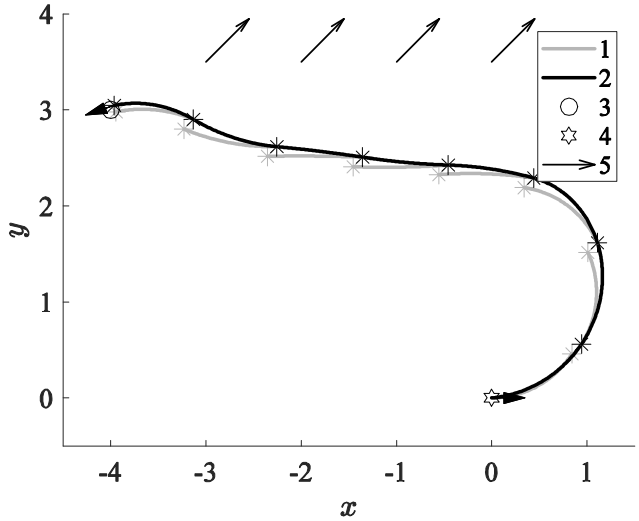

Рис. 3.39. Траектория при локальной стратегии планирования и возмущенном поведении объекта вида (3.5): 1 – предполагаемая траектория, 2 – реальная траектория, 3 – конечная точка, 4 – начальная точка, 5 – направление действия возмущения

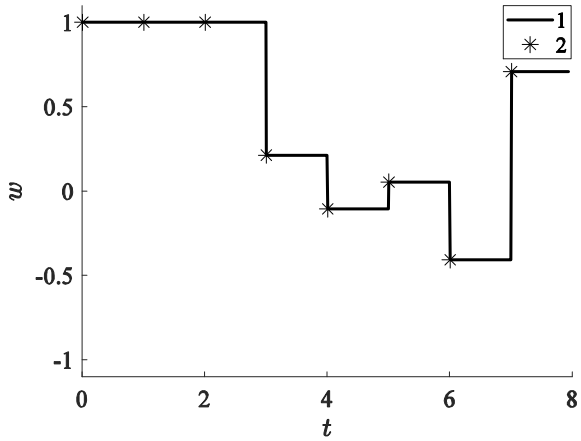

Рис. 3.40. Управление при локальной стратегии планирования и возмущенном поведении объекта вида (3.5): 1 – управляющие воздействия, 2 – точки вычисления управляющих воздействий

Таблица 3.5. Результаты решения возмущенной нечетко-оптимальной задачи управления машиной Дубинса

вид ОУ, метод планирования	время движения к цели	x	y	$\max_{w}\min_{j}(\mu_j),\ j=1,2$
глобальный поиск, невозмущенный ОУ	7.2442	-3.9576	3.0424	0.9998
глобальный поиск, возмущенный ОУ (3.4)	7.2442	-3.9576	2.3180	$1.1*10^{-6}$
локальный поиск, возмущенный ОУ (3.4)	7.8053	-3.9679	2.9493	0.9692

глобальный поиск, возмущенный ОУ (3.5)	7.2442	-3.2332	3.7668	$5.3*10^{-10}$
локальный поиск, возмущенный ОУ (3.5)	7.9438	-3.9620	3.0464	0.9690

3.4.2. Переборные алгоритмы в задачах планирования при наличии ограничений на время принятия управленческих решений

При свойственном алгоритмам локального планирования осуществлении вычислений непосредственно в ходе процесса, величина времени расчетов играет существенную роль. Для решения задачи (1.5) нечетко-оптимального управления мобильной системой при наличии ограничений на время принятия управленческих решений, наряду с рассмотренными ранее численными процедурами оптимизации, возможно применение переборных алгоритмов. В этом случае сознательно отказываются от бесконечно большого количества потенциальных альтернативных решений или, что то же самое, ограничения на управляющее воздействие вида $w_i \in [-1,1]$ в (3.2) и (3.3) в пользу конечного набора P допустимых управляющих воздействий вида $w_i \in \{w_{i1}, w_{i2}, \ldots, w_{iP}\}$.

В работе сравнивалось время решения задачи нечеткой оптимизации рассмотренными ранее численными методами непрерывной оптимизации и методом ветвей и границ (англ. branch and bound). Метод ветвей и границ – метод решения задач дискретной и комбинаторной оптимизации. Метод является развитием метода полного перебора и отличается от последнего отсевом подмножеств допустимых решений, заведомо не содержащих оптимальных решений. Для метода ветвей и границ необходимы две процедуры: ветвление и нахождение оценок. Ветвление состоит в переборе возможных вариантов управления и реакции объекта управления на них. В онлайн режиме процедура ранжирования вариантов осуществляется на каждом шаге изменения управляющего воздействия. В работе рассмотрены простейшие варианты метода, с глубиной поиска в один или два шага работы регулятора. Вначале проанализирован случай с глубиной поиска в один шаг работы регулятора. Если процедура ветвления включает три варианта управления ($P = 3$, $w \in \{-1,0,1\}$), то при N шагах срабатывания регулятора требуется рассмотреть $3N$ вариантов. Так, для $N = 8$ потребуется осуществить перебор 24 вариантов. Следующий случай предполагает расширение пространства поиск, наличие пяти возможных вариантов управляющего воздействия ($P = 5$, $w \in \{-1, -0.5, 0, 0.5, 1\}$). При этом глубина поиска в один шаг работы регулятора дает для $N = 8$ необходимость перебора $5N = 40$ вариантов.

Увеличение глубины поиска до двух шагов работы регулятора потребует ранжирования большего числа вариантов на каждом шаге изменения управляющего воздействия. Для глубины поиска в два шага работы регулятора, трех вариантах управления ($w \in \{-1,0,1\}$) и $N = 8$

потребуется осуществить перебор 48 вариантов. При пяти возможных вариантах управляющего воздействия ($w \in \{-1, -0.5, 0, 0.5, 1\}$) глубина поиска в два шага работы регулятора дает для $N = 8$ перебор 80 вариантов, что уже сравнимо с количеством вариантов, проанализированных при непрерывной оптимизации рассмотренными ранее численными методами.

Пример 9. Рассмотрен простейший вариант метода ветвей и границ с глубиной поиска в один шаг контроллера. Процедура ветвления включает три варианта управления направлением движения, $w \in \{-1,0,1\}$. Задача, как и в примере 8, состоит в переводе машины Дубинса (3.1) из заданной начальной точки $X(0) = a = [0,0,0]$ в требуемую конечную точку $X(t_{FIN}) = b = [-4,3]$ за заданное время при ограничении на управляющие воздействия вида (3.2). Функции принадлежности μ_j, $j = 1,2$, определяющие точность выполнения условия $X(t_{FIN}) = b = [-4,3]$, заданы аналогично примеру 8. На каждом шаге i изменения управляющего воздействия нечетко-оптимальное управление $w_i = w(t_{i-1}, x_{i-1}, y_{i-1})$ определялось численно из условия $\min_j(\mu_j) \to \max_{w_i}$, $j = 1,2, i = 1,2,\ldots N$. Эта задача вычисления слабого терминального управления [84], переводящего за заданное число шагов систему из заданного начального состояния в заданную окрестность конечного состояния, решалась при периодичности смены управляющих воздействий, равной 1 единице времени, т.е. для $N = 7$ при 8-и шагах управления при ограничении $w \in \{-1, 0, 1\}$. Результаты решения этой задачи приведены на рисунке 3.41 и в таблице 3.6. Следующий случай предполагает большую гибкость, наличие пяти вариантов управляющего воздействия $w \in \{-1, -0.5, 0, 0.5, 1\}$ (рисунок 3.42 и таблица 3.7).

Таблица 3.6. Результаты решения нечетко-оптимальной задачи управления машиной Дубинса в невозмущенной задаче

количество вариантов управляющего воздействия	время движения к цели	x	y	$\max_w \min_j(\mu_j)$, $j = 1,2$	количество обращений к модели процесса
3, $w \in \{-1, 0, 1\}$	7.2130	-3.7056	3.1700	0.6868	24
5, $w \in \{-1, -0.5, 0, 0.5, 1\}$	7. 2796	-3.9470	3.0281	0.9995	40

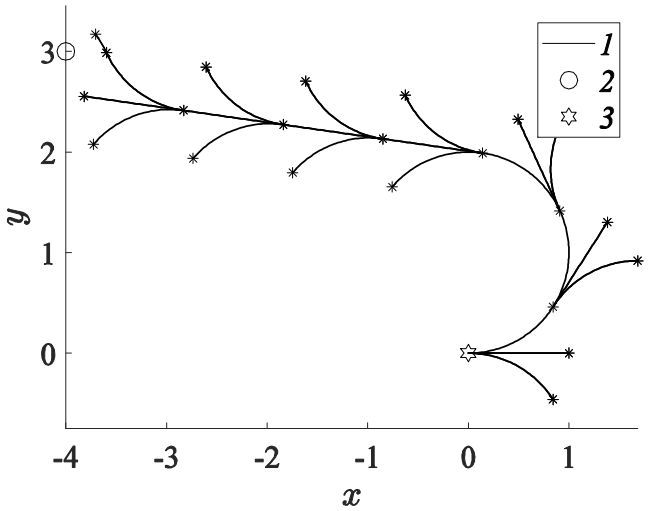

Рис. 3.41. Траектория при локальной стратегии планирования и ограничении $w \in \{-1, 0, 1\}$: 1 – траектория, 2 – конечная точка, 3 – начальная точка

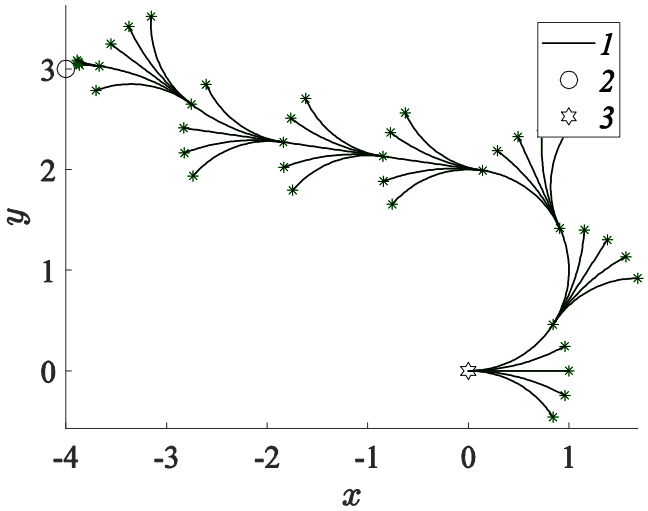

Рис. 3.42. Траектория при локальной стратегии планирования и ограничении $w \in \{-1, -0.5, 0, 0.5, 1\}$: 1 – траектория, 2 – конечная точка, 3 – начальная точка

Далее рассмотрена ситуация, когда модель объекта не вполне адекватна реальному процессу или на ОУ действует возмущение. На рисунках 3.43, 3.44 и в таблице 3.7 представлены результаты решения задачи при возмущенном поведении объекта вида (3.4) и ограничении $w \in \{-1,0,1\}$ и $w \in \{-1, -0.5, 0, 0.5, 1\}$. На рисунках 3.45, 3.46 и в таблице 3.8 представлены результаты решения задачи при возмущенном поведении объекта вида (3.5) и ограничении $w \in \{-1,0,1\}$ и $w \in \{-1, -0.5, 0, 0.5, 1\}$.

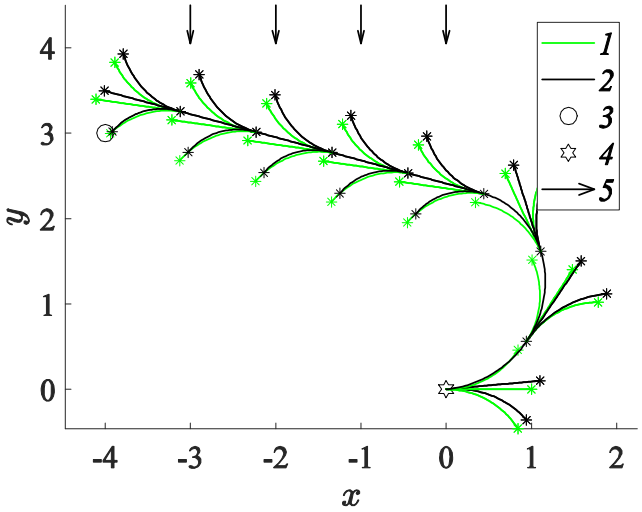

Рис. 3.43. Траектория при локальной стратегии планирования, ограничении $w \in \{-1, 0, 1\}$ и возмущенном поведении объекта вида (3.4): 1 – предполагаемая траектория, 2 – реальная траектория, 3 – конечная точка, 4 – начальная точка, 5 – направление действия возмущения

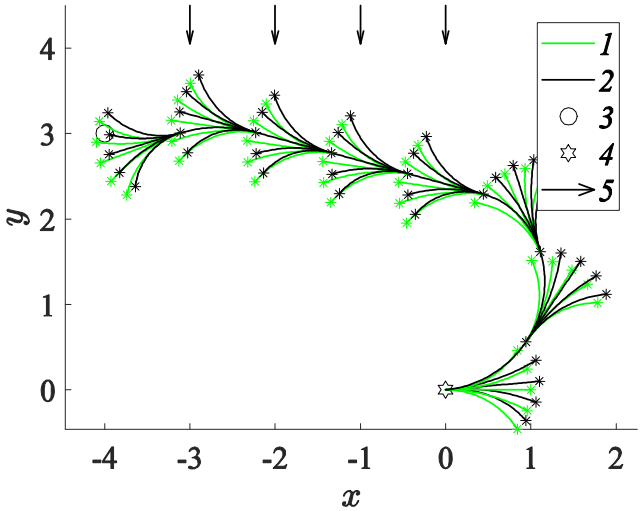

Рис. 3.44. Траектория при локальной стратегии планирования, ограничении $w \in \{-1, -0.5, 0, 0.5, 1\}$ и возмущенном поведении объекта вида (3.4): 1 – предполагаемая траектория, 2 – реальная траектория, 3 – конечная точка, 4 – начальная точка, 5 – направление действия возмущения

Таблица 3.7. Результаты решения нечетко-оптимальной задачи управления машиной Дубинса с возмущенным ОУ (3.4)

количество вариантов управляющего воздействия	время движения к цели	x	y	$\max_w \min_j(\mu_j)$, $j = 1,2$	количество обращений к модели процесса
3, $w \in \{-1, 0, 1\}$	7.8895	-3.9400	2.9976	0.9976	24
5, $w \in \{-1, -0.5, 0, 0.5, 1\}$	7.9387	3.9418	2.9854	0.9994	40

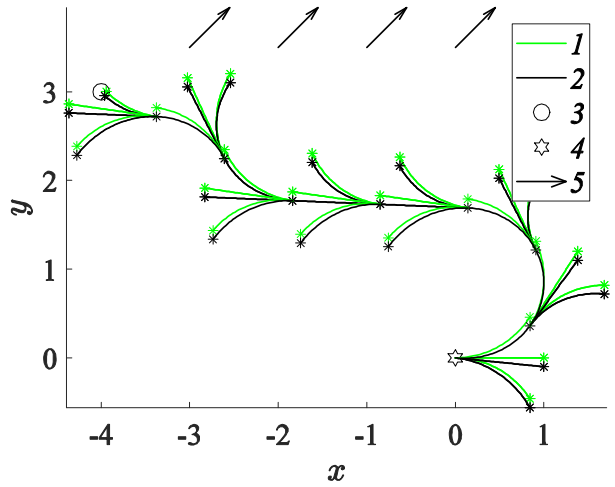

Рис. 3.45. Траектория при локальной стратегии планирования, ограничении $w \in \{-1, 0, 1\}$ и возмущенном поведении объекта вида (3.5): 1 – предполагаемая траектория, 2 – реальная траектория, 3 – конечная точка, 4 – начальная точка, 5 – направление действия возмущения

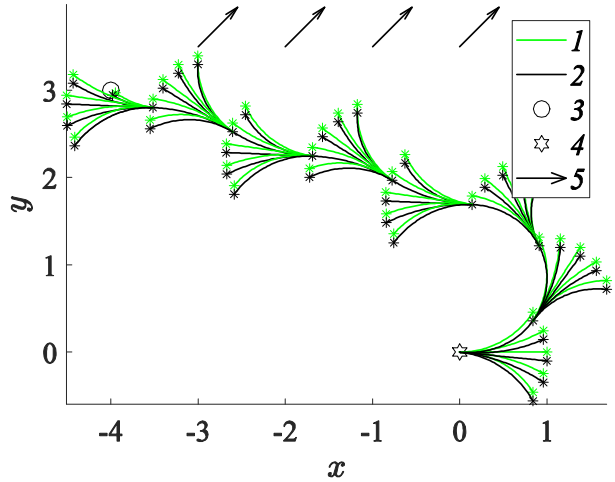

Рис. 3.46. Траектория при локальной стратегии планирования, ограничении $w \in \{-1, -0.5, 0, 0.5, 1\}$ и возмущенном поведении объекта вида (3.5): 1 – предполагаемая траектория, 2 – реальная траектория, 3 – конечная точка, 4 – начальная точка, 5 – направление действия возмущения

Таблица 3.8. Результаты решения нечетко-оптимальной задачи управления машиной Дубинса с возмущенным ОУ (3.5)

количество вариантов управляющего воздействия	время движения к цели	x	y	$\max_w \min_j(\mu_j)$, $j = 1,2$	количество обращений к модели процесса
3, $w \in \{-1, 0, 1\}$	7. 6709	-3.9601	2.9552	0.9998	24
5, $w \in \{-1, -0.5, 0, 0.5, 1\}$	7. 5071	-3.9807	2.9432	0.9995	40

Сравнение полученных результатов, хотя они и получены лишь для частной задачи, позволяет сделать некоторые выводы. В идеальных условиях, когда имеется абсолютно точная модель ОУ, возмущающих воздействий нет, а ограничение на время принятия управленческих решений и на их содержание отсутствуют, глобальная и локальная стратегии практически равноценны. Во всех остальных случаях (модель ОУ неточна, имеются ограничения на время принятия управленческих решений и на их состав) локальное планирование предпочтительнее.

3.4.3. Локальное планирование перемещений в гетерогенной среде

Далее рассмотрена стратегия локального поиска решения задачи третьего типа (рисунок 3.47).

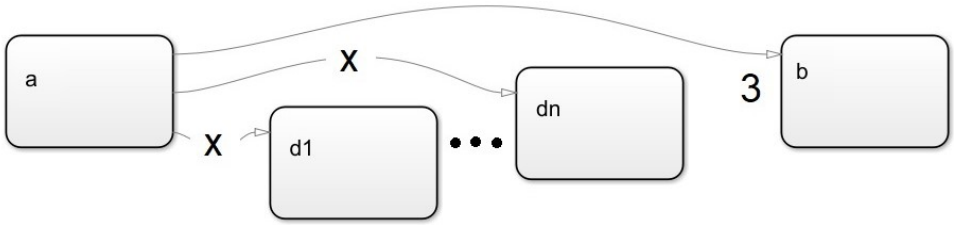

Рис. 3.47. Задача перевода объекта управления из заданного исходного состояния a в требуемое конечное состояние b минуя запретные области d1…dn

Пример 10. Задача состоит в переводе машины Дубинса (3.1) из точки $a=[9,-6,\pi/2]$ в точку $b=[0,0,0]$ минуя запретную область в виде круга единичного радиуса с центром в точке $d1=[7,-4.5]$. Из-за наличия запретной области эта задача не имеет точного аналитического решения, сформулируем ее в нечетко-оптимальном смысле. Функции принадлежности μ_j, $j=1,2,3$, определяющие точность выполнения условия $X(t_{FIN})=b=[0,0,0]$, заданы аналитически: $\mu_1(x)=e^{-2(x(t_{FIN}))^2}$, $\mu_2(y)=e^{-2(y(t_{FIN}))^2}$, $\mu_3(y)=e^{-2(\varphi(t_{FIN}))^2}$. Эти условия дополнены функцией принадлежности $\mu_4(d)$, определяющей отклонение траектории от запретной области, $\mu_4(d)=\dfrac{1}{1+e^{-3(d-2)^2}}$. Расстояния d от центра запретной области до ближайшей точки траектории определяется как $d=\min\limits_{t\in[0,t_{FIN}]}\left((x(t)-d_1)^2+(y(t)-d_2)^2\right)^{1/2}$. Время достижения цели определялась из условия $t_{FIN}:\sqrt{(x(t_{FIN})-b_1)^2+(y(t_{FIN})-b_2)^2}\le 0.04$. Вербальная постановка нечетко-оптимальной задачи управления машиной Дубинса такова. Необходимо перевести объект управления (3.1) из точки фазового пространства с координатами $a=[9,-6,\pi/2]$ в малую окрестность точки с координатами $b=[0,0,0]$ заданную условиями: «переменные x, y и φ в конце траектории

должны быть как оможно ближе к заданным значениям», траектория должна быть как можно дальше от окружности единичного радиуса с центром в точке $d1 = [7, -4.5]$. Нечетко-оптимальное управление определим численно из условия $\min_j(\mu_j) \to \max_w,\ j = 1,2,3,4$. Эта задача вычисления слабого терминального управления [84], переводящего за заданное число шагов систему из заданного начального состояния в заданную окрестность конечного состояния, решалась при периодичности смены управляющих воздействий, равной 1 единице времени, т.е. для $N = 7$ в $z = [w(t_0), w(t_1), \ldots, w(t_{N-1})]$ при 8-и шагах управления. В локальном поиске процедура ранжирования вариантов осуществляется на каждом шаге изменения управляющего воздействия; предполагается, что есть датчик препятствий – лидар. Использован простейший вариант метода ветвей и границ с глубиной поиска в один шаг контроллера. Процедура ветвления включает три варианта управления направлением движения, $w \in \{-1,0,1\}$. Траектория робота и закон управления им показаны на рисунках 3.48 и 3.49. Время достижения цели $t_{FIN} = 11.6496$.

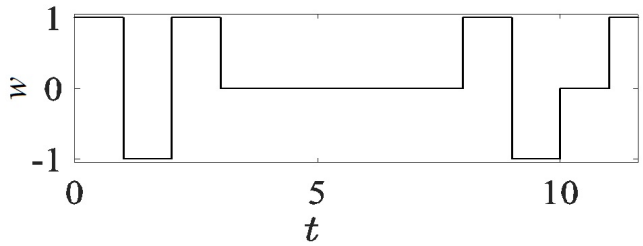

Рис. 3.48. Управление для одношагового метода ветвей и границ, $w \in \{-1,0,1\}$

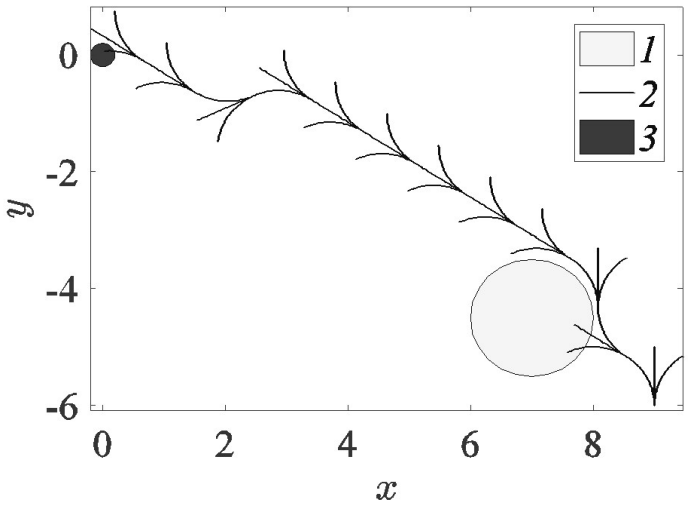

Рис. 3.49. Траектория робота для одношагового метода ветвей и границ, $w \in \{-1,0,1\}$:

1 – препятствие, 2 – траектории, 3 – цель

Однако в случаях, один из которых представлен на рисунке 3.50 (запретные области в виде кругов единичного радиуса с центрами в точках $d21=[7,-4.5]$ и $d22=[4,-1]$), обойти препятствие невозможно. Это происходит в ситуациях, когда очередная точка принятия управленческого решения находится слишком близко к препятствию. В этом случае даже самый резкий поворот с $w=-1$ или $w=+1$ не позволит избежать столкновения.

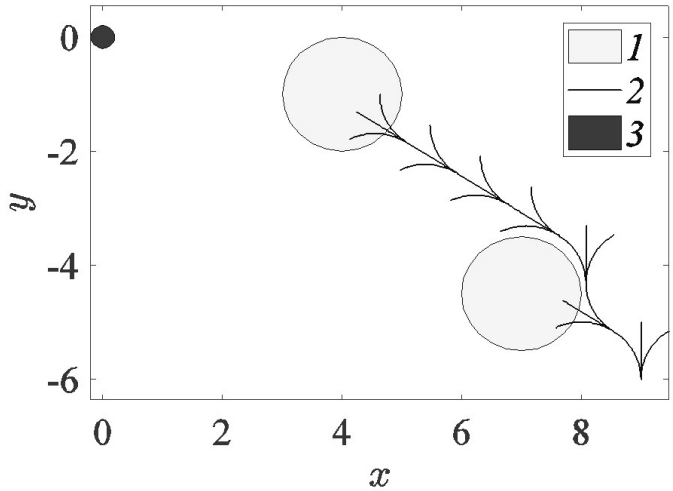

Рис. 3.50. Траектория робота со столкновением для одношагового метода ветвей и границ: 1 – препятствия, 2 – траектории, 3 – цель.

Решением этой проблемы может стать увеличение глубины поиска до двух шагов контроллера с одновременным увеличением дальности лидара.

Пример 11. Рассмотрен вариант метода ветвей и границ с глубиной поиска в два шага. Приведенные графики показывают, что увеличение глубины поиска до двух шагов при одновременном увеличении дальности лидара позволяет обойти препятствия в виде кругов единичного радиуса с центрами в точках $d21=[7,-4.5]$ и $d22=[4,-1]$. Процедура ветвления включает три возможных варианта управляющего воздействия ($w\in\{-1,0,1\}$, рисунок 3.51) и пять вариантов ($w\in\{-1,-0.5,0,0.5,1\}$, рисунок 3.52).

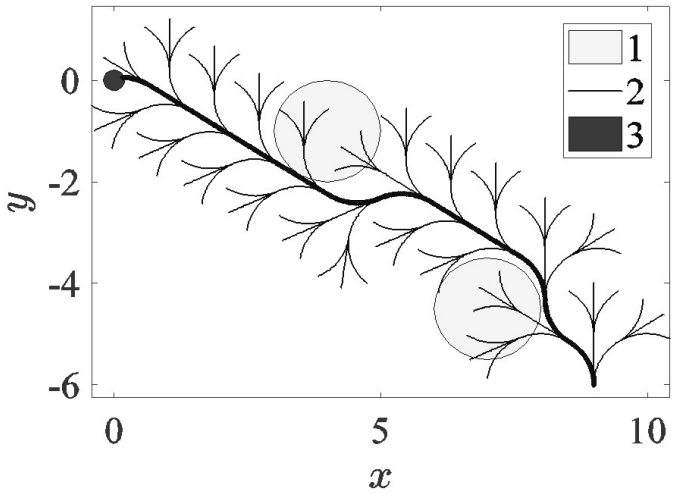

Рис. 3.51. Траектория робота для двухшагового метода ветвей и границ, $w \in \{-1,0,1\}$:

1 – препятствия, 2 – траектории, 3 – цель.

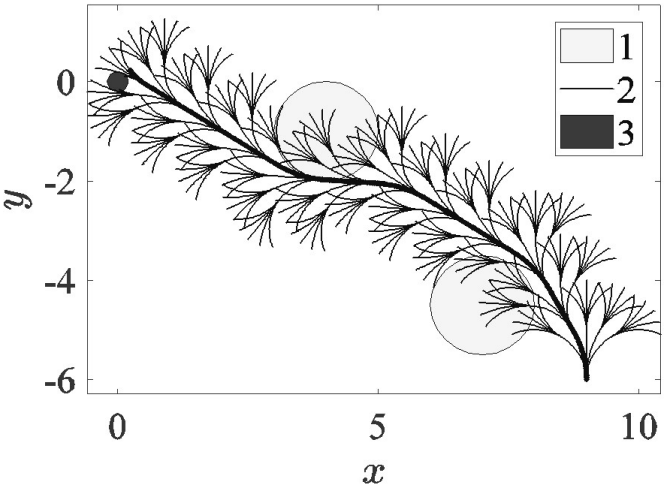

Рис. 3.52. Траектория робота для двухшагового метода ветвей и границ,

$w \in \{-1, -0.5, 0, 0.5, 1\}$: 1 – препятствия, 2 – траектории, 3 – цель.

3.4.4. Эволюционные вычисления в задаче поиска стратегии управления мобильной системой

Наряду с нечеткой логикой, еще одним перспективным направлением искусственного интеллекта являются эволюционные вычисления, служащие для решения оптимизационных задач. В основе этих эвристических методов – аналогия с естественной эволюцией. Хотя эвристические методы не гарантируют полноты поиска и оптимальности даже при глобальном планировании, когда доступна вся информация об окружающей среде, эти методы уменьшают сложность задачи и чувствительность к ошибкам в данных. Одной из разновидностей эволюционных вычислений является генетический алгоритм, реализованный в пакете MATLAB

и позволяющий решать задачи целочисленного программирования. На сегодняшний день генетический алгоритм доказал свою конкурентноспособность при решении многих переборных задач [83], особенно в практических приложениях, где математические модели имеют сложную структуру и применение стандартных методов типа ветвей и границ, динамического или линейного программирования крайне затруднено.

Далее рассмотрен генетический алгоритм как процедура синтеза оптимального по быстродействию программного регулятора в задачах управления машиной Дубинса в условиях действия ограничений на время принятия управленческих решений. Поскольку в ГА требуется производить анализ большого числа альтернативных вариантов решения, время расчетов будет велико, что является существенным недостатком этого метода и может служить препятствием для его использования при синтезе алгоритмов работы регуляторов киберфизических систем в режиме реального времени. Для преодоления этого недостатка процедуру вычисления управляющих воздействий предложено [1] совместить с процессом управления. При наступлении очередной временной отсечки выбирается решение, обеспечивающее наибольшее по сравнению с альтернативными вариантами качество управления. Это решение используется на следующем временном интервале в качестве управляющего воздействия. Такое чередование вычислений и действий – признак алгоритма с отсечением по времени (anytime algorithm). Алгоритм с отсечением по времени – итерационный вычислительный алгоритм, способный в любое время выдать наилучшее на данный момент решение.

Пример 12. Ставится задача максимально быстрого перевода машины Дубинса из точки $a1 = [3, -3, -\pi/4]$ в малую окрестность точки $b1$ с координатами $x_{b1} = 0;\ y_{b1} = 0$. Т.к. третья координата (угол φ_{b1}) в конечной точке не задана, это – задача с подвижным концом траектории. Поскольку известное точное аналитическое решение задачи быстродействия предполагает закрепление конца траектории и не учитывает время вычисления управления, будем решать задачу численно, используя нечетко-оптимальный подход. Критерий качества решения $\mu_1(\rho_1) = e^{-50\rho_1^2}$; $\rho_1 = \left((x_{b1} - x_1(t_1))^2 + (y_{b1} - y_1(t_1))^2\right)^{1/2}$. При этом будем учитывать не только время, необходимое объекту управления на перемещение из начальной точки в конечную t_M, но и время t_C, в течение которого осуществляется вычисление закона управления $\mu_2(t_{FIN}) = 1/1 + e^{(t_{FIN}-50)^2}$; $t_{FIN} = t_M + t_C$. В качестве метода вычисления закона управления используем ГА. Программный продукт – Global Optimization Toolbox [56], процессор Intel® CoreTM 2 Duo 2.2 GHz.

Время вычисления управляющего воздействия ограничим некоторой наперед заданной величиной. В первом случае вначале полностью определим систему продукций программного регулятора, а затем используем ее для управления. Установлено, что восьми секунд достаточно

для гарантированного попадания машины Дубинса в требуемую точку при правильно выбранной стратегии управления и что допустимая частота изменения управляющего воздействия равна 1 $с^{-1}$. Тогда система продукций регулятора имеет вид: «если $t \in [i-1, i)$ то $u(t) = u_i$», $i = 1,2,...,8$.

Первая серия из 15 вычислительных экспериментов проводилась при ограничении времени вычисления управляющего воздействия на уровне 8 с, что соответствовало 5 эпохам работы ГА в указанной вычислительной среде. Через 8 с начиналось движение объекта под управлением наилучшей из найденных программ работы регулятора. Общее время от момента получения задачи до окончания движения составляло, таким образом, 16 с. Как следует из рисунка 3.53, ни в одном из 15 экспериментов окрестности точки с координатами $x = 0$, $y = 0$ за 16 с достигнуты не были вследствие низкого качества полученных решений. Вторая серия экспериментов проводилась при ограничении времени вычисления управляющего воздействия на уровне 40 с (27 эпох работы ГА). В этом случае (рисунок 3.54) треть траекторий заканчивалась в окрестностях заданной точки, но общее время решения задачи составляло уже 48 секунд.

Изменим тактику. Вначале при лимите времени вычислений в 1 с определим с помощью ГА параметр u_1 таким образом, что правило «если $t \in [0,1)$ то $u(t) = u_1$» обеспечит объекту (1.3) минимальное по сравнению со всеми альтернативными вариантами результирующее отклонение от заданного условиями $x = 0$, $y = 0$ требуемого конечного положения. Затем, используя это правило для управления в течение первой секунды, будем одновременно искать из таких же соображений параметр u_2. Повторяем эти действия на протяжении первых 7 секунд движения. Общее время от момента получения задачи до окончания движения составит всего 9 с. Как следует из рисунка 3.54, во всех 15 экспериментах удалось достичь малой окрестности точки $x = 0$, $y = 0$.

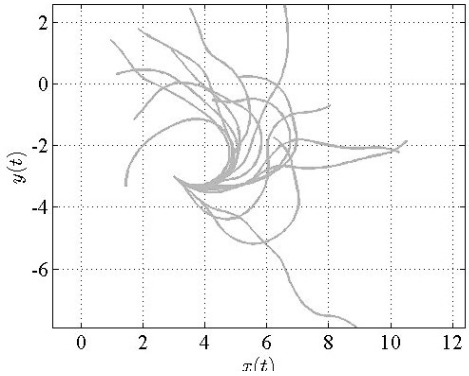

Рис. 3.52. Траектории движения машины Дубинса (время вычисления управляющего воздействия 8 с)

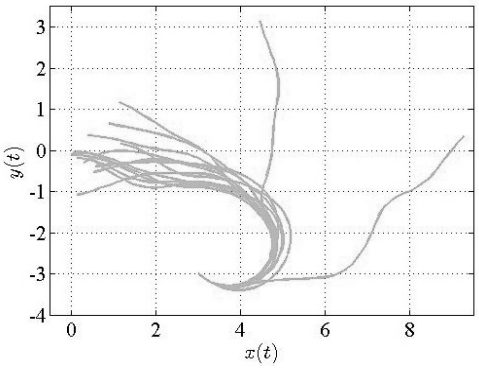

Рис. 3.53. Траектории движения машины Дубинса (время вычисления управляющего воздействия 40 с)

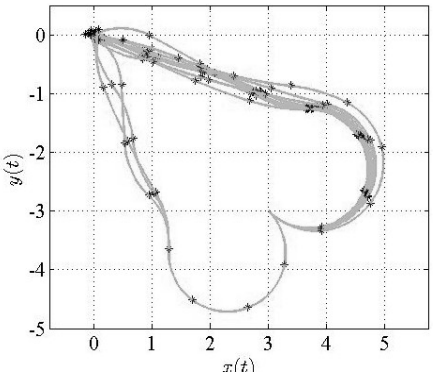

Рис. 3.54. Траектории движения машины Дубинса (anytime algorithm управления, полное время 9 с), засечки ставятся через 1 с

Полученный эффект повышения качества решения с одновременным существенным сокращением общего времени решения объясняется не только совмещением во времени процессов определения закона управления и движения под действием этого управления, но и уменьшением вычислительной сложности задачи. Действительно, на каждом i-том шаге определению подлежит лишь один параметр u_i вместо восьми. Таким образом, может быть преодолен главный недостаток эволюционных вычислений, заключающийся в чрезмерном времени расчетов из-за необходимости анализа большого числа альтернативных вариантов. Следовательно, задача синтеза может быть успешно решена с использованием генетического алгоритма в реальном масштабе времени.

Выводы по разделу 3

Проведен системный анализ погрузчика как типового многомерного нелинейного объекта управления с сосредоточенными параметрами.

Обосновано использование метода имитационного моделирования для решения задачи синтеза законов управления рассматриваемым объектом управления.

Разработана имитационная модель этого технологического процесса.

Рассмотрен ряд способов постановки и решения задач нечетко-оптимального синтеза систем управления подвижными устройствами, мобильность которых обеспечивается машинами Дубинса или машинами Ридса-Шеппа.

Получены приближенные нечетко-оптимальные решения задачи управления мобильной системой в виде машины Дубинса и машины Ридса-Шеппа при отсутствии ограничений. Показано, что при увеличении числа интервалов нечетко-оптимального управления имеет место сходимость приближенного решения к точному по качеству полученного решения, по траектории и по управлению.

Решен ряд задач управления мобильной системой при наличии дополнительных условий, налагаемых на траекторию перемещения.

В частности, решены задачи управления мобильной системой при наличии нескольких целевых областей. Показано, что при решении таких задач как многоэтапных общая длина траектории сокращается по сравнению с траекторией из последовательных локально-оптимальных участков.

Решены задачи управления мобильной системой при наличии дополнительных ограничений на траекторию в виде запретных состояний или областей, в том числе подвижных. Показано, что длина траектории при наличии дополнительных ограничений сокращается у машины Ридса-Шеппа в сравнениии с машиной Дубинса за счет большего ресурса управления.

Решен ряд задач управления мобильной системой при наличии ограничений на время принятия управленческих решений. Рассмотрен переборный алгоритм поиска стратегии управления мобильной системой в условиях временных ограничений в виде одношагового и двухшагового метода ветвей и границ.

Предложено при определении времени достижения мобильной системой цели учитывать не только время движения, но и время вычислений, необходимых для определения управляющих воздействий. Показан выигрыш во времени при локальном способе планирования по сравнению с глобальным способом, продемонстрированы преимущества использования в вычислениях алгоритма с отсечением по времени.

Рассмотрен генетический алгоритм как процедура синтеза нечетко-оптимального по быстродействию программного регулятора в задачах управления мобильной киберфизической системой при наличии временных ограничений. При использовании генетического алгоритма решения задачи перемещения в однородной среде выявлены преимущества локального способа планирования.

4. РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ЦИФРОВОГО УПРАВЛЕНИЯ УСТАНОВКОЙ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА

4.1 Системный анализ и моделирование установки индукционного нагрева как нелинейного, многомерного и многосвязного объекта управления с распределенными параметрами

4.1.1 Описание технологического процесса

Рассматривается установка индукционного нагрева парамагнитных тонкостенных оболочек до заданных кондиций с последующей стабилизацией температуры на этом уровне (рисунок 4.1). Изделие помещается внутрь индукционного нагревателя, состоящего из индуктора, питающегося от источника переменного тока, и теплоизоляции – футеровки. Температура нагрева контролируется термопарами в трех точках, разнесенных по длине нагреваемого тела (выходные сигналы y_1, y_2, y_3). Температурное поле на завершающей стадии процесса должно достаточно продолжительное время быть равномерным на уровне $y_i \in [y_{ЗАД} - \varepsilon, y_{ЗАД} + \varepsilon], i = 1,2,3$, т.е. отклоняться от заданной температуры $y_{ЗАД}$ не более чем на ε. Это требование обеспечивают три управляющих воздействия: u_1, u_2, u_3.

Основной канал управления – мощность питающего индуктор источника $u_1 \in [0, u_{MAX}]$. Этот канал позволяет воздействовать на среднюю температуру изделия, но не в состоянии существенно изменять закон распределения температуры по длине изделия. Для обеспечения требуемой равномерности нагрева индуктор снабжен дополнительными витками как устройствами выравнивания температуры по длине изделия. В разомкнутом состоянии ($u_i = 0, i = 2,3$) витки не оказывают влияния на процесс нагрева. При замыкании витка ($u_i = 1, i = 2,3$) в нем наводится противо-ЭДС. Это вызывает локальное снижение мощности нагрева в зоне размещения витка, что способствует выравниванию температуры в нагреваемом изделии.

Рассматриваемый технологический процесс является многооперационным, устройства выравнивания температуры по длине изделия включаются в работу по мере необходимости вместе или поочередно, функционируя одновременно с индукционным нагревателем.

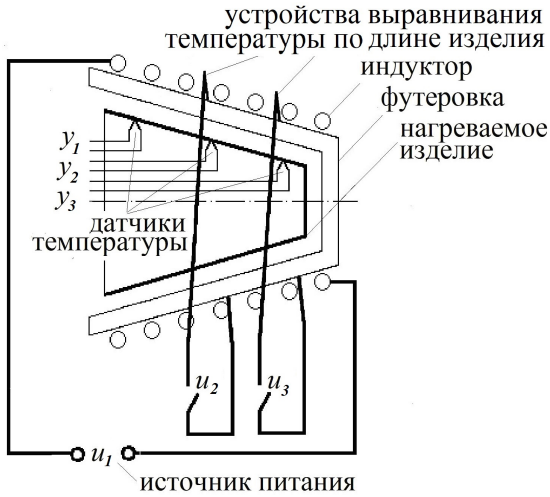

Рис. 4.1. Система управления процессом индукционного нагрева парамагнитных тонкостенных оболочек

4.1.2. Математическое моделирование тепловых процессов индукционного нагрева

Процесс нагрева тонких оболочек описывается неоднородным одномерным уравнением теплопроводности [87]

$$c\gamma\partial T(x,t)/\partial t = \lambda(\partial^2 T(x,t)/\partial x^2 + \Gamma/x\cdot\partial T(x,t)/\partial x) + P(x,t) \qquad (4.1)$$

с краевыми условиями

$$T(x,0) = T_0(x), \quad \partial T(X_1,t)/\partial x = -q_{X_1}(T), \partial T(X_2,t)/\partial x = -q_{X2}(T). \qquad (4.2)$$

В (4.1), (4.2) $T(x,t)$ – температурное поле нагреваемого изделия, зависящее от времени t и пространственной координаты $x \in [X_1, X_2]$, Γ – коэффициент формы нагреваемого тела ($\Gamma = 0{,}1$ соответственно для плоского и цилиндрического случаев), $P(x,t)$ – функция внутреннего тепловыделения, $q_{X_1}(T), q_{X2}(T)$ характеризуют тепловые потери с торцов изделия. Для вычисления этих потерь целесообразно использовать закон Стефана-Больцмана

$$q_{X_1}(T) = -k(T_*^4(X_1,t) - T_{*CP}^4), q_{X_2}(T) = -k(T_*^4(X_2,t) - T_{*CP}^4), \qquad (4.3),$$

где k – зависящий от эффективной степени черноты нагреваемого материала и постоянной Стефана-Больцмана коэффициент пропорциональности, T_* и T_{*CP} – абсолютные значения температуры изделия и среды.

Нагрев конической оболочки (рисунок 4.2), развертка которой представлена на рисунке 4.3, описывается одномерным уравнением теплопроводности

$$c\gamma\partial T/\partial t = \lambda\left(\partial^2 T/\partial r^2 + 1/r\cdot\partial T/\partial r\right) + u(t)\cdot P_{\text{об}}(r)$$

с краевыми условиями

$$T(r,0) = T_0(r), \quad \partial T(R_1,t)/\partial r = -q_{R_1}(T), \partial T(R_2,t)/\partial r = -q_{R2}(T).$$

Параметры развертки конической оболочки определяются из соотношений $L_P = \sqrt{L_Z^2 + (R_{Z2} - R_{Z1})^2}$; $\frac{R_{Z2}}{R_{Z1}} = \frac{R_2}{R_1}$; $R_2 = R_1 + L_P$.

Объемная плотность мощности внутренних теплоисточников $P_{\text{об}}(r)$ характеризует распределение интенсивности внутреннего тепловыделения по длине нагреваемого изделия при индукционном нагреве. Расчет распределения внутренних теплоисточников является сложной самостоятельной задачей и осуществляется в ходе моделирования электромагнитных процессов (раздел 4.1.3).

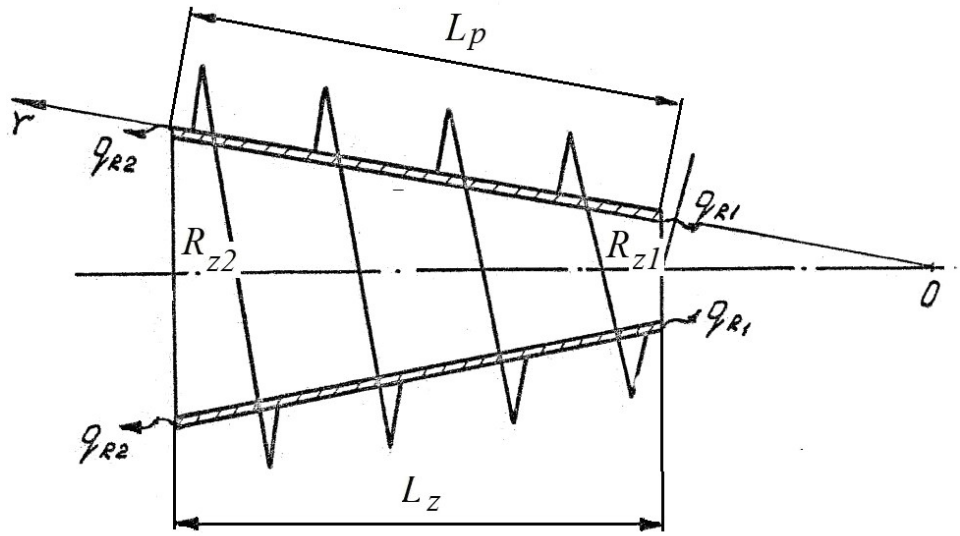

Рис. 4.2. Нагрев тонкой конической оболочки

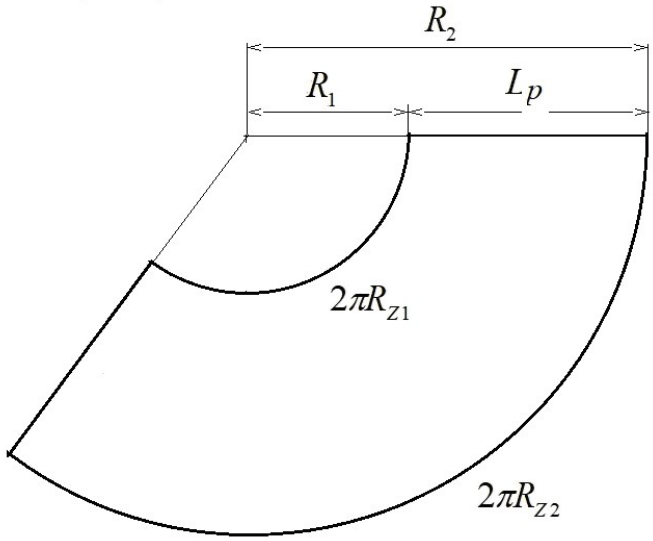

Рис. 4.3. Развертка конической оболочки

Применение стандартных программ расчета тепловых полей методом конечных элементов или конечных разностей представляется нецелесообразным из-за их высокой вычислительной сложности, поэтому были разработаны и реализованы в системе MATLAB собственные подпрограммы [16].

Достаточно эффективным для решения уравнения теплопроводности (4.1) с произвольным характером изменения мощности внутренних теплоисточников $P(x,t)$ и нелинейными граничными условиями (4.2)–(4.3) является дифференциально-разностный метод [87]. Этот метод, использованный в работе в качестве базового метода расчета тепловых полей, является в настоящее время одним из основных методов решения уравнений математической физики и может быть использован для построения моделей объектов с распределенными параметрами. Согласно этому методу уравнение в частных производных конечно-разностной аппроксимацией по пространственной переменной сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

В нашем случае дискретизацией по пространственной координате r вида $\partial T/\partial r\big|_{r=r_i} = (T_{i+1} - T_{i-1})/(2\Delta_r) + O(\Delta_r^2)$ для центральной разностной производной и $\partial^2 T/\partial r^2\big|_{r=r_i} = (T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1})/(\Delta_r^2) + O(\Delta_r^2)$ для второй разностной производной получаем для температуры $T = [T_1 \quad T_2 \quad \ldots \quad T_n]^T$ в n узлах сетки дифференциально-разностную модель вида

$$dT/dt = AT + P_{ob}u + F_1 q_{X_2} + F_2 q_{X_2}\,;\ y = CT\,;\ T\big|_{t=0} = T_0 \qquad (4.4)$$

С учетом соотношений

$$\left.\frac{dT}{dt}\right|_{r=r_i} = \frac{a}{\Delta_r^2}(T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}) + \frac{a}{2r_i\Delta_r}(T_{i+1} - T_{i-1}) + \frac{P_{ob}(r_i)u(t)}{c\gamma} =$$

$$= \left(\frac{a}{\Delta_r^2} + \frac{a}{2r_i\Delta_r}\right)T_{i+1} - \frac{2a}{\Delta_r^2}T_i + \left(\frac{a}{\Delta_r^2} - \frac{a}{2r_i\Delta_r}\right)T_{i-1} + \frac{P_{ob}(r_i)u(t)}{c\gamma};\quad a = \frac{\lambda}{c\gamma}\ ;$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R_1} = 0 \to T_0 = T_1;\ \left.\frac{dT}{dt}\right|_{r=R_1} = \left(\frac{a}{\Delta_r^2} + \frac{a}{2r_1\Delta_r}\right)T_2 - \left(\frac{a}{\Delta_r^2} + \frac{a}{2r_1\Delta_r}\right)T_1 + \frac{P_{ob}(r_1)u(t)}{c\gamma};$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R_2} = -\frac{q_{R_2}}{\lambda} \to T_{n+1} = T_{n-1} - 2q_{R_2}\Delta_r/\lambda\,;\ \left.\frac{dT}{dt}\right|_{r=R_2} = -\frac{2a}{\Delta_r^2}T_n + \frac{2a}{\Delta_r^2}T_{n-1} - \left[\frac{2a}{\Delta_r} + \frac{a}{r_n}\right]\frac{q_R}{\lambda} + \frac{P_{ob}(r_n)u(t)}{c\gamma}$$

в (4.4)

$$F=\begin{bmatrix}0\\0\\\vdots\\-\dfrac{2a}{\Delta_r\lambda}-\dfrac{a}{r_n\lambda}\end{bmatrix};\ A=\begin{bmatrix}-\dfrac{a}{\Delta_r^2}-\dfrac{a}{2r_1\Delta_r} & \dfrac{a}{\Delta_r^2}+\dfrac{a}{2r_1\Delta_r} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0\\ \dfrac{a}{\Delta_r^2}-\dfrac{a}{2r_2\Delta_r} & -\dfrac{2a}{\Delta_r^2} & & & \cdots & 0 & 0 & 0\\ 0 & \dfrac{a}{\Delta_r^2}-\dfrac{a}{2r_3\Delta_r} & & & \cdots & 0 & 0 & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -\dfrac{2a}{\Delta_r^2} & \dfrac{a}{\Delta_r^2}+\dfrac{a}{2r_{n-1}\Delta_r} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \dfrac{2a}{\Delta_r^2} & -\dfrac{2a}{\Delta_r^2}\end{bmatrix}.$$

Для представления модели в пространстве состояний необходимо выполнить усечение бесконечной системы дифференциальных уравнений (4.4) до конечного числа $n=N$. При этом приближение распределенного управлявшего воздействия $P(x,t)$ состоит в его дискретном аналоге – управлении, приложенном в конечном числе N точек

$$P(x,t)=\sum_{i=1}^{N}u(t)\cdot P(x_i). \qquad (4.5)$$

Для достижения удовлетворительной точности дифференциально-разностных приближений необходимо использовать систему дифференциальных уравнений достаточно высокого порядка (необходимо выбирать достаточно большое число N, соответствующее малому шагу h).

При использовании дифференциально-разностных или конечно-разностных аппроксимаций для описания ОРП принципиальное значение приобретают вопросы качества получаемых при этом приближений, главный из которых заключается в оценке степени близости решений аппроксимирующих систем уравнений к точным решениям уравнений исходных моделей, и в оценке возможности путем измельчения применяемых сеток при $h\to 0,\ N\to\infty$ получить приближенные решения, сколь угодно близкие к точным.

Для достижения удовлетворительной точности дифференциально-разностных приближений часто приходится использовать системы дифференциальных уравнений достаточно высокого порядка (выбирать достаточно большое число N, соответствующее малому шагу h), что можно отнести к недостаткам метода прямых.

Для конечно-разностных моделей практически приемлемыми оказываются только такие разностные схемы, для которых малые погрешности промежуточных вычислений, неизбежно возникающие на различных этапах численного решения алгебраических систем уравнений по послойным алгоритмам, не приводят к большим искажениям окончательного результата.

Проще говоря, из аппроксимации и устойчивости конечно-разностной схемы следует ее сходимость. Таким образом, сама по себе малая погрешность аппроксимации, характеризующая

различие между уравнениями исходной модели и разностной схемы, не ведет автоматически к сходимости, т.е. к малой погрешности разностного решения, характеризующей различие между решениями этих уравнений. Для того чтобы такое следствие действительно имело место, достаточно чтобы разностная схема была еще и устойчивой. При этом чаще всего погрешность приближения разностного решения к точному имеет одинаковый порядок с погрешностью аппроксимации разностной схемой исходной модели.

К видимым недостаткам метода относятся трудности, связанные с определением минимального числа *N*, необходимого для получения допустимой ошибки моделирования в смысле, диктуемой формулировкой каждой конкретной задачи управления ОРП, а так же сложности отбора возможных вариантов удерживаемых гармоник в рамках заданного *N*, возникающие применительно к пространственно многомерным ОРП, функции состояния которых описываются кратными рядами.

В частности, зависимости получаемых погрешностей от N могут быть оценены величиной потерь по стандартным квадратичным или минимаксным функционалам качества в соответствующих задачах оптимизации относительно их значений при оптимальном управлении точной моделью ОРП.

Возможен и простой перебор вариантов с последовательно увеличивающимися значениями N и последующей оценкой каждого из этих вариантов по требуемым показателям.

Кроме того, присутствует также возможность потери отличительных свойств объекта, как и во всех методах конечномерных приближений [87].

4.1.3. Моделирование электромагнитных процессов в индукционных нагревателях

Целью исследования электромагнитных процессов в индукционном нагревателе является с одной стороны вычисление функции $P(x,t)$ распределения теплоисточников по объему нагреваемого тела, используемой в тепловых расчетах (п. 4.1.2), а с другой стороны – качественное и количественное описание свойств индукционного нагревателя как нагрузки источников питания, необходимое для анализа работы последних. Электромагнитные процессы в индукционном нагревателе определяются как режимом работы источника питания, так и электрофизическими параметрами нагреваемого тела, причем для большинства материалов удельное электрическое сопротивление, а для ферромагнитных и относительная магнитная проницаемость [88] весьма сильно зависят от температуры, т.е. расчеты электромагнитных и тепловых полей оказываются взаимосвязанными.

В качестве методов исследования электромагнитных процессов при индукционном нагреве применяются как аналитические, так и численные методы. Аналитические методы [89, 90] широко использовались на ранних стадиях изучения процесса индукционного нагрева и

сводились к получению аналитических решений для задачи распространения электромагнитных волн в массивное проводящее тело, помещенное во внешнее переменное магнитное поле. Для определения параметров индукционного нагревателя как нагрузки источника питания использовались магнитные схемы замещения, представляющие индукционный нагреватель простейшей сосредоточенной цепочкой [90]. Подробно ограничения, присущие аналитическим методам исследования электромагнитных процессов в индукционных нагревателях, изложены в [91–93]. Отметим наиболее существенные из них:

– трудность получения в приемлемой, удобной для дальнейшего использования форме аналитического решения задачи распространения электромагнитных волн в телах с произвольным характером изменения по объему электрофизических характеристик;

– невозможность учета неравномерности, часто весьма существенной, распределения напряженности внешнего поля по поверхности тела;

– неадекватное представление нагревателя как нагрузки ТПЧ на основе $R-L$ схемы замещения индукционного нагревателя.

Наличие этих, труднопреодолимых в рамках аналитических методов, ограничений диктует необходимость использования численных моделей электромагнитных процессов индукционного нагрева.

Численное моделирование электромагнитных процессов индукционного нагрева осуществляется методами конечных разностей, конечных элементов и вторичных источников. Описанию и сравнительному анализу этих методов посвящено большое число работ [91–93]. Приведенные в этих работах данные свидетельствуют о равной или худшей эффективности метода вторичных источников при решении внутренних краевых задач. Однако он имеет неоспоримые преимущества при рассмотрении внешних краевых задач, решение которых методами конечных разностей или конечных элементов требует или рассмотрения всей области существования поля или искусственного замыкания расчетной области и постановки граничных условий из априорных соображений. Использование же метода вторичных источников позволяет рассматривать лишь области, занятые источниками поля, что повышает точность и сокращает время расчетов.

Объемная плотность мощности внутренних теплоисточников $P(x,t)$ характеризует интенсивность внутреннего тепловыделения, происходящего в нагреваемом изделии при индукционном нагреве. Расчет распределения внутренних теплоисточников является сложной самостоятельной задачей и осуществляется в ходе моделирования электромагнитных процессов. Изложенный в [94] метод расчета электромагнитных полей в немагнитных и ферромагнитных телах с использованием вторичных источников выбран в качестве базового для моделирования электромагнитных процессов в индукционных нагревателях. Использование

метода вторичных источников позволяет, в отличие от метода конечных разностей или конечных элементов, рассматривать лишь области, занятые источниками поля, что повышает точность и сокращает время расчетов. Расчет полей в немагнитных телах согласно [94] сведен к определению токов $\dot{I}_i, i = 1,2,\ldots,N-1$, в $N-1$ элементарных соленоидах, на которые разбивается исследуемое тело, и тока $\dot{I}_N$ в индукторе. Для нахождения токов составляется получаемая применением 2-го закона Кирхгофа к каждому из N соленоидов система линейных алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами

$$[\dot{Z}]\cdot[\dot{I}]=[U]. \qquad (4.6)$$

В выражении (4.6) $[U]=[0 \quad 0 \quad \ldots \quad u_1]^T$, а полное сопротивление каждого элемента $[\dot{Z}]=[R]+j\omega[X]$, где ω – угловая частота, $j=\sqrt{-1}$.

Элементы диагональной матрицы $[R]$ равны $R_{ij}=\begin{cases} R_i, i=j \\ 0, i \neq j \end{cases}$, где $R_i = 2\pi\rho_i(T_i)r_i/(t_i \cdot l_i), i = 1,2,N$, – активное сопротивление i-го соленоида, $\rho(T_i)$ – удельное электрическое сопротивление материала соленоида при температуре T_i.

Элементы матрицы $[X]$ равны $X_{ij}=\begin{cases} L_i, i=k \\ M_{ij}, i \neq k \end{cases}$, где L_i – индуктивность i-го соленоида, M_{ik} – взаимная индуктивность i-го и k-го соленоидов.

Решение системы (4.6) определяет значение токов в индукторе и в соленоидах, которыми представлены составляющие электромагнитную систему тела. Токи соленоидов используются далее для определения мощности внутренних теплоисточников в (4.5), $P_i = I_i^2 \cdot \mathrm{Re}(\dot{z}_i)$.

Расчетная схема метода индуктивно связанных контуров представлена на рисунке 4.4. Приведем общее описание функционирования разработанной автором программы расчета электромагнитных процессов. Исходной информацией для работы подпрограммы являются геометрические размеры тел, составляющих электромагнитную систему, а также электрофизические свойства их материалов. Для тел простейшей конфигурации (например, цилиндров) предусмотрена процедура автоматизированного разбиения тел на коаксиальные круговые соленоиды.

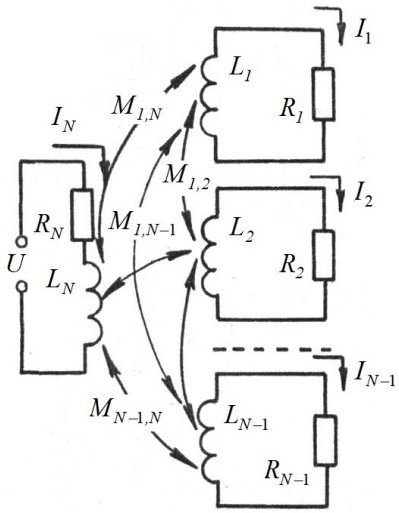

Рис. 4.4. Расчетная схема метода индуктивно связанных контуров

В процессе расчета производится вычисление элементов матриц коэффициентов системы уравнений (4.6) и решение системы. Вычисление матрицы X взаимных и собственных индуктивностей соленоидов

$$X = \begin{bmatrix} L_1 & M_{1,2} & \cdots & M_{1,N} \\ M_{2,1} & L_2 & & M_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{N,1} & M_{N,2} & \cdots & L_N \end{bmatrix}$$

производится по выражениям $M_{i,j} = \mu_0 \omega_1 \omega_2 \sqrt{r_i r_j} f_1(k)$; $\mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-6}$ Гн/м; $f_1(k) = \left(\frac{2}{k} - k\right) K(k) - \frac{2}{k} E(k)$, где $K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - k^2 \sin^2 \beta)^{-1/2} d\beta$ и $E(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - k^2 \sin^2 \beta)^{1/2} d\beta$ – полные эллиптические интегралы первого и второго рода, $k = \sqrt{4 r_i r_j / x^2 + (r_i + r_j)^2}$, x – расстояние между центрами катушек, r_i и r_j – радиусы соленоидов. Собственная индуктивность кругового соленоида $L_i = \mu_0 r_i f_2(r_i, t_i, l_i)/(2\pi)$. Вычисление матрицы R активных сопротивлений соленоидов

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R_N \end{bmatrix}$$

производится по формуле $R_i = 2\pi \rho_i r_i / (t_i \cdot l_i), i = 1, 2, N-1$; $R_N = 2\pi \rho_N r_N w / (t_N \cdot l_N)$. Используемые в расчетах геометрические размеры соленоидов показаны на рисунке 4.5.

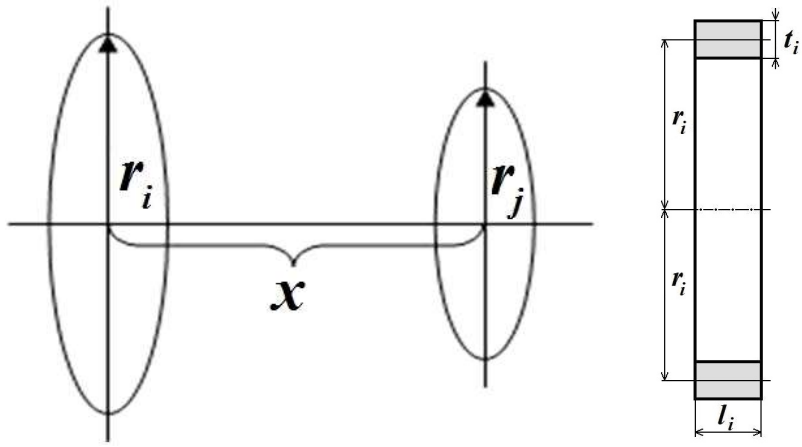

Рис. 4.5. Геометрические размеры соленоидов

Для решения системы линейных алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами вида (4.6) используется MATLAB-процедура linsolve. Далее вычисляется объемная плотность мощности нагрева

$$P_{ob} = \left[I_1^2 R_1 / V_1, I_2^2 R_2 / V_2, ..., I_{N-1}^2 R_{N-1} / V_{N-1} \right], \qquad (4.7)$$

где $V_i = 2\pi\, r_i\, t_i\, l_i$ и в подпрограмму решения задачи теплопроводности пересылается массив координат центров соленоидов, которые являются одновременно узлами сетки в задаче теплопроводности и массив мощностей теплоисточников.

При расчете методом индуктивно связанных контуров электромагнитных процессов в индукционном нагревателе конической формы, снабженном дополнительными витками как устройствами выравнивания температуры по длине изделия, необходимо несколько модернизировать расчетную схему (рисунок 4.6). В этом случае индуктор имеет Q витков разного диаметра, и его нельзя представить единственным соленоидом.

Нагреваемое изделие разбито на $N-1$ элемент. Активные сопротивления соленоидов с номерами N и $N+1$ (устройства выравнивания температуры по длине изделия) изменяются в процессе нагрева, принимая одно из двух возможных значений,

$$R_N = \begin{cases} 2\pi\rho_N r_N / (t_N \cdot l_N), & u_2 = 1 \\ \infty, & u_2 = 0 \end{cases}, \; R_{N+1} = \begin{cases} 2\pi\rho_N r_{N+1} / (t_{N+1} \cdot l_{N+1}), & u_3 = 1 \\ \infty, & u_3 = 0 \end{cases}.$$

Матрица X взаимных и собственных индуктивностей соленоидов и матрица R активных сопротивлений соленоидов в этом случае равны

$$X=\left[\begin{array}{cccc|c} L_1 & M_{1,2} & \cdots & M_{1,N+1} & \sum\limits_{i=N+2}^{N+2+Q} M_{1,i} \\ M_{2,1} & L_2 & \cdots & M_{2,N+1} & \sum\limits_{i=N+2}^{N+2+Q} M_{2,i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \hline \sum\limits_{i=N+2}^{N+2+Q} M_{i,1} & \sum\limits_{i=N+2}^{N+2+Q} M_{i,2} & \cdots & \sum\limits_{i=N+2}^{N+2+Q} M_{i,N+1} & \sum\limits_{i=N+2}^{N+2+Q} L_i + \sum\limits_{i=N+2}^{N+2+Q} \sum\limits_{j=N+2}^{N+2+Q, j\neq i} M_{i,j} \end{array}\right] R=\left[\begin{array}{cccc|c} R_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & \cdots & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \hline 0 & 0 & \cdots & 0 & \sum\limits_{i=N+2}^{N+1+Q} R_i \end{array}\right].$$

В остальном схема метода индуктивно связанных контуров остается прежней.

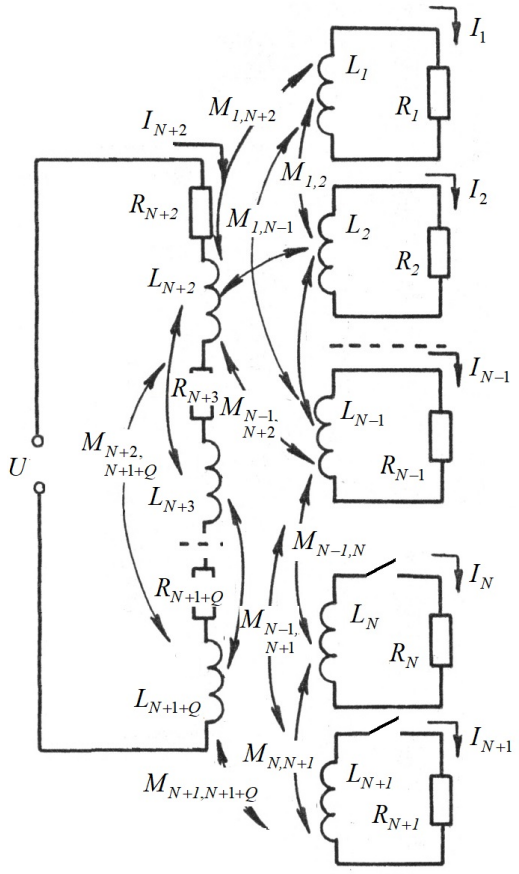

Рис. 4.6. Расчетная схема метода индуктивно связанных контуров для системы «конический индуктор – нагреваемое тело – устройство выравнивания температуры»

Для численного моделирования электромагнитных процессов индукционного нагрева автором были разработаны специальные подпрограммы [16], составляющие в совокупности с подпрограммами расчета тепловых процессов цифровую модель индукционного нагрева парамагнитных тонкостенных оболочек (рисунок 4.7). Модель реализована в пакете MATLAB (приложение А) и использовалась для нечеткой оптимизации процесса нагрева. Малое время счета на доступных вычислительных ресурсах является следствием использования упрощений, сведения задачи с распределенными параметрами к задаче с сосредоточенными.

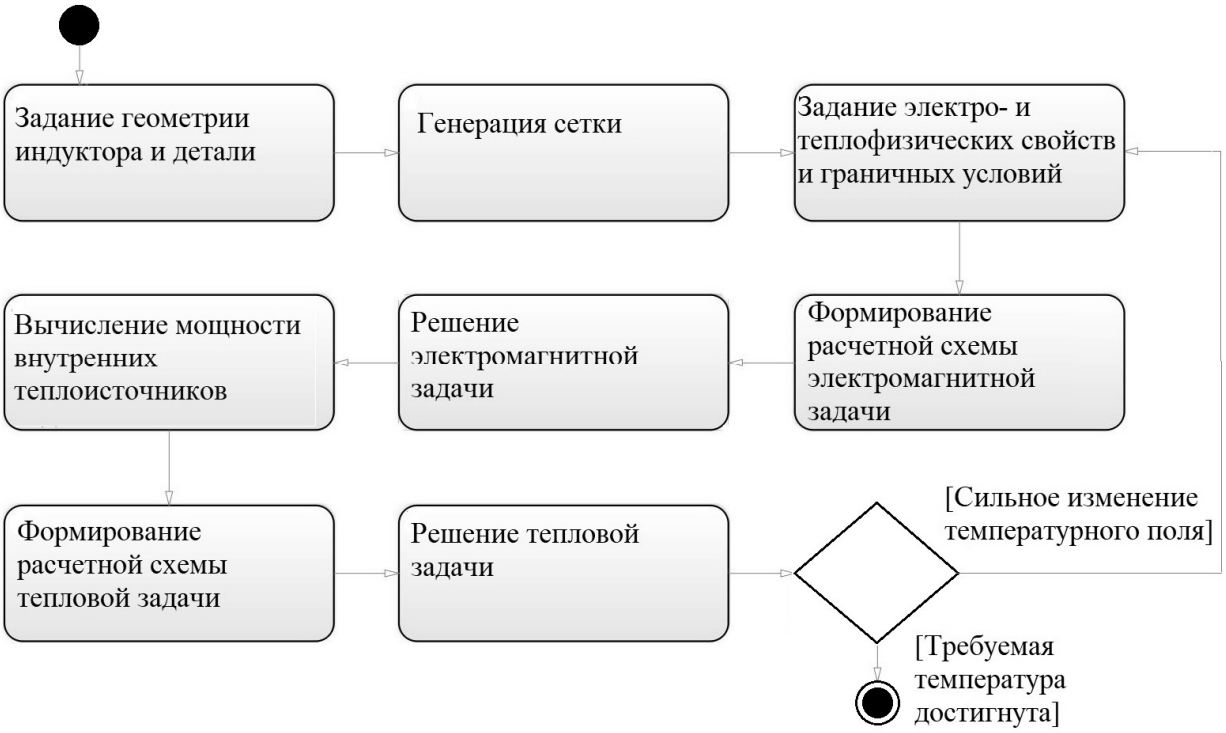

Рис. 4.7. Блок-схема цифровой модели процесса индукционного нагрева

Анализ качества приближенной модели электромагнитных процессов индукционного нагрева производился сравнением получаемых с ее помощью результатов с результатами расчетов иными методами [95] применительно к типовой модели в цилиндрических координатах.

Качество приближенной модели электромагнитных процессов индукционного нагрева оценивалась по степени близости результатов расчетов как сосредоточенных, так и распределенных характеристик. Основными сосредоточенными характеристиками являются ток индуктора, потребляемая мощность, КПД, коэффициент мощности $\cos\varphi$. Важнейшей распределенной характеристикой служит распределение мощности внутреннего тепловыделения по объему нагреваемого тела.

Выполнялось вычисление сосредоточенных характеристик, таких, как ток индуктора, потребляемая индуктором мощность, КПД установки индукционного нагрева и коэффициент мощности $\cos\varphi$ с помощью реализованной в работе модели. Результаты расчетов с использованием разработанной программы представлены ниже в таблице 4.1, в скобках даны результаты, полученные в [96] с использованием известной методики приближенного расчета индуктора для сквозного нагрева цилиндрических заготовок [97].

Как видно из приведенных данных, результаты близки, погрешность составляет 2–7 %.

Таблица 4.1 Сравнение результатов расчетов по приближенной и по предложенной методике

	Результаты, полученные с использованием разработанной программы	Результаты, полученные в [97] с использованием известной методики приближенного расчета индуктора
Полный ток индуктора	76.9504 А	75.564 А
Электрический КПД	70.7061%	68.486%
Коэффициент мощности	0.2832	0.264

С помощью реализованной в работе модели вычислялось распределение мощности внутреннего тепловыделения по объему нагреваемого тела как важнейшей распределенной характеристики. Результаты расчетов сравнивались с вычислениями, произведенными в программе Cedrat FLUX. FLUX представляет собой пакет прикладных программ для конечно-элементного анализа электромагнитных и тепловых процессов в двумерных и трехмерных областях, обладает большим количеством функциональных возможностей, включающих расширенный многопараметрический анализ и усовершенствованный анализ взаимосвязанных электрических цепей и кинематических взаимодействий [98]. Существенным недостатком этого программного продукта является его относительно высокая стоимость, сложность первоначального освоения, большое время вычислений.

В результате электромагнитного расчета в Cedrat FLUX (рисунок 4.8) для сетки с 50 шагами разбиения по радиусу и 200 шагами разбиения по длине половины заготовки, была получена матрица объемной плотности внутренних теплоисточников. Построенный по результатам вычислений график распределения плотности внутренних теплоисточников Pob по объему нагреваемого тела представлен рисунке 4.9, где $nR = 50$ соответствует поверхности заготовки, $nL = 200$ – ее торцу.

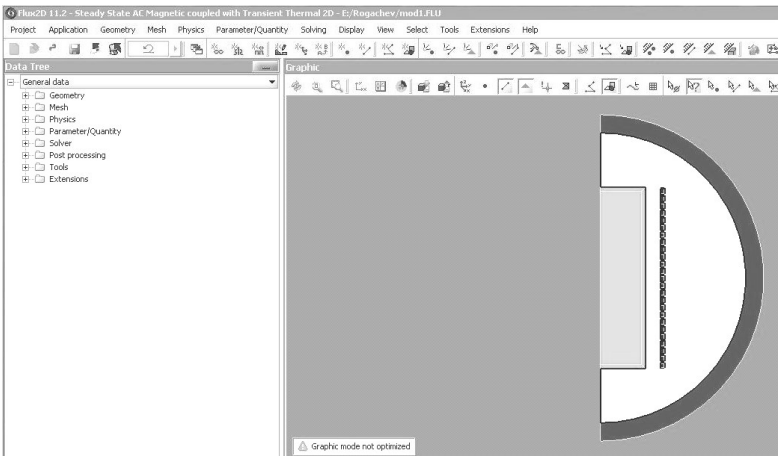

Рис. 4.8. Интерфейс программного продукта Cedrat FLUX

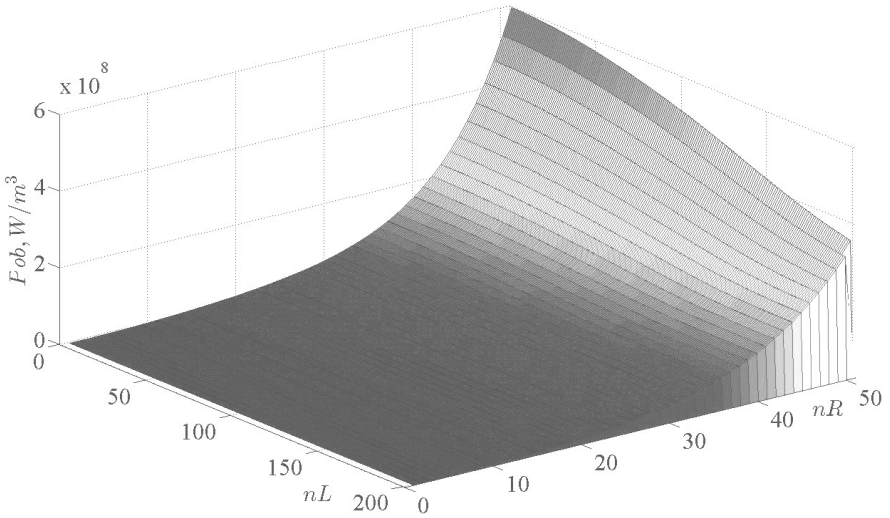

Рис. 4.9. График распределения плотности внутренних теплоисточников Pob по объему нагреваемого тела согласно Cedrat FLUX

Те же исходные данные использовались для вычислений по методу индуктивно связанных контуров с помощью программы моделирования электромагнитных процессов индукционного нагрева, реализованной в работе. Геометрия системы индуктор-загрузка представлена на рисунке 4.10.

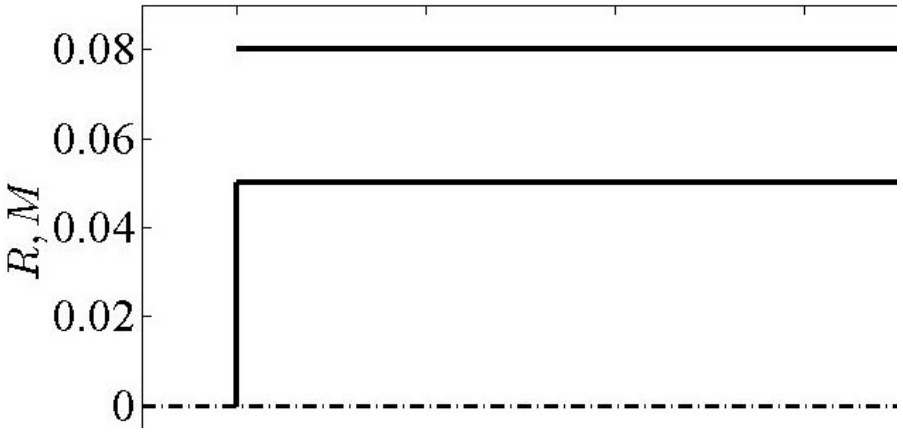

Рис. 4.10. Геометрия системы индуктор-загрузка в программе CLN0098 расчета электромагнитных процессов при индукционном нагреве

Графики изменения плотности внутренних теплоисточников Pob по длине и радиусу нагреваемого тела, построенные в программе расчета электромагнитных процессов при индукционном нагреве, представлены на рисунках 4.11, 4.12.

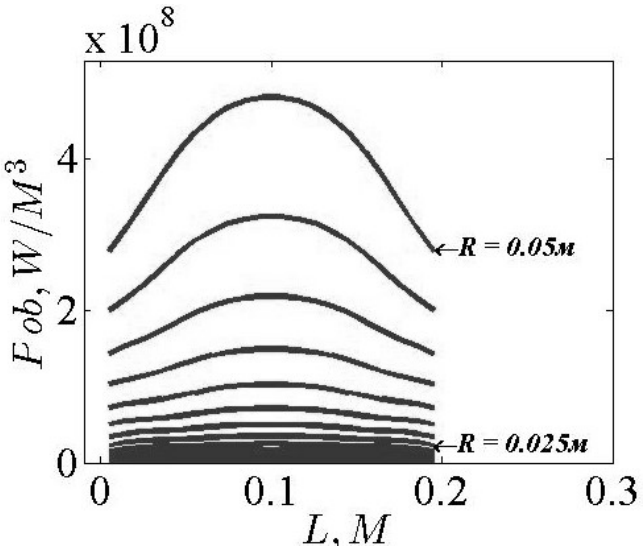

Рис. 4.11. Графики изменения плотности внутренних теплоисточников *Pob* по длине нагреваемого тела

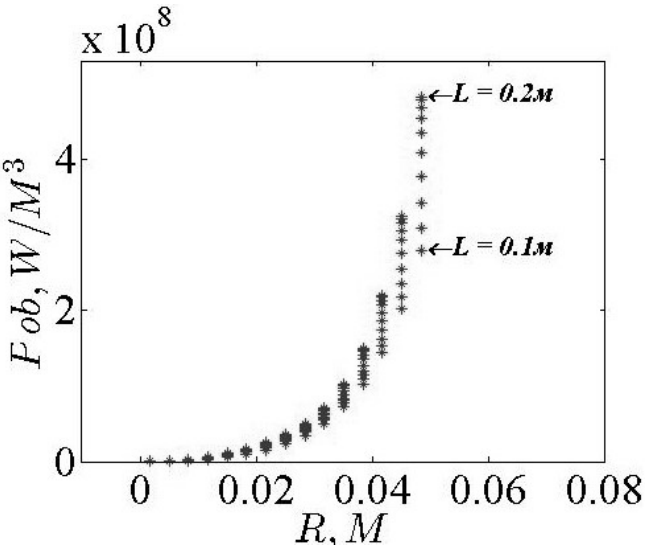

Рис. 4.12. Графики изменения плотности внутренних теплоисточников *Pob* по радиусу нагреваемого тела

Результаты сравнения расчетов распределенных характеристик в программе CLN0098 по методу ИСК и в программе FLUX представлены на рисунке 4.13.

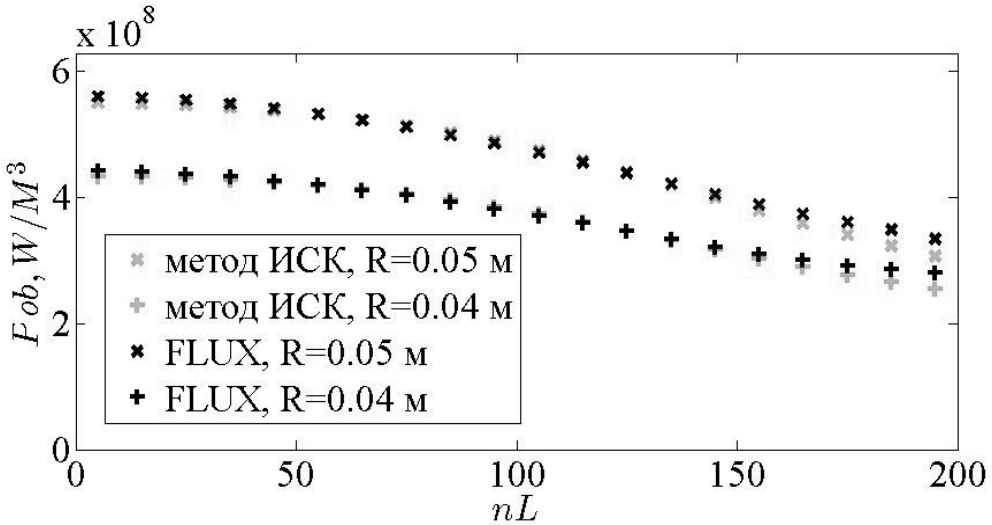

Рис. 4.13. Сравнение результатов расчетов в программе CLN0098 по методу ИСК и в программе FLUX

Имеет место достаточно высокая степень совпадения результатов расчетов как сосредоточенных, так и распределенных характеристик, что свидетельствует о возможности применения разработанного программного обеспечения для моделирования электромагнитных процессов в установках периодического индукционного нагрева немагнитных металлов.

4.1.4. Системный анализ установки индукционного нагрева

Модель установки индукционного нагрева – взаимосвязанная система электрической и тепловой моделей. Вектор состояний ОУ $X = [T_1 \quad T_2 \quad \ldots \quad T_n]^T$, вектор управляющих воздействий $U = [u_1, u_2, u_3]^T$. Выходной сигнал определяется количеством и положением датчиков температуры. В рассматриваемом в работе частном случае используются три датчика, $Y = [T_j]^T, j = 1,2,3$. Системные связи установки индукционного нагрева отображены на рисунке 4.14.

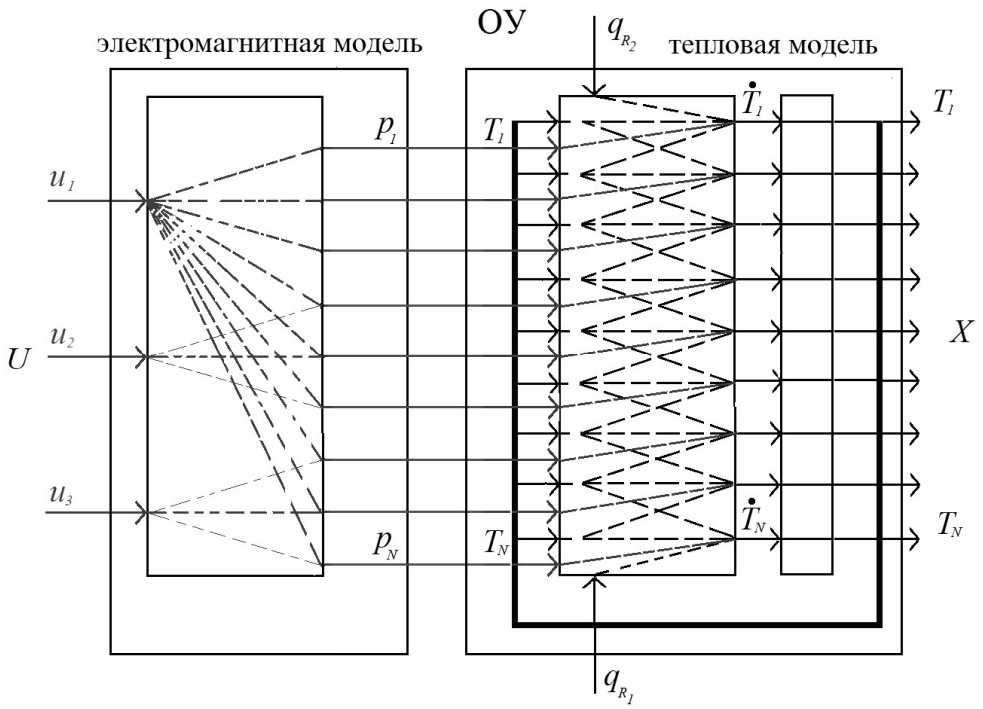

Рис. 4.14. Системные связи установки индукционного нагрева

4.2. Постановка и решение нечетко-оптимальной задачи цифрового управления установкой индукционного нагрева

По мере того как обрабатывающая промышленность в целом становится более конкурентной, снижение эксплуатационных расходов с целью максимизации прибыли становится основной целью производства. Поскольку индукционный нагрев является дорогостоящим и энергоемким процессом, снижение эксплуатационных расходов является приоритетной задачей. Понимание того, как можно повысить эффективность индукционного нагрева, имеет решающее значение для снижения потребления энергии и затрат.

В этом разделе представлен нечетко-оптимальный подход к повышению эффективности установки индукционного нагрева и обсуждаются методы ее максимального увеличения. Рассматривается установка индукционного нагрева как непрерывный многомерный и многосвязный объект управления с распределенными параметрами. Модель этой установки разработана в первом разделе диссертации.

Пример 11. Рассмотрена задача синтеза нечетко-оптимальной системы правил работы регулятора в задаче управления процессом индукционного нагрева парамагнитных тонкостенных оболочек до заданного значения. Задача управления с нечеткой целью и ограничениями сформулирована следующим образом. Необходимо за кратчайшее время $t_F \to \min$ довести среднюю температуру объекта управления (4.4), (4.6)

$T_{CP} = \int_{R_1}^{R_2} T(r,t_F)dr/(R_2 - R_1)$ до уровня $T_{CP} = T_{ЗАД} = 940^O C$ при выполнении дополнительного условия $\max\limits_{t\in[0,t_F]} T_D(t) \le 2\varepsilon$, где $T_D(t) = \max\limits_{r\in[R_1,R_2]} T(r,t) - \min\limits_{r\in[R_1,R_2]} T(r,t)$. Это дополнительное условие означает, что максимальный перепад температур по длине не должен превышать определенного уровня в течение всего времени нагрева. Для выполнения сформулированных целей и ограничений используется три канала управления (раздел 4.1.1). Основной канал – мощность питающего индуктор источника $u_1 \in [0, u_{MAX}]$. Это – канал управления средней температурой изделия, но он не в состоянии существенно изменять закон распределения температуры по длине изделия. Для обеспечения требуемой равномерности нагрева индуктор снабжен дополнительными витками как устройствами выравнивания температуры по длине изделия. В разомкнутом состоянии ($u_i = 0, i = 2,3$) витки не оказывают влияния на процесс нагрева. При замыкании витка ($u_i = 1, i = 2,3$) в нем наводится противо-ЭДС. Это вызывает локальное снижение мощности нагрева в зоне размещения витка, что способствует выравниванию температуры в нагреваемом изделии. Устройства выравнивания температуры по длине изделия должны включаться в работу по мере необходимости вместе или поочередно, функционируя одновременно с индукционным нагревателем. Зависимость формы кривой распределения мощности нагрева P_{ob} от величины вектора управляющих воздействий приведена на рисунке 4.15.

Функции принадлежности $\mu_i(.),\ i = 1,\ 2,\ 3$ представляют степени выполнения сформулированных целей. Сигмоидальные функции принадлежности нечетких множеств заданы аналитически: $\mu_1(t_F) = 1/(1 + e^{0.1(t_F - 40)})$; $\mu_2(T_{CP}) = e^{-\frac{(T_{CP} - T_{ЗАД})^2}{3200}}$; $\mu_3(\rho_1) = 1/(1 + e^{0.1(\rho_1 - 150)})$; $\rho_1 = \max\limits_{t\in[0,t_F]}(T_D)$.

Желание нагреть максимально быстро представлено функцией принадлежности $\mu_1(t_F)$ (рисунок 4.16). Она практически равна единице (что означает максимальное выполнение этой цели), если $t_F \le 2$ и почти равна нулю (цель не достигнута), если $t_F \ge 10$. В диапазоне от 2 до 10 $\mu_1(t_F)$ плавно меняется от 1 до 0. Требование обеспечить нагрев объекта управления до уровня $T_{CP} = T_{ЗАД}$ представлено функцией принадлежности $\mu_2(T_{CP})$ (рисунок 4.17). Поскольку величина максимального перепада температур по длине в течение этапа нагрева не должна превышать $2\varepsilon = 150\ ^0C$, степень выполнения этого дополнительного условия представим функцией принадлежности $\mu_3\left(\max\limits_{t\in[0,t_F]} T_D(t)\right)$ (рисунок 4.18) .

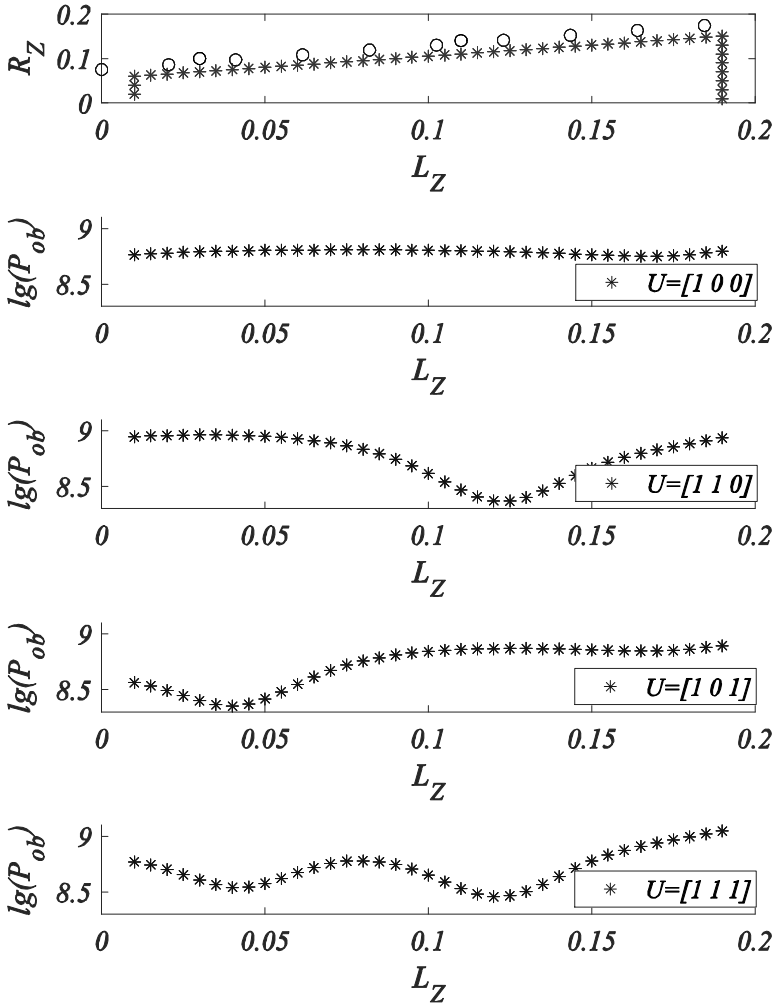

Рис. 4.15. Зависимость формы кривой распределения мощности нагрева P_{ob} от величины вектора управляющих воздействий

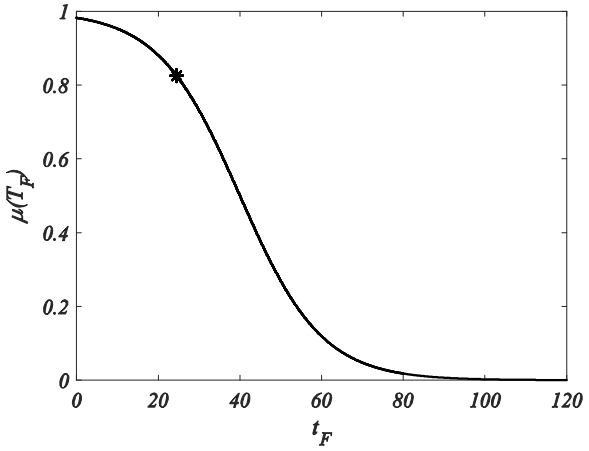

Рис. 4.16. Функция принадлежности $\mu_1(t_F)$

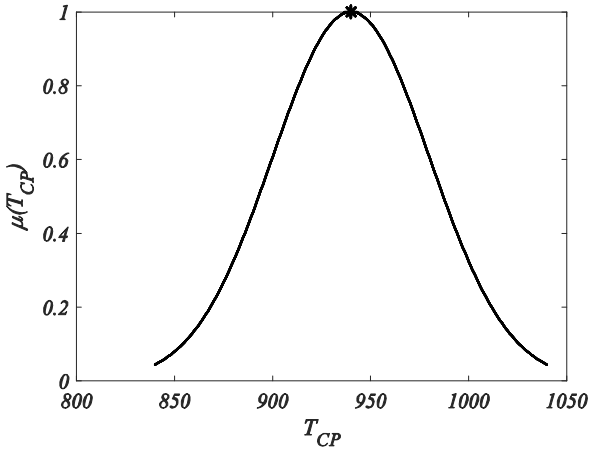

Рис. 4.17. Функция принадлежности $\mu_2(T_{CP})$

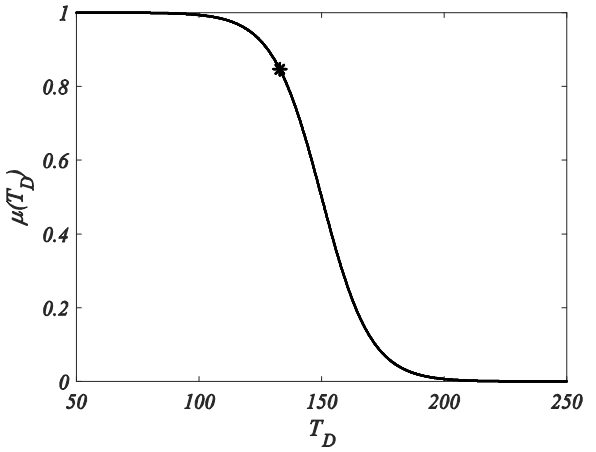

Рис. 4.18. Функция принадлежности $\mu_3\left(\max_{t\in[0,t_F]} T_D(t)\right)$

Выясним, насколько полно удовлетворяют нечетко сформулированным целям этапа нагрева рассмотренные ранее режимы (рисунок 4.15). Первый режим – нагрев полной мощностью с разомкнутыми витками, $U = [1\ 0\ 0]$, второй режим – нагрев полной мощностью с замкнутым первым витком, $U = [1\ 1\ 0]$, третий режим – нагрев полной мощностью с замкнутым вторым витком, $U = [1\ 0\ 1]$, четвертый режим – нагрев полной мощностью с замкнутыми первым и вторым витками, $U = [1\ 1\ 1]$, пятый режим – нулевая мощность. Решение сформулированной ранее нечетко-оптимальной задачи найдем из соотношения (2.15), учитывая при этом релейный характер управления процессом индукционного нагрева в строго оптимальной по быстродействию постановке [87]. Систему правил работы цифрового программного регулятора с единичной частотой срабатывания (один раз в единицу модельного времени) будем искать в виде системы правил вида «если

$t \in [t_i, t_{i+1})$ то $u_1(t) = u_{1i}, u_2(t) = u_{2i}, u_3(t) = u_{3i}$», $i = 1, 2, ..., N$, где $u_1(t), u_2(t), u_3(t)$ – сигналы управления мощностью индуктора и устройствами выравнивания температуры по длине изделия, $t_N = t_F$. Результаты расчетов представлены на рисунках 4.19 – 4.21, где $y_1 = T(0) = u_{1i}, y_2 = T(L_Z / 2), y_3 = T(L_Z)$. Степень удовлетворения полученного решения заданным условиям составляет от 0.8251 до 1 (рисунки 4.16 – 4.18).

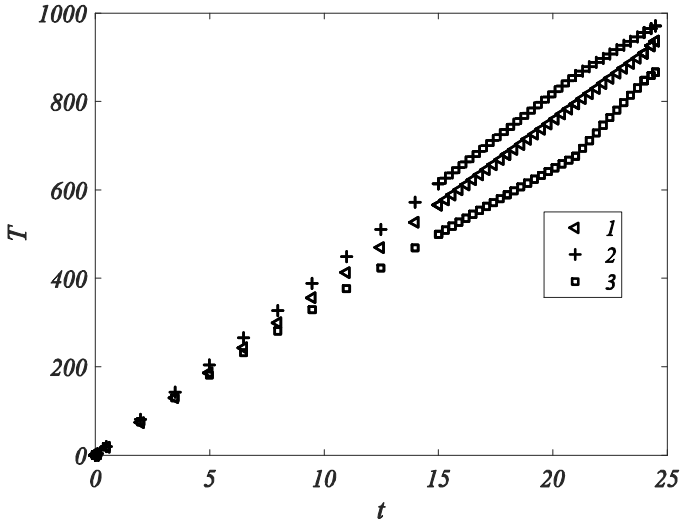

Рис. 4.19. График изменения температуры в нечетко-оптимальной задаче нагрева:

1– y_1, 2– y_2, 3– y_3

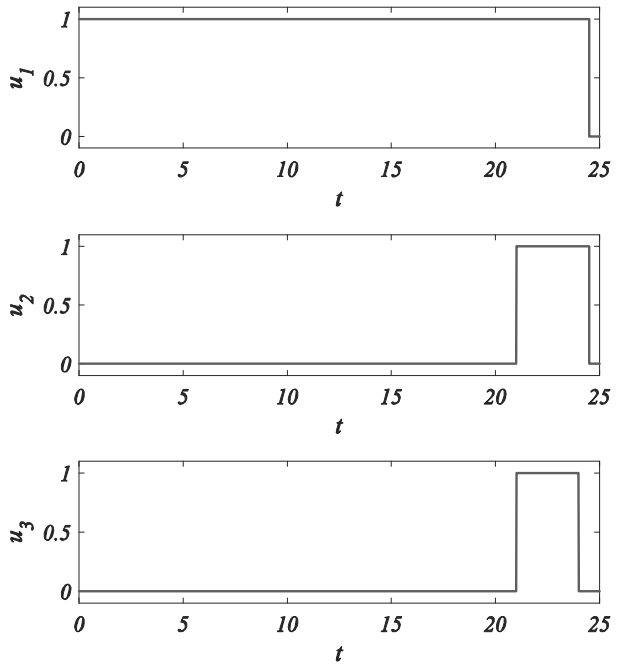

Рис. 4.20. График изменения управляющих воздействий в нечетко-оптимальной задаче

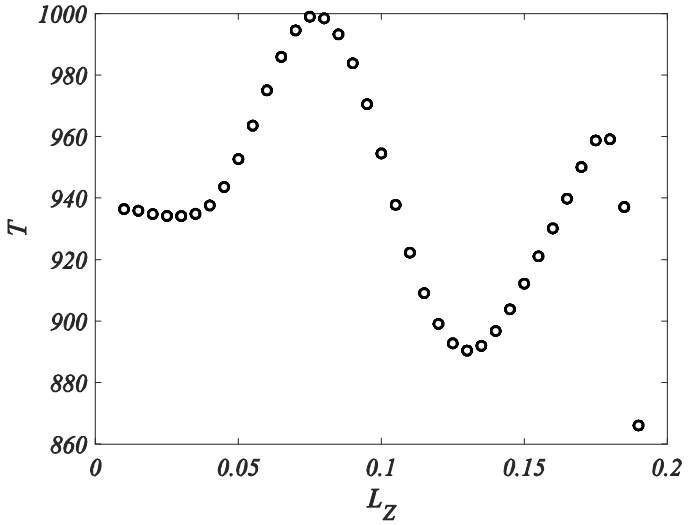

Рис. 4.21. Результирующее температурное поле в конце этапа нагрева

4.3. Постановка и решение совместной задачи проектирования и управления установкой индукционного нагрева

Совместное решение задачи проектирования и управления установкой индукционного нагрева позволяет обеспечить не только повышения качества производимых изделий, но и снижение эксплуатационных расходов. В случае совместного решения задачи проектирования и управления установкой индукционного нагрева искомый вектор включает набор конструктивных параметров (длину L и радиус R индуктора) и сосредоточенное управляющее воздействие $U(t)$ (рисунок 4.22). Эти значения являются исходными для электромагнитной модели. В результате решения электромагнитной задачи определяется объемная мощность внутренних теплоисточников в нагреваемом изделии $P(t,R,L)$. Эта зависимость в свою очередь служит исходной для тепловой модели. В результате решения тепловой задачи определяется температурное распределение в нагреваемом изделии $T(t,R,L)$.

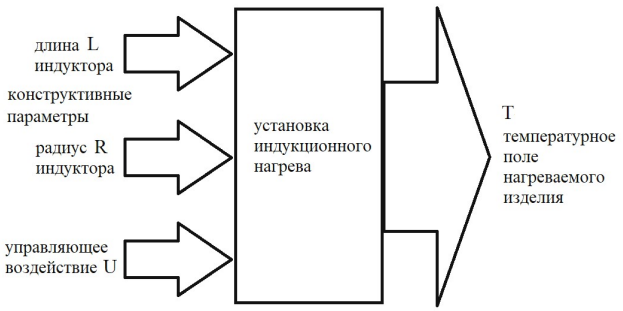

Рис. 4.22. Установка индукционного нагрева в задаче определения нечетко-оптимальных параметров L_2 и R_2 и режима работы U

Основными показателями качества индукционного нагревателя являются его полезная мощность, КПД, время и равномерность нагрева изделия. С помощью электротепловой модели (1.7), (1.10), рассмотренной в главе 1, был проанализирован вид зависимости этих показателей от параметров индукционного нагревателя (рисунки 4.23, 4.24) для установки индукционного нагрева с параметрами, представленными в таблице 4.2.

Таблица 4.2. Параметры установки индукционного нагрева

нагреваемое изделие		индукционный нагреватель	
теплоемкость	$c = 500\ Дж/К$	количество витков	$w = 12$
теплопроводность	$\lambda = 20\ Вт/(м \cdot К)$	ширина витка	$b = 0.007 м$
плотность	$\gamma = 7800$ кг/$м^3$	электропроводность	$\rho = 2 \cdot 10^{-8} Ом \cdot м$
электропроводность	$\rho = 2 \cdot 10^{-6} Ом \cdot м$	частота источника	2400 Гц
внешний радиус	$R_{1O} = 0.05\ м$	мощность источника	400 кВт
внутренний радиус	$R_{1I} = 0.04\ м$	радиус	R_2 – искомый параметр
длина	$L_1 = 0.1\ м$	длина	L_2 – искомый параметр

Приведенные графики демонстрируют разнонаправленные тенденции зависимости качественных характеристик объекта от его параметров R_2 и L_2 и режима работы U. Действительно, электрический КПД уменьшается с увеличением длины индуктора и его радиуса, тепловой КПД увеличивается с увеличением радиуса индуктора и уменьшается с увеличением длины. Это приводит к тому, что общий КПД уменьшается с увеличением длины индуктора и увеличивается с увеличением радиуса индуктора. Поскольку индукционный нагрев включает в себя передачу как электромагнитной, так и тепловой энергии, общий КПД может быть выражен как произведение электромагнитного и теплового КПД. Для максимального повышения электромагнитной эффективности требуется максимальное увеличение мощности, индуцируемой в заготовке, при минимизации потерь мощности в катушке индуктора. Термическая составляющая общего КПД учитывает тепловую энергию, передаваемую от нагретой детали к окружающей среде во время нагрева посредством теплопроводности, конвекции и радиационной передачи тепла. Тепловой КПД характеризует потери тепловой энергии, ее передачи от изделия к окружающей среде за счет проводимости, конвекции и излучения. Из приведенных графиков также следует, что наилучшая равномерность электромагнитного поля достигается при параметрах и условиях эксплуатации установки, отличных от тех, при которых обеспечивается наилучшая равномерность температурного поля.

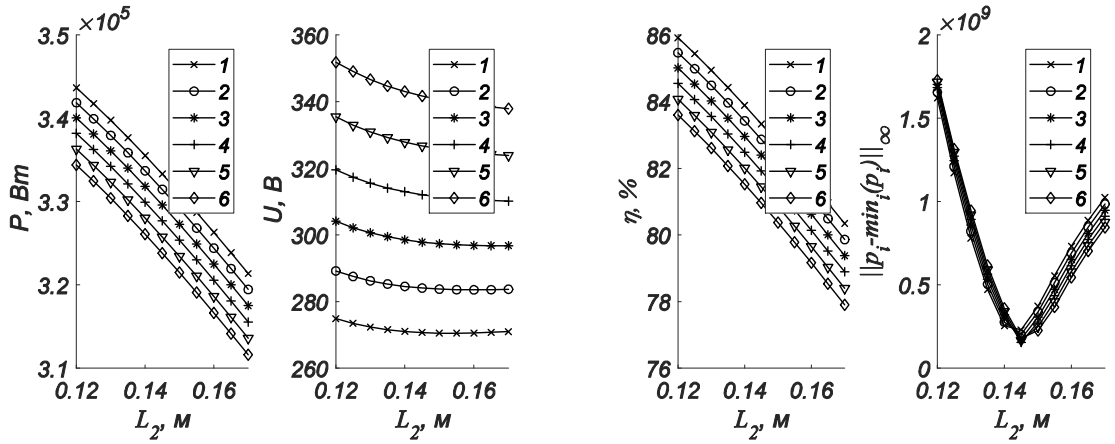

Рис. 4.23. Зависимость электромагнитной составляющей основных показателей качества индукционного нагрева и режима работы U от длины индуктора L_2: 1 – $R_2 = 0.053\ m$; 2 – $R_2 = 0.054\ m$; 3 – $R_2 = 0.055\ m$; 4 – $R_2 = 0.056\ m$; 5 – $R_2 = 0.057\ m$; 6 – $R_2 = 0.058\ m$.

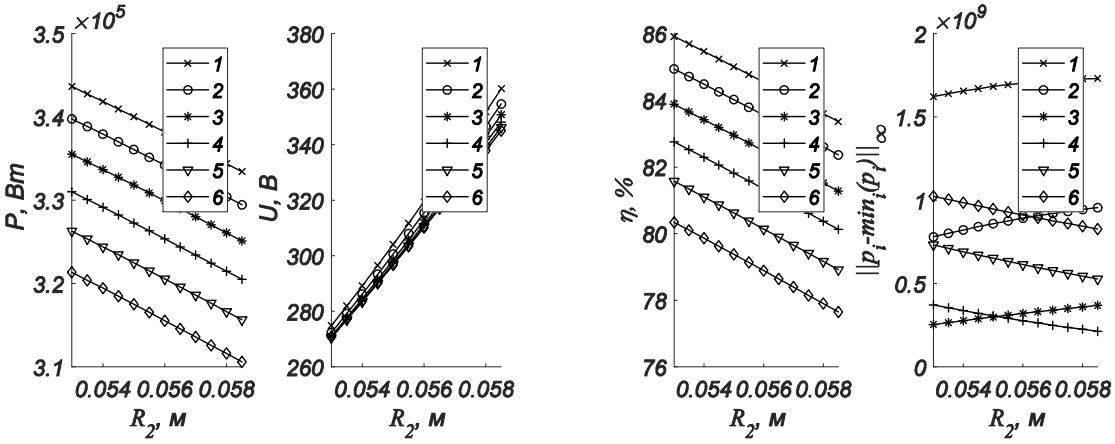

Рис. 4.24. Зависимость электромагнитной составляющей основных показателей качества индукционного нагрева и режима работы U от радиуса индуктора R_2: 1 – $L_2 = 0.12\ m$; 2 – $L_2 = 0.13\ m$; 3 – $L_2 = 0.14\ m$; 4 – $L_2 = 0.15\ m$; 5 – $L_2 = 0.16\ m$; 6 – $L_2 = 0.17\ m$.

Исходя из этого, задача определения наилучшего сочетания параметров и режима работы нагревателя была сформулирована как задача нечеткой оптимизации [10].

В устной форме технологические требования к индукционному нагреву выглядят следующим образом. Изделие необходимо нагреть до температуры $T_{\text{FIN}} = 900\ K$ за минимальное время $t_{\text{FIN}} \to \min$, перепад температуры по длине должен быть минимальным, $\varepsilon \to \min$. Для максимальной эффективности индукционного нагрева словесное описание целей и ограничений будет следующим: нагрев должен выполняться с максимальной эффективностью $\eta \to \max$, с соблюдением ограничения со стороны высокочастотного источника питания $P_{\text{Т}} \le 400$ кВт.

Пример 12. Задача совместного проектирования установки индукционного нагрева и управления нагревом с нечеткими целями и ограничениями формулируется следующим образом. Необходимо перевести модель (4.4), (4.6) за время $t \in [0, t_{\text{FIN}}]$, $t_{\text{FIN}} \to \min$ в окрестность точки $\max\limits_{l \in [0, L_2]} |T(l, t_{\text{FIN}})| \le \varepsilon$, при дополнительном условии $\varepsilon \to \min$. Кроме того, необходимо, чтобы в ходе нагрева выполнялись условия $\eta \to \max$ и $P_{\text{T}} \le 400$ кВт.

Функции принадлежности нечетких множеств определены аналитически: $\mu_1(\varepsilon) = 1 - (1 + e^{(0.1 \cdot (70 - \max\limits_{l \in [0, L_2]} |T(l, t_{\text{FIN}})|))})^{-1}$; $\mu_2(t_{\text{FIN}}) = 1 - (1 + e^{(5 - t_{\text{FIN}})})^{-1}$; $\mu_3(\eta) = 1 - (1 + e^{(0.1 \cdot (70 - \eta))})^{-1}$. Далее задача сводится к расчету таких параметров R_2, L_2 и режима работы нагревателя U, которые в совокупности обеспечивают максимально возможное значение минимума функций принадлежности $\mu_i(\cdot)$, $i = 1, 2, 3$, т.е.

$$\max_{L_2, R_2, U} \min_i (\mu_i), \; i = 1,2,3. \tag{4.8}$$

Задача (4.8) решается численно. В качестве процедуры численного решения задачи (6) использовалась функция MATLAB fminimax [55], позволяющая минимизировать максимальные значения набора целевых функций с учетом линейных и нелинейных ограничений.

Характеристики найденного решения: $U = 318$ В, $L_2 = 0.1623$ м, $R_2 = 0.0566$ м, $\varepsilon = 63$ K, $t_{\text{FIN}} = 4.25$ с, $\eta = 76$ %. Как показано на рисунках 4.25 – 4.27, степень удовлетворения нечетких требований составляет 0,65.

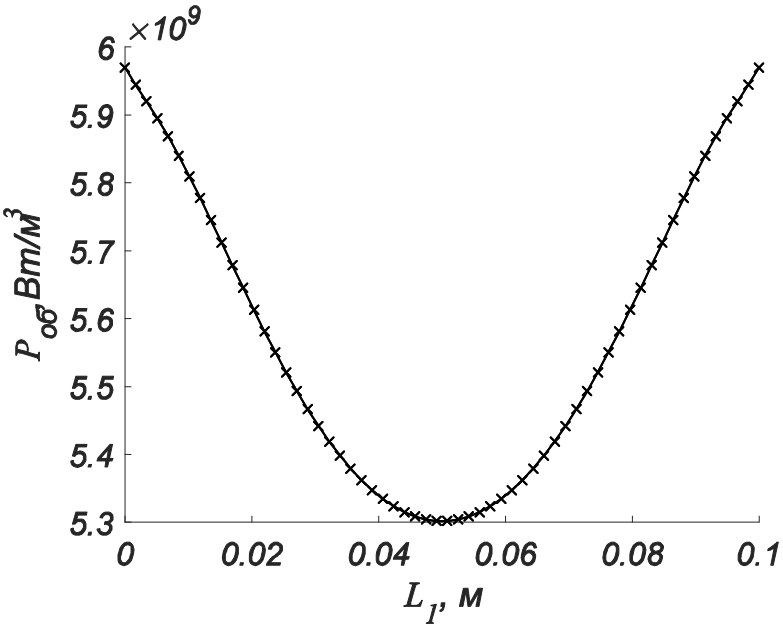

Рис. 4.25. Распределение электромагнитного поля по длине заготовки

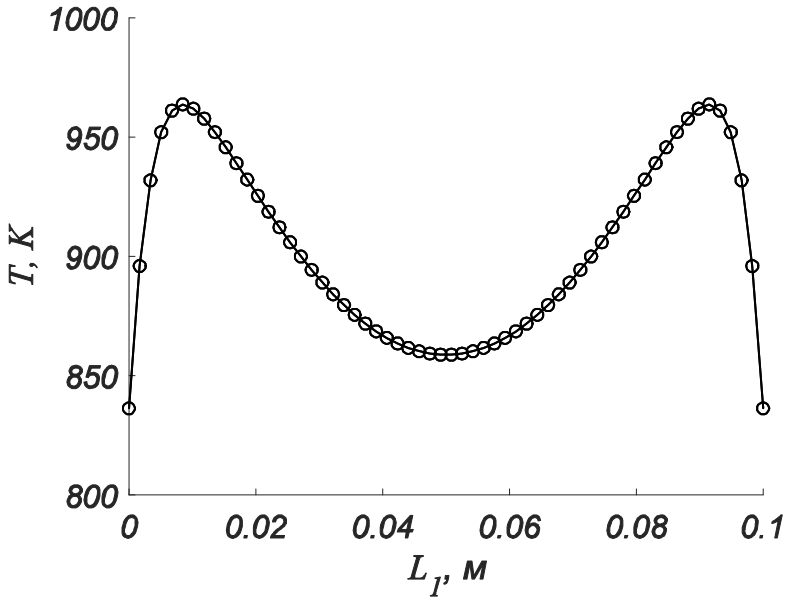

Рис. 4.26. Распределение температурного поля по длине заготовки.

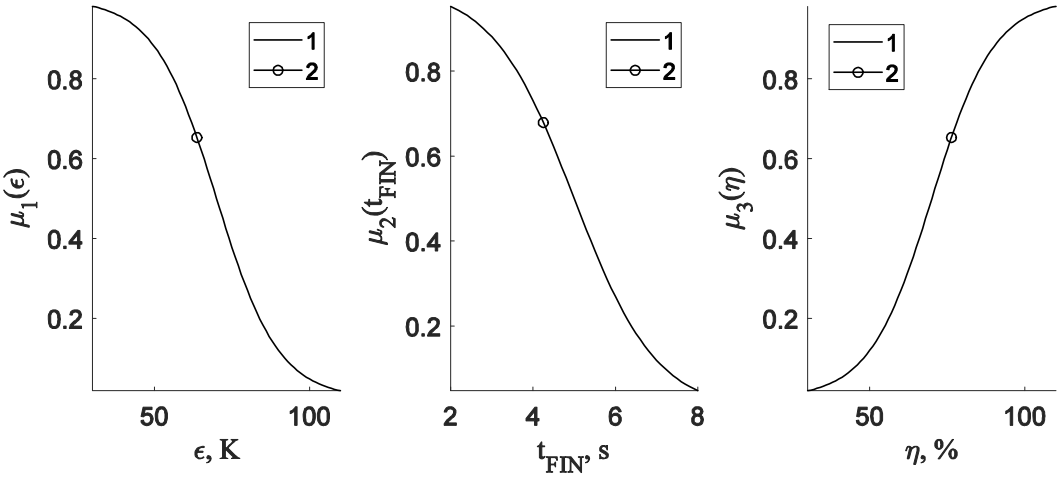

Рис. 4.27. Результаты нечеткой оптимизации конструкции и режима работы индукционного нагревателя: 1 – функции принадлежности нечетких множеств; 2 – степень принадлежности нечетко-оптимального решения

Выводы по разделу 4

Проведен системный анализ установки индукционного нагрева как типового многомерного нелинейного объекта управления с распределенными параметрами.

Обосновано использование метода имитационного моделирования для решения задачи синтеза законов управления рассматриваемым объектом управления.

Разработана имитационная модель этого технологического процесса, произведен анализ качества модели.

Представлен нечетко-оптимальный подход к повышению эффективности установки индукционного нагрева, модель которой разработана в первом разделе диссертации.

Рассмотрена задача управления установка индукционного нагрева как непрерывным многомерным и многосвязным объект управления с распределенными параметрами.

Сформулирована и решена задача совместного проектирования установки индукционного нагрева и управления нагревом с нечеткими целями и ограничениями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем основные выводы и научные результаты, полученные в диссертационной работе.

1. Осуществлен системный анализ многооперационных многомерных нелинейных объектов управления (ОУ), выявлены структура, пространство параметров и состояний таких ОУ.
2. Разработаны имитационные модели гибридных непрерывно-дискретных систем управления с непрерывной частью в виде многооперационных нелинейных многомерных ОУ и дискретной частью, представленной цифровыми регуляторами.
3. Постановлена задача нечетко-оптимального синтеза компьютерной системы управления многооперационными непрерывно-дискретными объектами, учитывающая при оптимизации текущего этапа не только требования к этому этапу, но и возможные последствия для других этапов, последующих или протекающих одновременно.
4. Разработана методика редукции проблемы нечетко-оптимального синтеза системы управления многооперационными ОУ к задаче определения набора правил вида «условие» – «действие» алгоритма работы системы.
5. Решен ряд задач параметрического синтеза нечетко-оптимальных законов управления, обеспечивающих объективно существующие требования, в том числе в меняющихся условиях и при наличии ограничений на время принятия управленческих решений.
6. Исследована эффективность различных алгоритмов определения нечетко-оптимального управления, предложен «комбинированный» метод поиска с использованием разных алгоритмов на разных стадиях поиска оптимума.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рогачев, Н.Г. Эволюционные вычисления реального времени в задачах управления мобильными киберфизическими системами/ М.Л. Паткин, Г.Н. Рогачев, Н.Г. Рогачев// Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2016. № 3 (51). С. 33–44.

2. Рогачев, Н.Г. Нечеткая оптимизация в задачах планирования перемещений роботизированных складских погрузчиков/ Г.Н. Рогачев, Н.Г. Рогачев// Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2018. № 1 (57). С. 18–30.

3. Рогачев, Н.Г. Применение нечёткой логики в задачах оптимизации непрерывно–дискретных систем управления многооперационными технологическими процессами/ В.Н. Митрошин, Г.Н. Рогачев, Б.К. Чостковский, Н.Г. Рогачев// Автометрия. 2019. Т. 55. № 4. С. 71–78.

4. Рогачев, Н.Г. Нечеткая оптимизация в задаче позиционного управления установкой индукционного нагрева/ Э.Я. Рапопорт, Н.Г. Рогачев// Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки, 2021, Т. 29, № 2, С. 61-75.

5. Rogachev, N. Real–time evolutionary computation in the control of mobile cyber–physics system/ M. Patkin, G. Rogachev, N. Rogachev// 2017 Seminar on Systems analysis ITM Web of Conferences, 2017, V. 10, P. 02006.

6. Rogachev, N. Fuzzy optimization in the problems of forklifts path planning/ M. Patkin, G. Rogachev, N. Rogachev// 2018 International Multi–Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon), 2018, pp. 1–5.

7. Rogachev, N.G. Neural net based multi–agent mobile robots control system: practical implementation on different platform/ M.L. Patkin, G.N. Rogachev, N.G. Rogachev// 2019 IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, 2019, V. 476, P. 12022.

8. Rogachev, N.G. Model–Based Optimization in Induction Heating of Thin–Wall Shells/ G.N. Rogachev, N.G. Rogachev// IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, 2020, V. 714, P. 012025.

9. Rogachev, N.G. Modeling and Fuzzy Optimization of Thin–Wall Shells Induction Heating/ G.N. Rogachev, N.G. Rogachev// Proceedings – 2019 21st International Conference «Complex Systems: Control and Modeling Problems» CSCMP 2019, 2019, pp. 245–248.

10. Rogachev, N.G. Fuzzy–Optimal Online Control of a Mobile Robot in the Obstacle Avoidance Problem/ N.G. Rogachev// 2020 International Multi–Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon), 2020, P. 282936.

11. Rogachev, N.G. Fuzzy Joint Optimization of the Design and Operating Modes of the Iinduction Heater/ G.N. Rogachev, N.G. Rogachev// IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, 2021, V. 1027 (1), P. 012026.

12. Рогачев, Н.Г. Синтез программных регуляторов в задачах управления с нечеткими целями и ограничениями/ Г.Н. Рогачев, Н.Г. Рогачев// Материалы Всерос. научно–практ. заочн. конф. «Новые информац. технол. в экономике, управлении, образовании».– Самара: ООО «Издательство Ас Гард», 2012, С.17–27.

13. Рогачев, Н.Г. Эволюционные вычисления в регуляторе реального времени для машины Дубинса/ Г.Н. Рогачев, Н.Г. Рогачев// Аналитическая механика, устойчивость и управление. Труды X Межд. Четаевской конф. «Аналитическая механика, устойчивость и управление», т. 3.– Казань, 2012, С. 273–281.

14. Рогачев, Н.Г. Использование MATLAB–Simulink–Stateflow в робототехнических приложениях/ Н.Г. Рогачев// Труды XII международной научной конференции «Интеллект и наука».–Красноярск: Центр информации, 2012, С. 82–83.

15. Рогачев, Н.Г. Stateflow–модель системы автоматического управления с нечетким регулятором/ Г.Н. Рогачев, Н.Г. Рогачев// Материалы второй Всерос. научно–практ. заочн. конф. «Новые информац. технол. в экономике, управлении, образовании».– Самара: НОУ ВПО СИ ВШПП, 2013, С. 7–14.

16. Рогачев, Н.Г. Моделирование информационно–измерительных систем автомобиля в Lego Mindstorms NXT/ Г.Н. Рогачев, Н.Г. Рогачев// Информационно–измерительные и управляющие системы: вып. 1(9).– Самара: Сам. гос. техн. ун–т, 2014, С. 95–99.

17. Рогачев, Н.Г. Моделированиие электротепловых процессов индукционного нагрева/ Н.Г. Рогачев, Г.Н. Рогачев// Материалы VI Межд. научно–практ. конф. «Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук».– Тольятти: ТГУ, 2020, С. 395–399.

18. Винер, Н. Кибернетика, или Управление и связь в животном и машине.– М.: Наука, 1983.– 344 с.

19. Берг, А.И. Кибернетика – путь решения проблем управления/А.И. Берг, Б.В. Бирюков//В кн.: Кибернетика – неограниченные возможности и возможные ограничения. Современное состояние.– М.: Наука, 1980.– С. 28–49.

20. Ларичев, О.И. Теория и методы принятия решений/ О.И. Ларичев.– М.: Логос, 2002.– 392 с.

21. Belton, V. Criteria Decision Analysis: An Integrated Approach/ V. Belton, T.J. Stewart.– Boston: Kluwer, 2002.– 362 p.

22. Wallenius, J. Multiple criteria decision making, multiattribute utility theory: Recent accomplishments and what lies ahead/ J. Wallenius, J.S. Dyer, P.C. Fishburn [et al]// Management Science, 2008, V. 54, pp. 1336–49.

23. Пиявский, С.А. Новые методы принятия решений: теория и приложения/ С.А. Пиявский.– Самара: СГАСУ, 2014.– 118 с.

24. Полтавский, А.В. Методы принятия решений в задачах оценки качества и технического уровня сложных технических систем/ А.В. Полтавский, С.С. Семенов, Е.М. Воронов и др. .– М.: ЛЕНАНД, 2016.– 520 с.

25. Саати, Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий/ Т. Саати.– М.: Радио и связь, 1993.– 278 с.

26. Bellman, R.E. Decision–making in Fuzzy Environment/ R.E. Bellman, L.A. Zadeh // Management Science.– 1970.– Vol. 17, No. 4.– P. 141– 160.

27. Беллман, Р. Принятие решений в расплывчатых условиях/ Р. Беллман, Л. Заде // Вопросы анализа и процедуры принятия решений.– М.: Мир, 1976.– С. 172–215.

28. Дилигенский, Н.В. Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология/Н.В. Дилигенский, Л.Г. Дымова, П.В. Севастьянов.– М.: Издательство Машиностроение − 1, 2004.– 397 с.

29. Åarzén, K.–E. A simple event–based PID controller// IFAC Proceedings Volumes, 1999, V. 32, Issue 2, pp. 8687–8692.

30. Stochastic Versus Fuzzy Approaches to Multiobjective Mathematical Programming under Uncertainty/ Slowinski R., Teghem, J. editors. - Boston: Kluwer Academic, 1990, 426 p.

31. Вагнер Г. Основы исследования операций: В 3 т. М.: Мир, 1972 – 1973. т. 3. 210 с.

32. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. М.: Наука, 1980. 208 с.

33. Перфильева, И. Г. Приложения теории нечетких множеств/ И. Г. Перфильева// Итоги науки и техн. Сер. Теор. вероятн. Мат. стат. Теор. кибернет., 1990, том 29, С. 83–151.

34. Ногин, В.Д. Принятие решений при многих критериях/ В.Д. Ногин.– СПб.: ЮТАС, 2007.– 104 с.

35. Бурцев, М.В. Выбор функций принадлежности для описания симптомокомплексов в комбинированном решающем правиле/ М.В.Бурцев, А.И. Поворознюк// Вестник Национального технического университета Харьковский политехнический институт. Серия: Информатика и моделирование, 2010, №. 31, С. 10–15.

36. Ефанова, Н. В., Ващенко В. Р. Использование методов нечеткой логики в оценке финансовой устойчивости предприятия/ Н.В. Ефанова, В.Р. Ващенко// Вестник Воронежского государственного аграрного университета 2019, Том 12, Номер 3 (62), С. 206–212

37. Антамошкин, О.А., Кукарцев В.В. Комбинированный метод принятия решений по воспроизводству основных производственных фондов/ О.А. Антамошкин, В.В. Кукарцев// Проблемы машиностроения и автоматизации, 2011, №2, С. 56–60

38. Рутковская, Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л.Рутковский.– М.: Горячая линия – Телеком, 2006.– 452 с.

39. MATLAB Fuzzy Logic Toolbox™ User's Guide [Электронный ресурс].– Режим доступа: https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/fuzzy/fuzzy_ug.pdf. доступ 16.12.2020, свободный.

40. Подиновский, В.В. Парето–оптимальные решения многокритериальных задач/ В.В. Подиновский, В.Д. Ногин.– М.: Наука, 1982, 256 с.

41. Севастьянов, П.В., Туманов Н.В. Многокритериальная идентификация и оптимизация технологических процессов/П.В. Севастьянов, Н.В. Туманов.– Минск: Наука и техника, 1990.– 224 с.

42. Васильев, Ф.И. Методы оптимизации/Ф.И. Васильев, М.:Факториал Пресс, 2002.– 824с.

43. Подиновский, В.В. Оптимизация по последовательно применяемым критериям/ В.В. Подиновский, В.М. Гаврилов, М.: ЛЕНАНД, 2016, 194 с.

44. Ногин В. Д. Множество и принцип Парето, СПб.: Издательско-полиграфическая ассоциация высших учебных заведений, 2020.– 100 с.

45. Yager, R.R. An Introduction to Fuzzy Logic Applications in Intelligent Systems/ R.R. Yager, L.A. Zadeh.– Boston: Kluwer Academic Publishers, 1992.– 356 p.

46. Carlsson, C., Fullèr R., Giove S. Optimization under fuzzy rule constraints/ C. Carlsson, R. Fullèr, S. Giove// Belgian Journal of Operational Research, Statistics and Computer Sciences, 1998, V. 38 (2–3), pp. 17–24.

47. Optimization Toolbox™ User's Guide [Электронный ресурс].– Режим доступа: https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/optim/optim.pdf. доступ 16.12.2020, свободный.

48. Global Optimization Toolbox™ User's Guide [Электронный ресурс].– Режим доступа: https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/gads/gads.pdf . доступ 16.12.2020, свободный.

49. Wicklin, R. How to find an initial guess for an optimization/ R. Wicklin [Электронный ресурс].– Режим доступа: https://blogs.sas.com/content/iml/2014/06/11/initial–guess–for–optimization.html#:~:text=When%20you%20use%20a%20numerical, converge%20to%20an%20optimal%20solution. доступ 16.12.2020, свободный.

50. Lagarias, J. C. Convergence Properties of the Nelder–Mead Simplex Method in Low Dimensions/ J.C. Lagarias, J.A. Reeds, M.H. Wright, P.E. Wright// SIAM Journal of Optimization, 1998, V. 9 (1), pp. 112–147.

51. Broyden, C.G. The Convergence of a Class of Double–Rank Minimization Algorithms/ C.G. Broyden// Journal Inst. Math. Applic., 1970, V. 6, pp. 76–90.

52. Fletcher, R.A New Approach to Variable Metric Algorithms/ R. Fletcher// Computer Journal, 1970, V. 13, pp. 317–322.

53. Goldfarb, D. A Family of Variable Metric Updates Derived by Variational Means/ D. Goldfarb// Mathematics of Computing, 1970, V. 24, pp. 23–26.

54. Shanno, D.F. Conditioning of Quasi–Newton Methods for Function Minimization/ D. F. Shanno// Mathematics of Computing, 1970, V. 24, pp. 647–656.

55. Brayton, R.K. A New Algorithm for Statistical Circuit Design Based on Quasi–Newton Methods and Function Splitting/ R.K. Brayton, S.W. Director, G.D. Hachtel, L. Vidigal// IEEE Trans. Circuits and Systems, 1979, V. CAS–26, pp. 784–794.

56. Byrd, R.H. A Trust Region Method Based on Interior Point Techniques for Nonlinear Programming/ R.H. Byrd, J.C. Gilbert, J. Nocedal// Mathematical Programming, 2000, V. 89 (1), pp. 149–185.

57. LaValle, S. M. Planning Algorithms/ S. M. LaValle.– Cambridge: University Press, 2006, 842 pp.

58. Черноусько, Ф.Л. Мобильные роботы: исследования, разработки, перспективы/ Ф.Л. Черноусько, Н.Н. Болотник, В.Г. Градецкий [Электронный ресурс].– Режим доступа: http://www.ras.ru/news/shownews.aspx?id=f5c75bcf–2fa5–40e6–b067–4492f0c5ab22. доступ 16.12.2020, свободный.

59. Лю, В. Методы планирования пути в среде с препятствиями (обзор)/ В. Лю// Математика и математическое моделирование, 2018, № 01, С. 15–58.

60. Голован, А.А. Алгоритмы решения задачи навигации мобильных роботов/ А.А. Голован, А.А. Гришин, С.Д. Жихарев, А.В. Ленский// М.: Институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова. Препринт №57–99, 1999.–54 с.

61. Zhang, H. Path Planning for the Mobile Robot: A Review/ H. Zhang, W. Lin, A. Chen// Symmetry, 2018, N 10, P. 450.

62. Sun, P. Tracking control for a cushion robot based on fuzzy path planning with safe angular velocity/ P. Sun, Z. Yu// IEEE/CAA J Automatica Sinica, 2017, N 4(4), pp. 610–619.

63. Pandey, A, Parhi, DR. Optimum path planning of mobile robot in unknown static and dynamic environments using Fuzzy–Wind Driven Optimization algorithm/ A. Pandey, D.R.Parhi// Def Technol, 2017, N 13(1), pp. 47–58.

64. Марков, А.А. Несколько примеров решения особого рода задач о наибольших и наименьших величинах/ А.А. Марков// Сообщения Харьковского Математического общества. Вторая серия. Том I.– Харьков, 1889, С. 250–276.

65. Dubins, L. E. On curves of minimal length with a constraint on average curvature and with prescribed initial and terminal positions and tangents/ L.E. Dubins// Amer. J. Math., 1957, N 79, pp. 497–516.

66. Tokekar, P. Energy–optimal trajectory planning for car–like robots/ P. Tokekar, N. Karnad, V. Isler// Auton. Robot., 2014, N 37, pp. 279–300.

67. O. Gal and Y. Deutsher, Fast and efficient visible trajectories planning for the Dubins UAV model in 3D built–up environments/ O. Gal, Y. Deutsher// Robotica, 2014, N 32, pp. 143–163.

68. C. Gao, Z. Y. Zhen, H. J. Gong, A self–organized search and attack algorithm for multiple unmanned aerial vehicles/ C. Gao, Z. Y. Zhen, H. J. Gong// Aerosp. Sci. Technol., 2016, N 54, pp. 229–240.

69. Wang, Y. Real–time dynamic Dubins–helix method for 3–D trajectory smoothing/ Y. Wang, S. Wang, M. Tan [et al]// IEEE Trans. Contr. Sys. Tech., 2015, N 23, pp. 730–736.

70. Chang, A. J. Curvature–constrained directional–cost paths in the plane/ A. J. Chang, M. Brazil, J. H. Rubinstein, D. A. Thomas// J. Glob. Optim., 2012, N 53, pp. 663–681.

71. Chang, A. J. Optimal curvature and gradient–constrained directional–cost paths in 3–space/ A. J. Chang, M. Brazil, J. H. Rubinstein, D. A. Thomas// J. Glob. Optim., 2015, N 62, pp. 507–527.

72. Аграчев, А.А. Геометрическая теория управления/ А.А. Аграчев, Ю.Л. Сачков.– М.: Физматлит, 2005.– 391 с.

73. Chitour, Y. Dubins' problem on surfaces. I. Nonnegative curvature/ Y. Chitour and M. Sigalotti// J. Geom. Anal., 2005, N 15, pp. 565–587.

74. Reeds, J. A. Optimal paths for a car that goes both forwards and backwards/ J. A. Reeds, L. A. Shepp// Pacific J. Math., 1990, N 145, pp. 367–393.

75. Sussmann, H. J. Shortest paths for the Reeds–Shepp car: a worked out example of the use of geometric techniques in nonlinear optimal control/ H. J. Sussmann, G. Tang// Rutgers Center for Systems and Control (Sycon): Report 91–10, September 1991.

76. Kang, E. Dubins-Curve-For-MATLAB/ E. Kang [Электронный ресурс].– Режим доступа: https://github.com/EwingKang/Dubins-Curve-For-MATLAB, GitHub. Retrieved March 31, 2021, свободный.

77. Shkel, A. M. Classification of the Dubins set// A.M. Shkel, V. Lumelsky / Robotics and Autonomous Systems, 2001, N 34, pp. 179-202.

78. Рогачев, Г.Н. Продукционный метод описания, анализа и синтеза автоматических регуляторов непрерывно-дискретных систем управления/Г.Н. Рогачев // Cloud of Science, 2014, Том 1, № 1, с. 17-40.

79. Wang, H. Time-optimal Trajectories for a Car-like Robot/H. Wang, Y. Chen//Acta Automatica Sinica, 2008, V. 34 (4), pp. 445-452.

80. Le Ny, J. On the Dubins Traveling Salesman Problem/ J. Le Ny, E. Feron, E. Frazzoli// IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, V. 57 (1), pp. 265-270.

81. Isaacs, J. T. Dubins Traveling Salesman Problem with Neighborhoods: A Graph-Based Approach/J. T. Isaacs, J. P. Hespanha//Algorithms, 2013, V. 6 (1), pp. 84-99.

82. Фельдбаум, А.А. О распределении корней характеристического уравнения системы регулирования/ А.А. Фельдбаум// АиТ, 1948, N 4, С. 253-279.

83. Lee, E.B. Foundations of Optimal Control Theory/ E.B. Lee, L. Markus.- New York, London: John Wily & Sons, 1967, 631 с.

84. Зубер, И.Е. Терминальное управление по выходу для нелинейных нестационарных дискретных систем/ И.Е.Зубер// Дифференциальные уравнения и процессы управления, N 2, 2004, с. 35-42.

85. Институту проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН - 65 лет./Под ред. И.В.Прангишвили.-М.:ИПУ,2004.-424 с.

86. Goldberg D. E. Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning/ D. E. Goldberg.– Reading, MA: Addison–Wesley, 1989.– 372 pp.

87. Рапопорт Э.Я. Анализ и синтез систем автоматического управления с распределенными параметрами/ Э.Я. Рапопорт.– М.: Высш. шк., 2005.– 291 с.

88. Физические свойства сталей и сплавов, применяемых в энергетике: Справочник / Под ред. Б.Е.Неймарка.– М.–Л.: Энергия, 1967.–240 с.

89. Шамов, А.Н. Проектирование и эксплуатация высокочастотных установок/А.Н. Шамов, В.А. Бодажков .– Л.: Машиностроение, 1974.– 280 с.

90. Слухоцкий, А.Е. Индукторы для индукционного нагрева/ А.Е. Слухоцкий, С.Е. Рыскин.– Л.: Энергия, 1974.– 264 с.

91. Тозони, О.В.Метод вторичных источников в электротехнике.–М.:Энергия,1975.– 296 с.

92. Немков, В.С. Математическое моделирование на ЭВМ устройств высокочастотного нагрева/ В.С. Немков, Б.С. Полеводов.– Л.: Машиностроение, 1980.– 62 с.

93. Курбатов, П.А. Численный расчет электромагнитных полей/ П.А. Курбатов, С.А. Аринчич .– М–Л: Энергоатомиздат, 1984.– 168 с.

94. Немков, В.С. Теория и расчет устройств индукционного нагрева/ В.С. Немков, В.Б. Демидович.– Л.: Энергоатомиздат, 1988.– 271 с.

95. Рогачев Н.Г. Разработка квазиоптимальной системы управления процессом периодического индукционного нагрева: дис. ... магистра техники и технологии.– Самарск. гос. тех. университет, Самара, 2017, 97 с.

96. Калимуллин, А.Т. Расчет индуктора для сквозного нагрева цилиндрических заготовок/А.Т. Калимуллин, Е.А. Темников, И.А. Лесков [и др.]// Технические науки – от теории к практике: сб. ст. по матер. L междунар. науч.–практ. конф. № 9(45).– Новосибирск: СибАК, 2015, С. 72–81.

97. Сидоренко, В.Д. Применение индукционного нагрева в машиностроении.– Л.: Машиностроение, 1980.– 231 с.

98. Pleshivtseva, Yu. MATLAB–FLUX coupling for numerical modeling in education/ Yu. Pleshivtseva, G. Rogachev, A. Popov// SHS Web of Conferences, 2016, V. 29, P. 02033.

ПРИЛОЖЕНИЕ А. СВИДЕТЕЛЬСТВО О ГОСУДАРСТВЕННОЙ РЕГИСТРАЦИИ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ № 2021615909.

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021615909

«Программа для расчета электромагнитных процессов при индукционном нагреве»

Правообладатель: ***Рогачев Николай Геннадьевич (RU)***

Автор(ы): ***Рогачев Николай Геннадьевич (RU)***

Заявка № **2021610803**
Дата поступления **26 января 2021 г.**
Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ ***14 апреля 2021 г.***

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев

ПРИЛОЖЕНИЕ Б. АКТЫ ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ РОГАЧЕВА Н.Г.

УТВЕРЖДАЮ
Директор ООО «Поволжская инженерная академия»
_____ Михеев Ю.В.
«25» 05 2021 г.

АКТ
об использовании результатов диссертационной работы Рогачева Н. Г. «Многокритериальный синтез оптимальных регуляторов в непрерывно-дискретных системах управления с нечеткими целевыми функциями», представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук в процессе разработки проектов в ООО «Поволжская инженерная академия»

Комиссия в составе Михеева Ю.В., Должкового А.А., Крайнова А.В. составила настоящий акт о том, что в ООО «Поволжская инженерная академия» внедрены результаты диссертационной работы Рогачева Николая Геннадьевича «Многокритериальный синтез оптимальных регуляторов в непрерывно-дискретных системах управления с нечеткими целевыми функциями».

Методики и вычислительные технологии решения задач синтеза многокритериальных нечетко-оптимальных законов управления объектами с сосредоточенными и распределенными параметрами использованы при моделировании многосвязной системы управления движением автомобиля по грунтам сельской местности.

Численные методы решения задач многокритериальной нечеткой оптимизации перемещения мобильных роботов в гетерогенной среде использованы при разработке алгоритмов управления группой роботизированных транспортных средств сельскохозяйственного назначения и алгоритмов управления роботизированным шасси в режиме дистанционного и автономного маневрирования.

Выводы и рекомендации, приведенные в диссертации Рогачева Н.Г., использовались при решении задач функционального и структурного синтеза роботизированной системы сельскохозяйственных автомобилей с автономным и дистанционным режимом управления. Использование результатов диссертационного исследования позволило обеспечить надежность функционирования и точность управления роботизированной системы сельскохозяйственных автомобилей.

К.т.н. Михеев Ю.В. _____

К.ф-м.н. Должковой А.А. _____

К.э.н. Крайнов А.В. _____

АКТ

об использовании результатов диссертационной работы

Рогачева Николая Геннадьевича

«Многокритериальный синтез оптимальных регуляторов в непрерывно-дискретных системах управления с нечеткими целевыми функциями», представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук

Настоящим актом подтверждаем, что результаты диссертационного исследования Рогачева Н.Г. «Многокритериальный синтез оптимальных регуляторов в непрерывно-дискретных системах управления с нечеткими целевыми функциями», направленные на разработку методики синтеза нечетко-оптимальных регуляторов и техники его применения в непрерывно-дискретных системах управления многомерными техническими объектами, учтены при модернизации процессов индукционного нагрева при производстве подшипников.

Выводы и рекомендации, приведенные в диссертации Рогачева Н.Г., использовались при решении задач проектирования и управления установками индукционного нагрева колец подшипников. Использование результатов диссертационного исследования позволило достичь повышения технико-экономических характеристик процесса и обеспечить надежность функционирования установок индукционного нагрева.

Заместитель главного металлурга _____ А.Г. Гордеев

Начальник Управления
(технологического) _____ А.В. Дмитриев

Подписи А.Г. Гордеева и А.В. Дмитриева удостоверяю. И.о. нач. отдела кадров Е.А. Исарова

Отдел кадров (ОАО "ЕПК Самара") «ЕПК Самара»

УТВЕРЖДАЮ
первый проректор-проректор
по научной работе
ФГБОУ ВО «СамГТУ»
д.т.н., профессор
_____Ненашев М.В.

«____»_____2021 г.

АКТ
об использовании в учебном процессе ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет» результатов диссертационной работы Рогачева Н. Г. «Многокритериальный синтез оптимальных регуляторов в непрерывно-дискретных системах управления с нечеткими целевыми функциями», представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук

Комиссия в составе директора института автоматики и информационных технологий Губанова Н.Г., заведующего кафедрой «Автоматика и управление в технических системах» Колпащикова С.А., профессора кафедры «Автоматика и управление в технических системах» Дилигенской А.Н. составила настоящий акт о том, что в учебном процессе ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет» внедрены результаты диссертационной работы Рогачева Николая Геннадьевича «Многокритериальный синтез оптимальных регуляторов в непрерывно-дискретных системах управления с нечеткими целевыми функциями».

Методики и вычислительные технологии решения задач синтеза многокритериальных нечетко-оптимальных законов управления объектами с сосредоточенными и распределенными параметрами использованы при выполнении выпускных квалификационных и курсовых работ, а также при изучении дисциплин учебного плана подготовки бакалавров по направлениям 27.03.03 «Системный анализ и управление» и 27.03.04 «Управление в технических системах» и подготовки магистров техники и технологии по направлению 27.04.04 «Управление в технических системах».

Директор института автоматики
и информационных технологий — Губанов Н.Г.

Заведующий кафедрой «Автоматика
и управление в технических системах» — Колпащиков С.А.

Профессор кафедры «Автоматика
и управление в технических системах» — Дилигенская А.Н.,