

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САМАРСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

Коваленко Анна Игоревна

**СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ
ПРОЦЕССОВ ПРОФИЛАКТИЧЕСКОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ В
СИСТЕМАХ С ОТКАЗАМИ КАНАЛОВ ОБСЛУЖИВАНИЯ**

Специальность 05.13.01 —

Системный анализ, управление и обработка информации (промышленность)

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук,
доцент Рогачев Г.Н.

Самара — 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	4
РАЗДЕЛ 1. МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ, АНАЛИЗА И ОПТИМИЗАЦИИ В СИСТЕМАХ С ОТКАЗАМИ КАНАЛОВ ОБСЛУЖИВАНИЯ	10
1.1. Классификация систем с отказами каналов обслуживания	10
1.2 Обзор работ по модельно-ориентированному подходу к оптимизации в системах с учетом отказов каналов обслуживания	11
1.3. Системный анализ иерархичной структуры и внутрисистемных связей в системах с отказами каналов обслуживания металлургического комплекса.....	13
1.4. Методы моделирования систем с отказами каналов обслуживания.....	17
1.4.1. Аналитическое моделирование как способ определения стационарных характеристик одноканальных систем обслуживания.	19
1.4.1.1 Аппарат аналитического моделирования — полумарковские процессы с общим фазовым пространством состояний.....	19
1.4.1.2 Решение систем интегральных уравнений с помощью методов теории восстановления.	22
1.4.2. Имитационные модели как средство моделирования многоканальных систем обслуживания с отказами каналов и определения нестационарных характеристик.....	27
1.5. Выводы по разделу 1.....	29
РАЗДЕЛ 2. РАЗРАБОТКА АНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОДНОКАНАЛЬНЫХ СИСТЕМ С ОТКАЗАМИ КАНАЛОВ ОБСЛУЖИВАНИЯ	31
2.1. Модель системы обслуживания $GI/G/1/0$ с полным аварийным восстановлением	32
2.2. Модель системы обслуживания $GI/G/1/0$ с минимальным аварийным восстановлением.....	42
2.3 Модель системы обслуживания $GI/G/1/0$ с отсчетом наработки от начала обслуживания заявки	52
2.4. Модель системы обслуживания $GI/G/1/0$ с проведением профилактического восстановления после обслуживания заявки.....	59
2.5. Модель системы обслуживания $GI/G/1/0$ со скрытым отказом и не мгновенным аварийным восстановлением	69

2.6. Модель одноканальной СО с мгновенным обслуживанием заявки и переменной вероятностью ее успешного обслуживания.....	78
3.1. Задача многокритериальной оптимизации процесса профилактического восстановления в системах обслуживания.....	82
3.2. Оптимизация периодичности технического обслуживания беспилотных летательных аппаратов	88
3.3. Оптимизация периодичности обновления службы безопасности в информационной системе.....	117
3.4. Сравнение результатов оптимизации периодичности профилактического восстановления для систем обслуживания $GI/G/1/0$ с полным и минимальным аварийным восстановлением	130
3.4. Особенности вычислительных процедур при определении оптимальной периодичности профилактического восстановления	135
3.5 Выводы по разделу 3.....	136
РАЗДЕЛ 4. ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРИОДИЧНОСТИ ПЛАНОВО-ПРОФИЛАКТИЧЕСКИХ РАБОТ В ЛАБОРАТОРИИ ЛИТЕЙНО-ПРОКАТНОГО КОМПЛЕКСА МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОГО ПРЕДПРИЯТИЯ.	
4.1. Описание работы ЛЛПК.....	138
4.2. Системный анализ и формализация процесса функционирования ЛЛПК.....	139
4.3. Аналитическая модель функционирования ЛЛПК.....	142
4.3. Многокритериальная оптимизация периодичности ППР ЛЛПК	149
4.4. Определение характеристик переходного режима работы.	156
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	162
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	164
ПРИЛОЖЕНИЕ А	171
ПРИЛОЖЕНИЕ Б.....	173
ПРИЛОЖЕНИЕ В	174
ПРИЛОЖЕНИЕ Г.....	182
ПРИЛОЖЕНИЕ Д	189

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

АВ — аварийное восстановление

БПЛА — беспилотный летательный аппарат

ВЦМ — вложенная цепь Маркова

ЛЛПК — лаборатория литейно-прокатного комплекса

МАН — минимальное аварийное восстановление

ОП — обслуживающий прибор

ПВ — профилактическое восстановление

ПМ — полумарковский

ППП АВ — подсистема проведения профилактического и аварийного восстановления

ППР — планово-профилактические работы

СВ — случайная величина

СО — система обслуживания

ТО — техническое обслуживание

ФР — функция распределения

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. Интерес к системам с отказами каналов обслуживания связан с практической важностью адекватного описания функционирования современных технических и информационных систем в промышленности, таких как производственные конвейеры, телекоммуникационные и ресурсоснабжающие сети, летательные аппараты, базы данных, управляющие контроллеры и др. Одним из способов повышения надежности и эффективности функционирования систем обслуживания (СО) в промышленности является организация предупредительных профилактических мер. При этом важен обоснованный выбор периода их проведения. Частое профилактическое восстановление (ПВ) приводит к высоким, зачастую неоправданным, затратам и малой доступности СО; редкое проведение ПВ не позволяет предупреждать наступление внезапного отказа системы, и, как следствие, избегать дорогостоящих работ и неэффективного обслуживания или его прерывания.

Анализ литературных источников по моделированию промышленных СО с отказами каналов свидетельствует о следующих нерешенных проблемах в этой области:

- отсутствие явных аналитических зависимостей для определения операционных и экономических показателей эффективности функционирования СО в случае общего вида распределений случайных величин (СВ), описывающих работу СО;
- несовершенство методик определения оптимальной периодичности ПВ в СО с отказами каналов;
- отсутствие систематического описания и сравнения различных СО с учетом ПВ.

Таким образом, оптимизация процесса ПВ в промышленных СО является актуальной задачей, решение которой позволяет повысить надежность и эффективность работы производственных систем и рационально распределить трудовые, энергетические и природные ресурсы в рамках промышленного комплекса.

Целью диссертационного исследования является повышение надежности и экономической эффективности функционирования производственных СО за счет решения задачи многокритериальной оптимизации процесса ПВ в рамках промышленного комплекса. Для достижения цели решены следующие задачи:

- 1) построены аналитические модели СО для общего вида распределений СВ, описывающих процессы в СО;
- 2) определены в явном аналитическом виде операционные и экономические характеристики установившегося режима функционирования СО;
- 3) определены характеристики переходного режима функционирования производственных систем с отказами каналов обслуживания и приближенное определение количества каналов многоканальной СО, необходимого для обеспечения требуемой эффективности обслуживания;

4) решены задачи многокритериальной оптимизации периодичности ПВ в установившемся режиме функционирования СО;

5) результаты моделирования и оптимизации применены к задачам повышения надежности и экономической эффективности функционирования производственных систем литейно-прокатного промышленного комплекса;

6) проведен анализ внутрисистемных связей металлургического комплекса; система с отказами каналов обслуживания выделена как подсистема технологического комплекса.

Объект исследования: процессы профилактического восстановления в системах с отказами каналов обслуживания.

Предмет исследования: аналитические и цифровые модели систем с отказами каналов обслуживания.

Методы исследования: Для решения поставленных в диссертационном исследовании задач применяются аппараты: теории восстановления, теории надежности, теории полумарковских процессов с общим фазовым пространством состояний, теории интегральных уравнений, математической статистики, многокритериальной оптимизации, имитационного моделирования в среде Anylogic.

Научная новизна полученных результатов:

1. Предлагаемые аналитические и численно-аналитические модели систем с отказами каналов обслуживания отличаются от известных учетом проведения операций профилактического и аварийного восстановления и общим видом случайных воздействий.

2. Впервые получены в явной аналитической форме параметрические зависимости операционных и экономических характеристик процесса функционирования систем с отказами каналов обслуживания, описываемого в классе обобщенного представления случайных воздействий.

3. На основе построенных в работе имитационных моделей впервые определены характеристики переходного режима в системах с отказами каналов и решена задача приближенного определения их количества, необходимого для обеспечения требуемого качества обслуживания.

4. Впервые поставлена и решена задача многокритериальной оптимизации периодичности профилактического восстановления каналов систем обслуживания.

5. На основе анализа внутрисистемных связей металлургического литейно-прокатного комплекса предложена иерархическая структура его построения, содержащая подсистему с отказами каналов обслуживания.

Достоверность утверждений диссертационного исследования подтверждается корректным применением современного аппарата теории полумарковских процессов, теории восстановления,

теории интегральных уравнений и математической статистики. Справедливость выводов относительно **адекватности построенных математических моделей** подтверждается

- соответствием результатов представлениям об исследуемых процессах в СО;
- совпадением частных случаев ряда полученных результатов с результатами моделирования других авторов;
- проверкой результатов с помощью теории регенерирующих процессов
- верификацией с помощью имитационного моделирования.

Практическая значимость диссертации. Практическая ценность работы состоит в том, что ее результаты могут служить основой для разработки программно-алгоритмического обеспечения системы поддержки принятия решений по организации ПВ в СО.

На основе результатов моделирования решен ряд задач, имеющих практическое значение:

- решена задача оптимизации периодичности плановых профилактических работ (ППР) в лаборатории литейно-прокатного комплекса (ЛЛПК);
- решена задача оптимизации периодичности технического обслуживания (ТО) беспилотных летательных аппаратов (БПЛА);
- решена задача оптимизации периодичности обновления службы безопасности информационной системы;
- осуществлено сравнение одноканальных СО с полным и минимальным аварийным восстановлением (АВ) с учетом ПВ.

Практическая полезность полученных результатов подтверждается использованием результатов исследований в следующих научно-исследовательских работах:

- проект № 14–41–01541 Российского Фонда фундаментальных исследований по теме «Разработка математического и информационного обеспечения контроля скрытых отказов технических систем»;
- проект № 17-48-630410 Российского Фонда фундаментальных исследований по теме «Разработка систем поддержания работоспособности ресурсоснабжающих сетей за счет оптимизации периодичности их профилактики».

Основные выводы и рекомендации диссертации использованы в процессе разработки графика проведения профилактического восстановления прибора контроля качества сырья и продукции, что способствовало улучшению операционных и экономических характеристик работы лаборатории литейно-прокатного комплекса в ЗАО «КонсОМ СКС» и лаборатории плавно-литейного комплекса в АО «АркониК СМЗ». Основные научные положения, представленные в диссертации, использованы в учебном процессе при подготовке в ФГБОУ ВО «СамГТУ» бакалавров по направлению 27.03.04 «Управление в технических системах».

Личный вклад соискателя. Большинство основных теоретических результатов, выносимых на защиту, получено соискателем самостоятельно. В работах, опубликованных совместно, соискателю принадлежат следующие результаты: [1] — построение ПМ модели, определение стационарных характеристик одноканальной СО с потерями и контролем качества обслуживания; [2] — построение ПМ модели, определение стационарных характеристик одноканальной СО с потерями и двумя типами заявок, обобщение задачи для случая нескольких типов заявок; [3] — построение ПМ модели, определение стационарных характеристик одноканальной СО с потерями и прибором конечной надежности; [4] — построение ПМ модели, определение стационарных характеристик одноканальной СО с учетом проведения ПВ каналов, многокритериальная оптимизация периодичности ПВ; [5, 6] — многокритериальная оптимизация периодичности ПВ в СО с МАВ, численный пример оптимизации конкретной СО; [7] — построение ПМ модели, определение стационарных характеристик одноканальной СО с учетом проведения ПВ; [8] — постановка задачи, построение ПМ модели, определение стационарных характеристик одноканальной СО со скрытыми отказами; [9, 10] — многокритериальная оптимизация периодичности ПВ в СО после обслуживания заявки, численный пример оптимизации конкретной СО; [11] — многокритериальная оптимизация периодичности ТО БПЛА; [12, 13] — многокритериальная оптимизация периодичности резервного копирования в информационно-технической системе.

Апробация результатов. Основные положения, результаты и выводы диссертационного исследования докладывались на «Таврической научной конференции студентов и молодых специалистов по информатике и математике» (г. Симферополь, 2012), XXII международной научно-технической конференции «Прикладные задачи математики» (г. Севастополь, 2014), Международной конференции «XXVI–Крымская Осенняя Математическая Школа симпозиум по спектральному анализу и эволюционным задачам» (г. Ялта, 2015), XII и XIII Международных научных конференциях «Наука. Творчество» (г. Самара, 2016 и 2017), XXXII Международной научно-технической конференции «Проблемы автоматизации и управления в технических системах» (г. Пенза, 2017).

Основные результаты, выносимые на защиту:

1. Аналитические модели систем с отказами каналов обслуживания, описываемых в классе обобщенного представления случайных воздействий.
2. Постановка и способ решения задачи многокритериальной оптимизации процессов профилактического восстановления в системах с отказами каналов обслуживания.
3. Совокупность цифровых моделей одноканальных и многоканальных систем с отказами каналов обслуживания, отличающихся наличием подсистем проведения профилактического восстановления в переходном режиме функционирования.

4. Отличающийся использованием численно-аналитической модели способ определения необходимого для обеспечения заданного качества функционирования числа каналов в многоканальной системе обслуживания.

5. Структурная схема металлургического литейно-прокатного комплекса, содержащая подсистему с отказами каналов обслуживания.

6. Результаты решения задач оптимизации широкого круга промышленных систем обслуживания.

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 17 работ, из них 8 — в изданиях, рекомендованных ВАК, в том числе 5 — в изданиях, включенных в международные базы цитирования.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложений. Текст изложен на 170 страницах машинописного текста, в числе которых 85 рисунков и 17 таблиц. В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы и указаны возможные пути их применения. Список литературы — 77 наименований.

Автор выражает благодарность Песчанскому Алексею Ивановичу, д.т.н., проф. кафедры высшей математики федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Севастопольский государственный университет» за помощь в постановке задач определения аналитических характеристик СО и интерпретации полученных аналитических результатов.

РАЗДЕЛ 1. МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ, АНАЛИЗА И ОПТИМИЗАЦИИ В СИСТЕМАХ С ОТКАЗАМИ КАНАЛОВ ОБСЛУЖИВАНИЯ

В данном разделе приведен обзор работ по тематике исследования, системный анализ объекта исследования и необходимые сведения из теории ПМ процессов, интегральных уравнений, теории восстановления, многокритериальной оптимизации и имитационного моделирования.

В подразделе 1.1 сделан обзор существующих работ по модельно-ориентированному подходу к решению задач повышения эффективности функционирования систем с отказами каналов обслуживания и приведена классификация СО по основным признакам с учетом отказов каналов, а также определено место построенных моделей в ней. В подразделе 1.2 осуществлен системный анализ объекта исследования: анализ сложной иерархичной структуры и внутрисистемных связей СО с отказами каналов. В подразделе 1.3 определены методы математического моделирования, применяемые в работе: обосновано использование ПМ процессов с общим фазовым пространством состояний для аналитического моделирования; приведены необходимые сведения из теории ПМ процессов и теории восстановления, а также общая схема построения полумарковских моделей и способ решения систем интегральных уравнений. В подразделе 1.4 обоснована необходимость построения цифровых моделей и разработки способа численно-аналитического моделирования многоканальных СО.

1.1. Классификация систем с отказами каналов обслуживания

Общепринятым в работах по СО является обозначение в соответствии с классификацией Кендалла-Башарина [14]:

$$A/B/n/m,$$

где A — условное обозначение входящего потока заявок. Если $A=GI$ (аббревиатура GI от английских слов general independent), то это рекуррентный поток, обладающий свойствами:

- стационарности (вероятность поступления числа заявок за промежуток времени зависит только от длительности промежутка);
- ординарности (вероятность одновременного поступления двух или более событий пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью попадания одного события);
- ограниченного последствия (интервалы между поступающими заявками являются независимыми СВ);

$A=M$ означает простейший поток с показательным законом распределения вероятностей;

B — условное обозначение закона распределения случайной длительности обслуживания. Если $B = G$, то распределение длительности обслуживания имеет общий вид. $B = M$ означает экспоненциальное распределение; $B = E_k$ — распределение Эрланга k -го порядка;

n — количество обслуживающих каналов;

m — количество мест для ожидания заявок в очереди.

В [15] Б. В. Гнеденко привел достаточно полную классификацию СО с отказами каналов. Он указал, что возможны различные постановки задач в зависимости от схемы выхода ОП из строя, правил обслуживания заявок, которые застают ОП в нерабочем состоянии, и заявок, во время обслуживания которых происходит отказ прибора.

Классификация СО по основным признакам с учетом отказов каналов приведена в таблице 1.1. В ней заштрихованы ячейки с типами СО, которые рассматриваются в данной работе. Многоканальные СО рассматриваются в частных случаях, поэтому эта ячейка заштрихована частично.

Таблица 1.1 – Классификация СО с отказами каналов по основным признакам

Количество каналов	одноканальные (рисунок 1.1)		многоканальные (рисунок 1.2)	
Размер очереди	с потерями	с конечной очередью		с бесконечной очередью
Длительность ожидания	«нетерпеливые заявки»	с ограниченным ожиданием		с неограниченным ожиданием
Порядок обслуживания	с приоритетом	без приоритета		
Длительность обслуживания	одинаково распределена	зависит от типа заявки		мгновенное обслуживание
Отказ	при обслуживании заявки	при ожидании заявки	при ожидании и обслуживании заявки	
Заявка, обслуживание которой прервал отказ	покидает систему достоверно	покидает систему с вероятностью	дообслуживание заново	дообслуживание
Длительность восстановления ОП	одинаково распределена		зависит от вида отказа	
Отказ ОП	частичный		полный	
Момент начала отсчета наработки ОП	начало обслуживания заявки	начало периода занятости	начало работы после ПВ	начало работы после ПВ или АВ

1.2 Обзор работ по модельно-ориентированному подходу к оптимизации в системах с учетом отказов каналов обслуживания

Одним из первых на необходимость изучения СО с возможными отказами ОП указал Б. В. Гнеденко [15, с. 266]. Он отметил практическую важность учета отказов и восстановления ОП для практических приложений. В [15] также получены некоторые характеристики

марковских СО с возможностью отказа ОП в свободном или в занятом состоянии. Одним из учеников Б.В. Гнеденко, Т.П. Марьяновичем, была рассмотрена одноканальная СО с бесконечной очередью и восстанавливаемым ОП [16], а также сделано обобщение формул Эрланга для многоканальной СО на случай, когда ОП могут выходить из строя и восстанавливаться [17]. Автор статьи [18] делает обобщение постановки задачи из [17], заменяя условие независимости числа отказывающихся ОП на более общее.

В дальнейшем, с увеличением интереса к моделированию систем связи, баз данных, вычислительной техники и управлению ими, резко возросло число работ по СО с восстанавливаемыми ОП. Обзор результатов по этой тематике можно найти в монографиях [15, 19 – 22].

В [23] рассматривается СО $M/M/c/\infty$ при $c = \infty$ или $1 \leq c < \infty$. Отказ ОП происходит через случайное время, и в результате отказа все заявки, находящиеся на ОП, теряются. После очередного отказа ОП не восстанавливается до тех пор, пока число заявок не превысит определённый заданный уровень. Решается задача оптимального управления восстановлением с целью минимизации средних затрат при заданной структуре штрафов. В диссертационном исследовании Руденко И. В. [24] рассмотрена двухфазная СО с конечным буфером между фазами, СО типа $M/G/1/\infty$ и приводится приложение результатов к исследованию транспортных систем. Одноканальным СО с потерями и восстанавливаемым каналом посвящены работы [25, 26]. В [27] исследована многоканальная СО с каналами конечной надёжности при частном виде функций распределения СВ, описывающих процессы в системе. Следует отметить работу [28], в которой описана СО $M/G/1/1$ с двумя типами заявок, время восстановления и время между отказами имеют общий вид ФР. Отказы происходят только во время обслуживания заявки. В результате получено преобразование Лапласа нестационарных вероятностных и надёжностных показателей системы; для частного случая найден явный вид характеристик. В работе [29] решена задача оптимизации групповой политики восстановления отказавших ОП. В [30] исследована дисциплина обслуживания в двухканальной неоднородной СО с различными надёжностными характеристиками и интенсивностями обслуживания заявок.

Упомянутые работы — далеко не полный список исследований по определению характеристик СО с каналами, которые могут отказывать. Разнообразие постановок задач для них очень велико.

Наряду с определением характеристик СО с отказами каналов сегодня всё больший интерес представляет возможность воздействия на показатели эффективности их функционирования. Поэтому актуальным является рассмотрение управляемых СО.

Управляемая СО — это система, в которой параметры, определяющие тот или иной элемент, могут целенаправленно изменяться [31].

В некоторых случаях управление СО необходимо на этапе проектирования системы. В связи с этим возникают так называемые задачи оптимального синтеза. Задача оптимального синтеза для СО — это обеспечение лучшей (по критерию) эффективности функционирования СО, причем выбор производится на стадии проектирования системы. Задача синтеза — это задача управления на узком классе допустимых стратегий, а именно стационарных стратегий, поскольку выбранная стратегия применяется постоянно и не зависит от процесса функционирования [31].

Для управляемых систем с отказами каналов обслуживания возможны следующие методы улучшения различных показателей функционирования [31]:

- 1) управление входящим потоком заявок;
- 2) управление механизмом и длительностью обслуживания;
- 3) управление структурой СО:
 - введение дополнительных ОП;
 - введение резервных элементов и выбор стратегии резервирования;
 - декомпозиция СО;
- 4) управление дисциплиной обслуживания, а именно:
 - порядком обслуживания заявок;
 - порядком занятия ОП;
 - режимом работы ОП;
- 5) проведение предупредительного ПВ ОП;
- 6) проведение предупредительного контроля состояния ОП.

В диссертационной работе исследуется проведение предупредительного ПВ по наработке ОП. По сравнению с другими методами, проведение ПВ является достаточно универсальным и позволяет:

- увеличивать продолжительность межремонтных периодов работы ОП;
- регламентировать начало и длительность ремонтных работ ОП;
- вовремя предупреждать наступление отказа ОП;
- обеспечивать бóльшую доступность ОП;
- прогнозировать и снижать затраты на ремонтные работы.

1.3. Системный анализ иерархичной структуры и внутрисистемных связей в системах с отказами каналов обслуживания металлургического комплекса

В качестве характерного примера, представляющего большой самостоятельный интерес, рассмотрим систему обслуживания с отказами, предназначенную для анализа качества

продукции металлургического промышленного комплекса. Декомпозиция иерархической структуры металлургического комплекса позволяет выделить подсистему с отказами каналов обслуживания с учетом связей с основными технологическими этапами (рисунок 1.1).

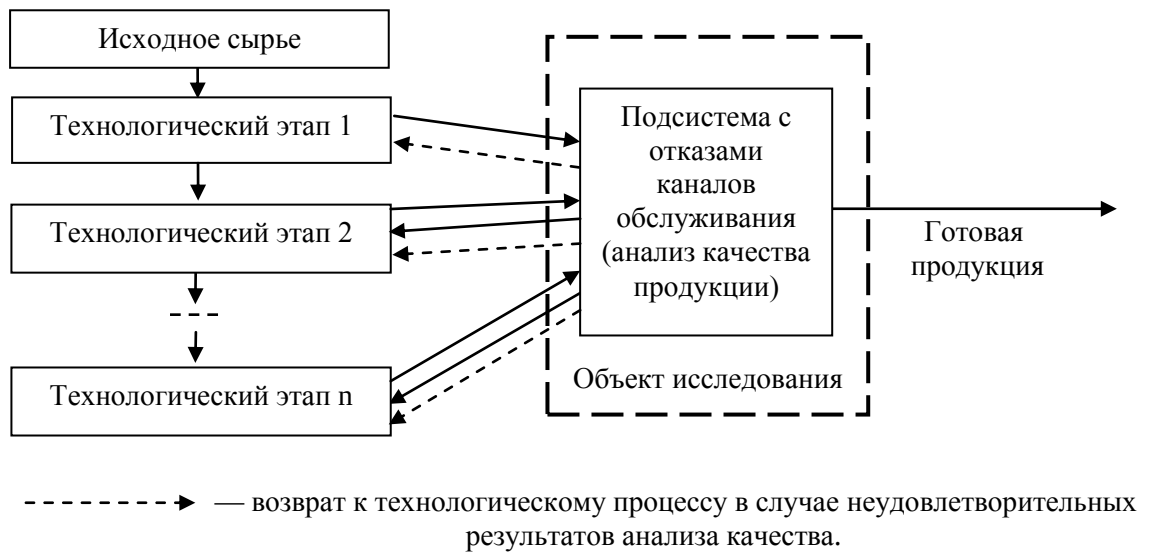


Рисунок 1.1 – Общая иерархическая структура металлургического комплекса

Система анализа качества изделий с отказами каналов — это сложный объект, состоящий из входящего потока заявок (изделий), блока принятия решения о потере или обслуживании заявки, прибора анализа качества изделий, подсистемы проведения профилактического и аварийного восстановления (ППП АВ), выходного потока обслуженных и недообслуженных заявок. На рисунке 1.2 изображена структура одноканальной СО с отказами канала. На рисунке 1.3 изображена структура многоканальной СО с отказами каналов.

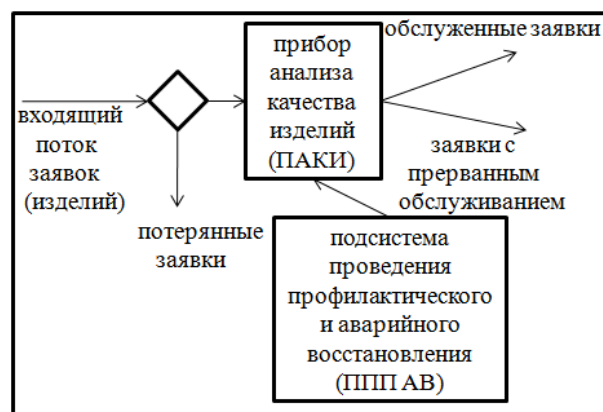


Рисунок 1.2 – Структура одноканальной системы анализа качества изделий с отказами канала.

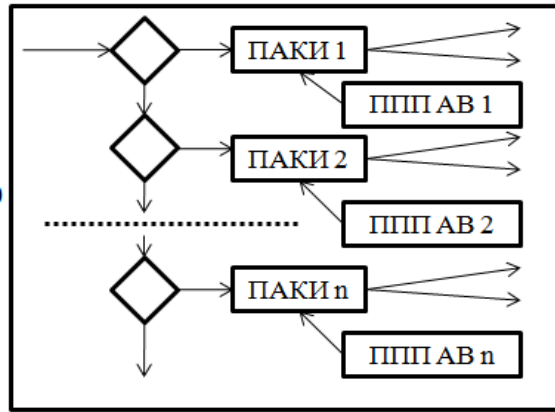


Рисунок 1.3 – Структура многоканальной системы анализа качества изделий с отказами каналов.

На рисунке 1.4 приведены системные связи внутри открытой СО с отказами ОП с указанием их существенности.

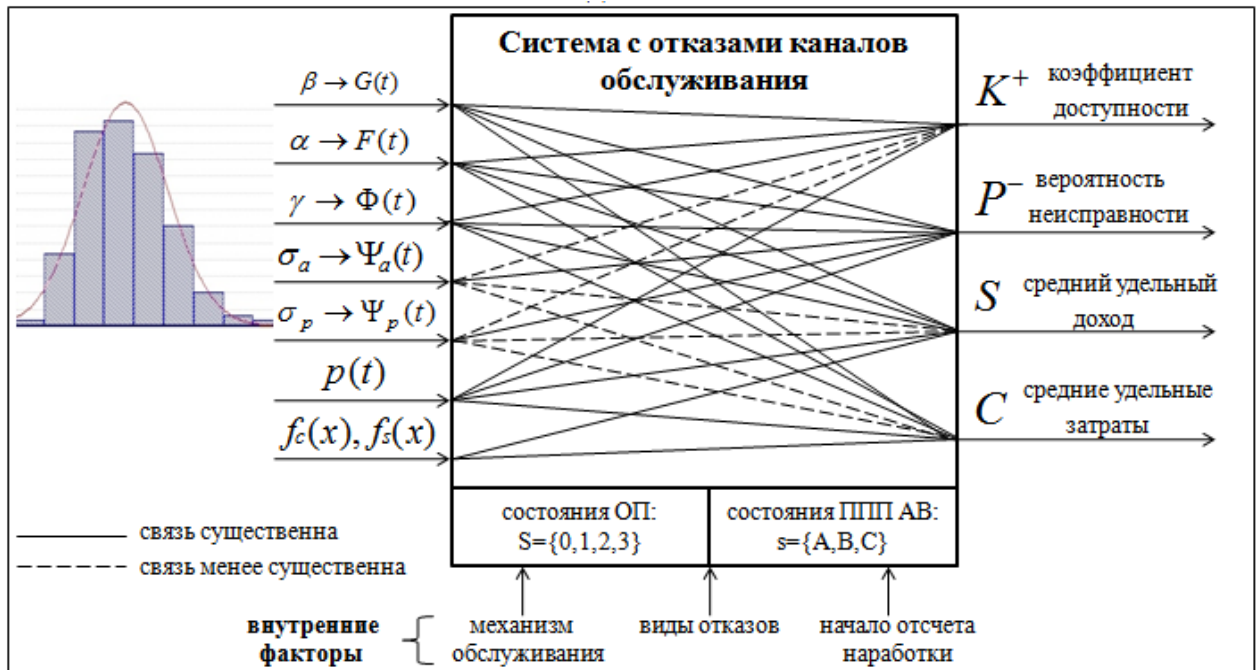


Рисунок 1.4 – Системные связи СО с отказами канала как сложного объекта

Входными данными служат вероятностные распределения таких СВ: β — случайный интервал между поступлением заявок с ФР $G(t)$; α — случайная длительность обслуживания с ФР $F(t)$; σ_p — случайная длительность проведения ПВ с ФР $\Psi_p(t)$; σ_a — случайная длительность проведения АВ с ФР $\Psi_a(t)$; γ — случайная наработка на отказ с ФР $\Phi(t)$; $p(t)$ — вероятность успешного обслуживания; $f_c(x)$, $f_s(x)$ — функции, определяющие доход и затраты на нахождение СО в различных состояниях.

Выходными показателями являются коэффициент доступности K^+ (вероятность застать ОП в свободном работоспособном состоянии), вероятность неисправности ОП P^- (вероятность ПВ или АВ), средняя удельная прибыль в единицу времени работы S (разность дохода за время исправного функционирования и затрат на ПВ и АВ), средние удельные затраты в единицу времени исправной работы C . Важными внутренними факторами СО являются: механизм обслуживания, виды отказов и начало отсчета наработки на отказ.

Подсистемы СО с отказами каналов способны переходить из одного состояния в другое, поэтому они обладают поведением. Выяснение характера, алгоритма поведения этих подсистем является одной из задач системного анализа СО с отказами каналов и их ПВ.

ОП может находиться в одном из следующих состояний: 0 — ожидание заявки; 1 — обслуживание заявки; 2 — АВ; 3 — ПВ.

Состояния ППП АВ: А — ожидание; В — проведение АВ; С — проведение ПВ.

С учетом структуры рассматриваемых в работе СО, их внутрисистемных связей и отношения к среде можно привести следующую классификацию рассматриваемых СО [32], см. таблицу 1.2.

Таблица 1.2 – Классификация систем с отказами каналов обслуживания

Классификационный признак	Класс
Природа элементов	Абстрактные (модели в разделе 2)
	Реальные (конкретные СО в примерах раздела 3)
Происхождение	Естественное
	Искусственное
Длительность существования	Постоянные
	Временные
Изменчивость свойств	Статические (в установившемся режиме)
	Динамические (в переходном режиме)
Степень сложности	Простые
	Сложные (рисунки 1.1, 1.2)
	Большие
Реакция на возмущающие воздействия	Активные (по отношению к входящему потоку заявок)
	Пассивные (по отношению к другим факторам)
Характер поведения	С управлением
	Без управления
Степень связи с внешней средой	Открытые равновесные
	Открытые диссипативные
	Закрытые
	Изолированные
Степень участия в реализации управляющих воздействий людей	Технические
	Человеко-машинные
	Организационные

В процессе функционирования СО с отказами каналов во множестве преобразований начального состояния и входных воздействий в выходные величины рассматриваются [33]:

- переходный режим системы — реакция динамической системы на приложенное к ней внешнее воздействие с момента приложения этого воздействия до некоторого установившегося значения во временной области;
- установившийся режим системы — состояние, в которое приходит система после переходного процесса и в котором управляемая величина и все промежуточные величины остаются неизменными.

1.4. Методы моделирования систем с отказами каналов обслуживания

На рисунке 1.5 представлены основные виды моделирования СО [32].



Рисунок 1.5 – Методы моделирования систем

При решении задач в настоящей диссертационной работе применяются:

- 1) методы формализованного представления систем:

- графические (построение графов переходов подсистем; временных диаграм функционирования СО; структурных диаграм системного анализа);
 - теоретико-множественные (определение пространства состояний ОП, ППП АВ и выделение подмножеств состояний);
 - аналитические (ПМ модели СО с отказами каналов);
 - численные (определение операционных и экономических характеристик конкретных СО по итерационным формулам, полученным при решении систем интегральных уравнений методом сжатых отображений);
 - статистические (статистическая интерпретация характеристик СО в терминах регенерирующих процессов);
- 2) методы, направленные на активизацию интуиции и опыта специалистов:
- метод экспертных оценок (скаляризация задачи многокритериальной оптимизации; оптимизация согласно нечетко заданным критериям);
- 3) метод смешанного типа:
- имитационное моделирование (построение имитационных моделей СО с отказами каналов в среде Anylogic).

На рисунке 1.6 приведена схема последовательности действий в работе. На рисунке 1.7 приведена классификация современных информационных систем по типу решаемых задач [34]. В работе для численных расчетов применялась система компьютерной математики Maple. Программа Maple — лидер в семействе универсальных систем символьной математики. Она предоставляет пользователю удобную интеллектуальную среду для математических исследований любого уровня.

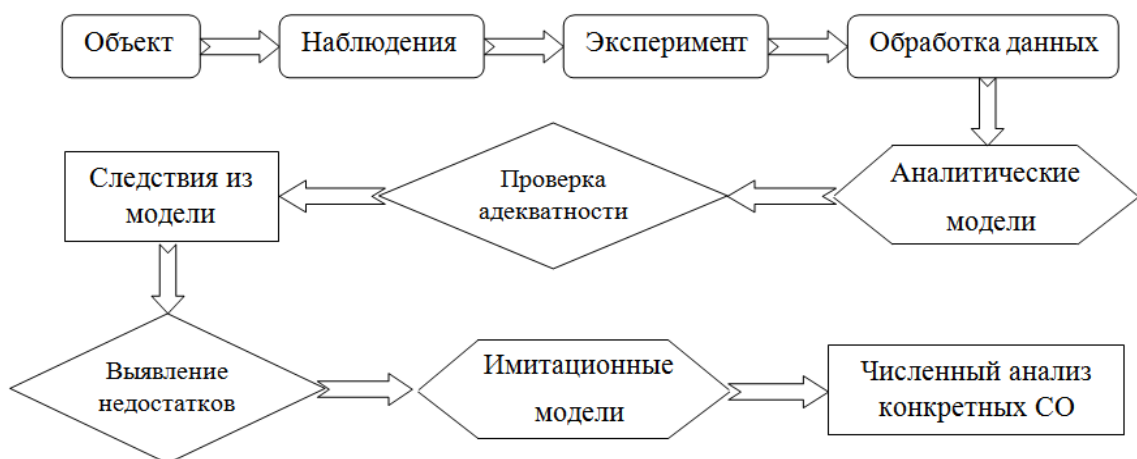


Рисунок 1.6 – Схема отношения построенных в работе моделей и экспериментов.

Символьный анализатор программы Maple был позаимствован и включен в ряд других САЕ-пакетов, таких как MathCAD и MATLAB. Maple предоставляет удобную среду для

компьютерных экспериментов, в ходе которых пробуются различные подходы к задаче, анализируются частные решения, а при необходимости программирования отбираются требующие особой скорости фрагменты. Пакет позволяет создавать интегрированные среды с участием других систем и универсальных языков программирования высокого уровня. Пакет Maple состоит из ядра (хорошо оптимизированных процедур, написанных на языке Си), библиотеки, написанной на Maple-языке, и развитого внешнего интерфейса. Работа с пакетом происходит в режиме интерпретатора [35, 36].

Для имитационного моделирования в работе применяется система Anylogic [37].

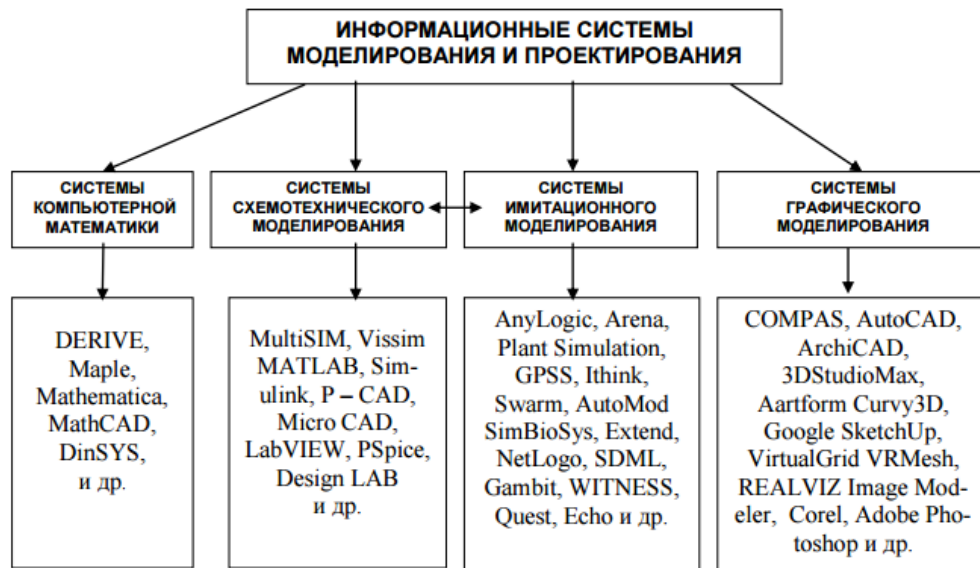


Рисунок 1.7 – Классификация информационных систем по типу решаемых задач

1.4.1. Аналитическое моделирование как способ определения стационарных характеристик одноканальных систем обслуживания.

1.4.1.1 Аппарат аналитического моделирования — полумарковские процессы с общим фазовым пространством состояний.

В большинстве вероятностных моделей технических систем, в том числе СО, применяются марковские процессы. С помощью этих случайных процессов довольно просто моделируются системы, характеризующиеся экспоненциальными распределениями СВ. Однако при описании надежностных характеристик реальных систем (например, наработки на отказ из-за явления старения и приработочных отказов) экспоненциальное распределение не подходит. В настоящей диссертационной работе для построения более адекватных моделей СО с отказами каналов, как и в [38 – 44], применяется аппарат ПМ процессов с общим фазовым пространством состояний, введенный В.С. Королюком, А.Ф. Турбиным [45 – 47]. В [40] с помощью этого

аппарата найдены стационарные характеристики СО $GI/G/1/0$ с потерями, а в [41] — с потерями и абсолютным приоритетом.

Приведем в сокращенном виде изложение сведений о ПМ процессах, схеме построения ПМ моделей и стационарных характеристиках СО [48].

Пусть (E, ξ) — измеримое пространство. E интерпретируется как фазовое пространство состояний стохастической системы, ξ — булева алгебра выделенных подмножеств из E , интерпретируемых как совокупность наблюдаемых подмножеств состояний системы.

ПМ процесс с общим фазовым пространством состояний является скачкообразным случайным процессом, траектории которого непрерывны справа: $S(t+0) = S(t)$. ПМ процесс определяется с помощью процесса марковского восстановления. Первая компонента $\{S_n; n \geq 0\}$ процесса марковского восстановления $\{S_n, \theta_n; n \geq 0\}$ является однородной цепью Маркова с переходными вероятностями

$$P(x, B) = P\{S_{n+1} \in B / S_n = x\},$$

которая называется ВЦМ процесса марковского восстановления $\{S_n, \theta_n; n \geq 0\}$. СВ $\{\theta_{n+1}, n \geq 0\}$, составляющие вторую компоненту процесса марковского восстановления, определяют интервалы между моментами марковского восстановления τ_n :

$$\tau_n = \sum_{k=1}^n \theta_k, \quad n \geq 1, \quad \tau_0 = 0.$$

СВ θ_{n+1} имеют ФР, зависящие от состояний первой компоненты:

$$G_x(t) = P\{\theta_{n+1} \leq t / S_n = x\}.$$

Построение моделей СО в данной работе будет осуществляться по схеме, состоящей из следующих пяти этапов. Их последовательность приведена на рисунке 1.8.

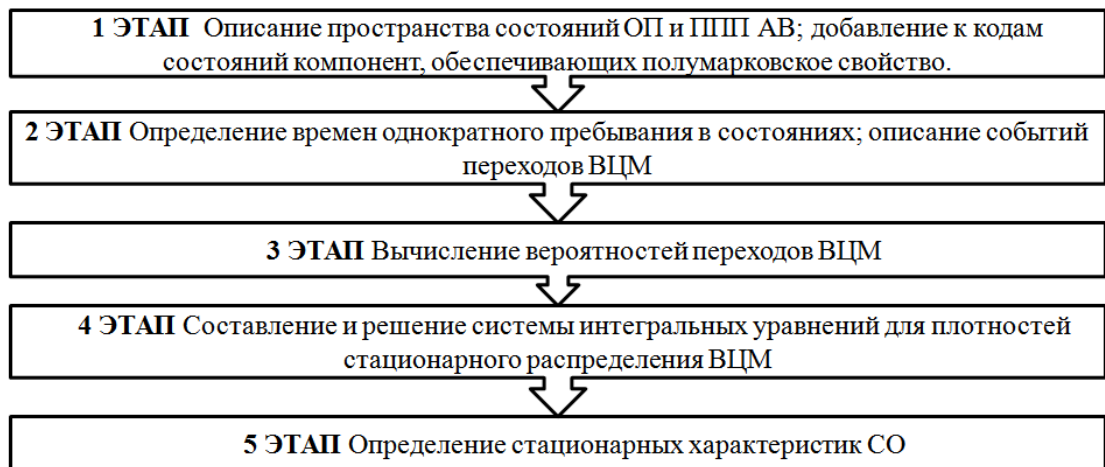


Рисунок 1.8 – Схема построения аналитических моделей СО с отказами каналов

На *первом этапе* проводится описание фазового пространства состояний системы. Сначала описывается совокупность физических состояний системы и выясняется ПМ свойство этих состояний, то есть зависимость времен действия факторов, влияющих на изменение состояния, только от данного состояния. Если физическое состояние не обладает ПМ свойством, то к коду такого состояния добавляются компоненты, обеспечивающие полумарковость расширенных состояний. Обычно такими компонентами служат остаточные времена действия случайных факторов, изменяющих физические состояния системы, то есть совокупности неотрицательных действительных чисел $R_+ = [0, +\infty)$.

На *втором этапе* задаются времена пребывания в ПМ состояниях и описываются события переходов системы с учетом всех случайных факторов, которые влияют на эволюцию системы.

На *третьем этапе* вычисляются вероятности переходов $P(x, B)$ ВЦМ и распределения времен однократного пребывания в состояниях.

На *четвертом этапе* с помощью определенных ранее вероятностей переходов $P(x, B)$ ВЦМ составляется система интегральных уравнений — аналог стационарного случая системы дифференциальных уравнений Колмогорова-Чепмена [14].

На *последнем этапе* с помощью полученного в результате решения системы интегральных уравнений стационарного распределения ВЦМ и с учетом средних времен однократного пребывания СО в состояниях определяются операционные и экономические характеристики функционирования СО [14]:

- операционные характеристики (финальные вероятности и средние стационарные времена пребывания системы в подмножествах состояний);
- экономические характеристики (средняя удельная прибыль в единицу календарного времени и средние удельные затраты в единицу времени исправного функционирования системы).

Предположим, что множество состояний ОП E представлено в виде объединения непересекающихся подмножеств:

$$E = \bigcup_{i=0}^3 E_i, \quad E_i \cap E_j = \emptyset, \quad E_i, E_j \in \xi; \quad i, j = \overline{0, 3}.$$

Подмножество состояний ОП E_0 соответствует ожиданию заявки в работоспособном состоянии; подмножество E_1 соответствует обслуживанию заявок; E_2 — проведению АВ ОП; E_3 — проведению ПВ ОП.

Введем переходные вероятности полумарковского процесса $S(t)$:

$$\Phi(t, x, E_i) = P\{S(t) \in E_i / S(0) = x\}, \quad x \in E, \quad i = \overline{0, 3}.$$

Известно [45 – 47, 49, 50], что в случае существования единственного стационарного распределения ВЦМ $\{S_n, n \geq 0\}$ финальные вероятности p_i^* , средние стационарные времена $T(E_i)$ пребывания системы в подмножествах состояний $E_i, i = \overline{0,3}$, средняя удельная прибыль системы в единицу календарного времени S и средние удельные затраты системы в единицу времени исправного функционирования системы C определяются формулами:

$$p_i^* = \lim_{t \rightarrow \infty} \Phi(t, x, E_i) = \int_{E_i} m(x) \rho(dx) \left[\int_E m(x) \rho(dx) \right]^{-1}, \quad i = \overline{0,3}; \quad (1.1)$$

$$T(E_i) = \int_{E_i} m(x) \rho(dx) \left[\int_{E \setminus E_i} \rho(dx) P(x, E_i) \right]^{-1}, \quad i = \overline{0,3}; \quad (1.2)$$

$$S = \frac{\int_E m(x) f_s(x) \rho(dx)}{\int_E m(x) \rho(dx)}; \quad C = \frac{\int_{E_+} m(x) f_c(x) \rho(dx)}{\int_{E_+} m(x) \rho(dx)}. \quad (1.3)$$

Здесь $m(x)$ — среднее время пребывания полумарковского процесса $S(t)$ в состоянии $x \in E$; $\rho(dx)$ — стационарное распределение ВЦМ; $P(x, E_i)$ — вероятность перехода из состояния x во множество состояний E_i ; $f_s(x)$, $f_c(x)$ — функции, определяющие соответственно доход и затраты в единицу времени в каждом состоянии.

Особо важным среди операционных характеристик СО являются коэффициент доступности ОП $K^+ = p_0^*$ и вероятность неработоспособности ОП $P^- = p_2^* + p_3^*$.

1.4.1.2 Решение систем интегральных уравнений с помощью методов теории восстановления.

Каждая из систем интегральных уравнений, составленных на 4 этапе построения ПМ модели путем выражения стационарных плотностей, сводится к единственному уравнению одного из следующих типов:

- уравнения восстановления для обычного процесса восстановления (подразделы 2.1, 2.2);
- уравнения, которые с помощью подстановок сводятся к уравнениям восстановления для обычного процесса восстановления (модели из подразделов 2.3, 2.4, 2.5);
- уравнения восстановления для обрывающегося процесса восстановления, обобщенного на случай непостоянной вероятности обрыва процесса восстановления (модели из подразделов 2.6, 2.8);

Здесь будут приведены некоторые сведения из теории восстановления [48], необходимые для решения поставленных в работе задач. Полное изложение этой теории содержится, например, в работах [49 – 53].

Под процессом восстановления понимается последовательность неотрицательных, взаимно независимых СВ $\{\beta_n, n \geq 1\}$, которые для $n \geq 2$ имеют одинаковую ФР $G(t) = P\{\beta_n \leq t\}$. Если СВ β_1 имеет ФР $G_1(t)$, отличную от функции $G(t)$, то процесс восстановления называют запаздывающим, и соответственно обычным, если $G_1(t) \equiv G(t)$.

Процесс восстановления задаётся рекуррентным потоком $\{\tau_n, n \geq 0\}$, в котором $\tau_n = \sum_{k=1}^n \beta_k$, $\tau_0 = 0$ являются моментами восстановления, а $\beta_{n+1} = \tau_{n+1} - \tau_n$, $n \geq 0$ — временами восстановления.

Практический интерес представляет определение считающего процесса восстановления:

$$\nu(t) = \max\{n, \tau_n \leq t\}.$$

Для каждого момента t величина $\nu(t)$ означает случайное число восстановлений, произошедших за время $(0, t]$. Функция восстановления $H_g(t)$ (для обычного процесса восстановления), определяющая среднее число восстановлений за время t :

$$H_g(t) = E \nu(t) = \sum_{k=1}^{\infty} k P\{\nu(t) = k\} = \sum_{k=1}^{\infty} G^{*(k)}(t). \quad (1.4)$$

Здесь

$$G^{*(k)}(t) = \int_0^t G^{*(k-1)}(t-s) dG(s) = \int_0^t G(t-s) dG^{*(k-1)}(s)$$

— k -кратная свертка функции распределения $G(t)$, $G^{*(1)}(t) = G(t)$.

Если момент $t = 0$ считать моментом восстановления, то среднее число восстановлений за время $[0, t]$ будем обозначать

$$\tilde{H}_g(t) = 1 + H_g(t).$$

Для запаздывающего процесса восстановления функция $H_g^{g_1}(t)$ восстановления определяется соотношением

$$H_g^{g_1}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} G_1 * G^{*(k-1)}(t). \quad (1.5)$$

Верхний индекс в обозначении функции восстановления указывает на плотность распределения первой СВ, а нижний — на плотность распределения остальных СВ процесса восстановления.

Приведем некоторые примеры обычных процессов восстановления, для которых можно точно определить функцию восстановления [51].

Экспоненциальное распределение. Если $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$, то

$$H(t) = \lambda t. \quad (1.6)$$

Процесс восстановления является пуассоновским процессом с постоянной интенсивностью λ .

Распределение Эрланга. Если $\bar{F}(t) = e^{-\lambda t} \sum_{i=1}^k \frac{(\lambda t)^i}{i!}$, то

$$H(t) = \frac{1}{k} \left(\lambda t + \sum_{i=1}^{k-1} \frac{c^i}{1-c^i} (1 - e^{-\lambda t(1-c^i)}) \right),$$

где $c = e^{\frac{2\pi i}{k}} = \cos \frac{2\pi}{k} + i \sin \frac{2\pi}{k}$.

В частности,

$$H(t) = \frac{1}{2} \left(\lambda t - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{-2\lambda t} \right) \quad \text{для } k = 2, \quad (1.7)$$

$$H(t) = \frac{1}{3} \left(\lambda t - 1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda t + \frac{\pi}{3} \right) \right) \quad \text{для } k = 3, \quad (1.8)$$

$$H(t) = \frac{1}{4} \left(\lambda t - \frac{3}{2} + \frac{1}{2} e^{-2\lambda t} + \sqrt{2} e^{-\lambda t} \sin \left(\lambda t + \frac{\pi}{4} \right) \right) \quad \text{для } k = 4.$$

Гамма-распределение. Если $F(t) = \int_0^t \frac{\lambda^\mu x^{\mu-1}}{\Gamma(\mu)} e^{-\lambda x} dx$, то

$$H(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^t \frac{\lambda^{k\mu} x^{k\mu-1}}{\Gamma(k\mu)} e^{-\lambda x} dx.$$

Функции восстановления $H_g(t)$ для обычного и $H_g^{g_1}(t)$ для запаздывающего процессов восстановления удовлетворяют интегральным уравнениям восстановления:

$$H_g(t) = G(t) + \int_0^t H_g(t-x) dG(x), \quad (1.9)$$

$$H_g^{g_1}(t) = G_1(t) + \int_0^t H_g^{g_1}(t-x) dG(x), \quad (1.10)$$

$$H_g^{g_1}(t) = G_1(t) + \int_0^t H_g(t-x) dG_1(x). \quad (1.11)$$

Уравнения (1.9) – (1.11) являются частными случаями уравнения восстановления

$$Z(t) = z(t) + \int_0^t Z(t-x) dG(x), \quad t > 0.$$

Известно [52], что если $z(t)$ — ограниченная функция, обращающаяся в нуль при $t < 0$, то единственным решением уравнения в классе функций, обращающихся в нуль при $t < 0$ и ограниченных на конечных интервалах, является функция

$$Z(t) = \int_0^t z(t-x) dH_g(x).$$

В случае, когда существуют плотности распределения $g(t)$ и $g_1(t)$, плотности восстановлений

$$h_g(t) = \frac{d}{dt} H_g(t) \quad \text{и} \quad h_g^{g_1}(t) = \frac{d}{dt} H_g^{g_1}(t)$$

представимы в виде рядов

$$h_g(t) = \sum_{n=1}^{\infty} g^{*(n)}(t), \quad (1.12)$$

$$h_g^{g_1}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} g_1 * g^{*(n-1)}(t) \quad (1.13)$$

и удовлетворяют интегральным уравнениям

$$h_g(t) = g(t) + \int_0^t h_g(t-x)g(x)dx \quad (1.14)$$

$$h_g^{g_1}(t) = g_1(t) + \int_0^t h_g^{g_1}(t-x)g(x)dx$$

$$h_g^{g_1}(t) = g_1(t) + \int_0^t h_g(t-x)g_1(x)dx.$$

Функция $h_g(t)dt$ определяет вероятность появления момента восстановления в бесконечно малой окрестности точки t .

С обычным процессом восстановления $\{\beta_n, n=1,2,\dots\}$ связан процесс прямого остаточного процесса восстановления $\{\beta_t, t \geq 0\}$. Процесс прямого остаточного времени восстановления (перескок) определяется соотношением

$$\beta_t = \tau_{v(t)+1} - t.$$

Величина β_t фиксирует время после момента t до ближайшего момента восстановления $\tau_{v(t)+1}$ (вперед) (рисунок 1.9). При этом $\{\beta_t\}$ является однородным марковским процессом с множеством состояний $[0, \infty)$.

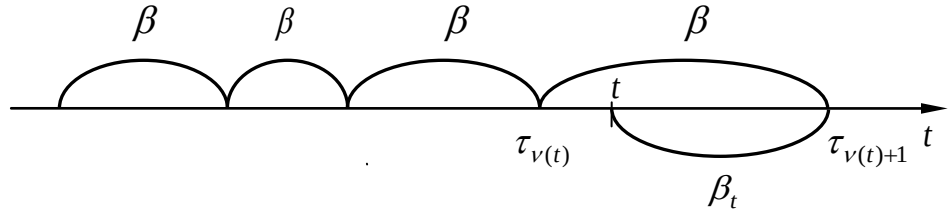


Рисунок 1.9 – Прямое остаточное время восстановления на оси времени

ФР $V_g(t, x) = P\{\beta_t \leq x\}$, плотность распределения $v_g(t, x) = \frac{\partial}{\partial x} V_g(t, x)$ и математическое ожидание прямого остаточного времени восстановления определяются соответственно формулами

$$V_g(t, x) = G(t + x) - \int_0^t \bar{G}(t + x - s) dH_g(s),$$

$$v_g(t, x) = g(t + x) + \int_0^t h_g(t - s) g(s + x) ds, \quad (1.15)$$

$$E\beta_t = E\beta(1 + H_g(t)) - t. \quad (1.16)$$

Для запаздывающего процесса восстановления, порожденного ФР $G_1(t)$ и $G(t)$, плотность прямого остаточного времени определяется соотношением

$$v_g^{g_1}(t, x) = g_1(t + x) + \int_0^t h_g^{g_1}(t - s) g(s + x) ds. \quad (1.17)$$

При описании технических и информационных систем важную роль играют обрывающиеся (невозвратные) процессы восстановления [52]. Пусть $qG(t)$ ($0 < q < 1$) — несобственное распределение вероятностей. Оно играет роль распределения (несобственных) промежутков β_n между последовательными восстановлениями, причем «дефект» $1 - q$ равен вероятности обрыва процесса.

Положим

$$\tilde{H}_g^{(q)}(t) = 1 + H_g^{(q)}(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} q^n G^{*(n)}(t).$$

Как и в случае обычных (возвратных) процессов восстановления, $\tilde{H}_g^{(q)}(t)$ равно математическому ожиданию числа моментов восстановления в интервале $[0, t]$ (здесь момент $t = 0$ также объявляется моментом восстановления). Только теперь математическое ожидание полного восстановления является конечным и равно

$$\tilde{H}_g^{(q)}(\infty) = \frac{1}{1 - q}.$$

Функции восстановления $H_g^{(q)}(t)$ обрывающегося процесса восстановления удовлетворяют интегральным уравнениям восстановления:

$$H_g^{(q)}(t) = qG(t) + q \int_0^t H_g^{(q)}(t-x) dG(x).$$

В случае, когда существует плотность восстановлений $h_g^{(q)}(t) = \frac{d}{dt} H_g^{(q)}(t)$,

представимая в виде ряда

$$h_g^{(q)}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} q^n g^{*(n)}(t),$$

она удовлетворяет интегральному уравнению

$$h_g^{(q)}(t) = qg(t) + q \int_0^t h_g^{(q)}(t-x)g(x)dx.$$

В работе для более адекватного описания СО с учетом отказа каналов и мгновенного обслуживания заявки (подраздел 2.6 и раздел 4) вероятность успешного обслуживания принята зависящей от времени, прошедшего с момента проведения последнего ПВ. Это приводит к уравнениям восстановления для обрывающегося процесса восстановления, обобщенного на случай непостоянной вероятности обрыва процесса восстановления. В случае, когда существует плотность восстановлений, представимая в виде ряда

$$h_g^{(q)}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} g_q^{*(n)}(t), \text{ где } g_q^{(n)}(t) = q(t) \int_0^t g(t-y)g_q^{(n-1)}(y), \quad g_q^{(1)}(t) = q(t)g(t), \text{ она удовлетворяет}$$

интегральному уравнению

$$h_g^{(q)}(t) = q(t)g(t) + q(t) \int_0^t h_g^{(q)}(x)g(t-x)dx. \quad (1.18)$$

Здесь $q(t)$ — вероятность, что через время t , прошедшее с момента последнего ПВ, не произойдет успешное обслуживание поступившей заявки ($0 < q(t) < 1$).

1.4.2. Имитационные модели как средство моделирования многоканальных систем обслуживания с отказами каналов и определения нестационарных характеристик.

Имитационное моделирование — это высокоуровневая информационная технология для разработки моделей сложных систем в виде программы для компьютера и проведение экспериментов с программой вместо проведения экспериментов с реальной системой или объектом. Имитационное моделирование применяется, если необходимо имитировать поведение системы во времени, рассматривая различные возможные сценарии ее поведения при

изменении внешних и внутренних условий, при этом невозможно построить аналитическую модель системы, учитывающую причинные связи, последствие, нелинейности, стохастические переменные и др.

Чтобы построить качественную компьютерную модель сложной системы, необходимо определенным способом представить в модели динамику системы (посредством событий, работ, процессов или транзактов); определить способ изменения модельного времени; способ взаимодействия пользователя с моделью и др. В связи с этим возникли различные виды (направления) имитационного моделирования (рисунок 1.10) [54].

Удобным средством для построения моделей является Anylogic [37, 54]. Это программное обеспечение для имитационного моделирования сложных систем и процессов, поддерживающее направление агентного моделирования, дискретно-событийного моделирования и разработки моделей системной динамики (разрабатывается российской компанией «Экс Джей Текнолоджис» (англ. XJ Technologies)). С помощью Anylogic в работе осуществляется дискретно-событийное имитационное моделирование функционирования СО с отказами каналов.



Рисунок 1.10 – Разновидности (направления) имитационного моделирования

Такие модели в рамках настоящего исследования позволяют:

1) для конкретных СО определить характеристики переходного режима, которые дают более подробную информацию о функционировании СО: длительность переходного режима конкретной СО; максимальные отклонения характеристик от своих средних при переходном режиме и др.;

2) для конкретных СО приближенно определить количество каналов, необходимых для обслуживания заявок. Если для обслуживания заявок с достаточно большой вероятностью одного канала недостаточно, требуется введение нескольких каналов. Задача аналитического

моделирования многоканальной СО с отказами каналов представляет сложность. В работе предложен способ численно-аналитического моделирования конкретных многоканальных СО.

Численно-аналитический способ приближенного определения количества каналов, необходимых для эффективного функционирования СО. Если каналы СО упорядочены (каждая поступившая заявка направляется на свободный канал с наименьшим номером по порядку) и являются каналами с потерями, то они связаны только входящим потоком заявок. В таком случае последовательное применение средств имитационного и аналитического моделирования позволяет рассматривать вместо многоканальной СО последовательность одноканальных. При этом с помощью имитационной модели функционирования СО приближается распределение времени между моментами поступлений заявок на следующий канал (соответствующее времени между моментами потерь заявок на предыдущем канале). А по аналитическим характеристикам определяется оптимальное значение периодичности проведения ПВ. При этом вероятность потери заявки в n -канальной системе соответствует вероятности потери заявки в n -ой одноканальной подсистеме. И этот процесс повторяется, пока вероятность потери заявки в очередной СО не будет меньше требуемого значения (рисунок 1.11). Экономические характеристики функционирования многоканальной СО определяются как алгебраическая сумма соответствующих экономических характеристик для одноканальных СО:

$$S(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) = \sum_{i=1}^n S_i(\tau_i), \quad C(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) = \sum_{i=1}^n C_i(\tau_i). \quad (1.19)$$

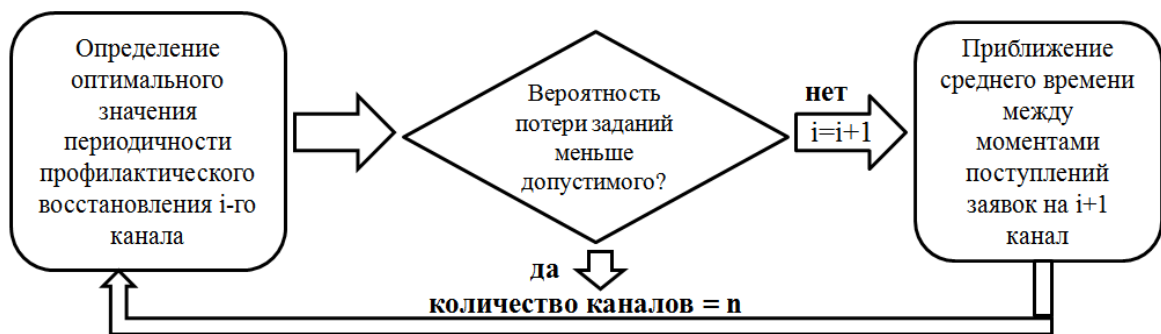


Рисунок 1.11 – Схема численно-аналитического моделирования многоканальной СО с отказами каналов

1.5. Выводы по разделу 1.

1. Обзор существующих работ по модельно-ориентированному подходу к решению задач повышения эффективности функционирования систем с отказами каналов обслуживания позволяет сделать следующие выводы:

- в большинстве вероятностных моделей СО применяются марковские случайные процессы, что сильно сужает класс моделируемых систем;
- отсутствуют методики определения оптимальной периодичности проведения ПВ в системах с отказами каналов обслуживания;
- отсутствует систематическое описание и классификация различных стратегий проведения ПВ СО.

2. Системный подход к формализации работы ЛЛПК и процесса проведения плановых ППР в ней свидетельствует об адекватности рассмотрения ЛЛПК как системы с отказами каналов обслуживания.

СО с отказами каналов — сложный объект, состоящий из нескольких подсистем, с большим количеством системных связей.

Применение системного анализа и классификация СО с отказами каналов позволили поставить цель, задачи и предмет исследования. Обзор современных методов решения задач, имеющих теоретическое и практическое значение, позволил выбрать методы решения поставленных в исследовании задач.

РАЗДЕЛ 2. РАЗРАБОТКА АНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОДНОКАНАЛЬНЫХ СИСТЕМ С ОТКАЗАМИ КАНАЛОВ ОБСЛУЖИВАНИЯ

Результаты данного раздела изложены в соответствии с работами автора [4 – 10, 66].

В данном разделе с помощью аппарата ПМ процессов с дискретно-непрерывным фазовым пространством состояний строятся модели функционирования одноканальных систем с отказами каналов обслуживания. В явном виде определяются операционные и экономические характеристики таких систем. Приведены стационарные характеристики при некоторых частных видах распределений СВ.

В подразделе 2.1 построена модель одноканальной СО с полным АВ. В подразделе 2.2 построена модель одноканальной СО с МАВ. В подразделе 2.3 построена модель одноканальной СО с отсчетом наработки от начала обслуживания заявки. В подразделе 2.4 построена модель одноканальной СО с проведением ПВ после обслуживания заявки с отсчетом наработки от ПВ или АВ. В подразделе 2.5 построена модель одноканальной СО со скрытым отказом и не мгновенным АВ. В подразделе 2.6 построена модель одноканальной СО с мгновенным обслуживанием заявки и переменной вероятностью ее успешного обслуживания.

В таблице 2.1 приведен список СО, для которых в работе построены ПМ модели, с указанием классификационных признаков. Предполагается, что СВ в рамках каждой задачи являются независимыми, имеют плотности распределения вероятностей, конечные математические ожидания, которые обозначаются EX для СВ X , и дисперсии. Обзор постановок задач для одноканальных СО с отказами каналов и стратегий проведения ПВ их ОП приведен в [62, 63].

Таблица 2.1 – Классификация СО, для которых построены ПМ модели

№ подраздела			2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
Характеристики ОП и ППП АВ								
Характеристики ОП	Обслуживание заявки	мгновенное	-	-	-	-	-	+
		немгновенное	+	+	+	+	+	-
	Наличие резерва	+	-	-	-	-	-	-
		-	+	+	+	+	+	+
	Вероятность качественного обслуживания заявки	постоянная	+	+	+	+	+	-
		переменная	-	-	-	-	-	+
Характеристики ППП АВ	Аварийное восстановление	полное	+	-	+	+	+	+
		минимальное	-	+	-	-	-	-
	Вид отказов	явный	+	+	+	+	-	+
		скрытый	-	-	-	-	+	-
	Проведение ПВ	мгновенное	+	+	+	-	+	+
		после окончания обслуживания	-	-	-	+	-	-
	Отсчет наработки ОП	от начала обслуживания заявки	-	-	+	-	-	-
		от начала обслуживания первой заявки после ПВ	+	+	-	-	-	+
		от начала обслуживания первой заявки после ПВ или АВ	-	-	-	+	+	-

2.1. Модель системы обслуживания $GI/G/1/0$ с полным аварийным восстановлением

Постановка задачи. Рассмотрим одноканальную СО, у которую поступает рекуррентный поток заявок, порожденный СВ β с произвольной ФР $G(t) = P\{\beta \leq t\}$. Длительность обслуживания заявки — СВ α с ФР $F(t) = P\{\alpha \leq t\}$. Во время обслуживания заявки при достижении ОП суммарной наработки, реализуемой как СВ γ с ФР $\Phi(t) = P\{\gamma \leq t\}$, происходит отказ ОП и сразу начинается его АВ. Отсчет наработки ОП на отказ начинается с момента начала обслуживания первой заявки после окончания АВ. Длительность АВ — СВ σ_a с ФР $\Psi_a(t) = P\{\sigma_a \leq t\}$. ПВ ОП начинается сразу же при достижении суммарной наработки, равной детерминированной величине τ . Отсчет наработки на ПВ начинается с момента обслуживания ОП первой заявки после проведения предыдущего ПВ. Длительность проведения ПВ — СВ σ_p с ФР $\Psi_p(t) = P\{\sigma_p \leq t\}$. Заявка, обслуживаемая в момент отказа ОП или начала проведения ПВ, теряется так же как и все заявки, поступившие во время АВ или ПВ.

Требуется определить стационарные операционные и экономические характеристики (1.1) — (1.3) для данной СО с отказами каналов.

ПМ модель системы. Опишем пространство физических состояний СО. Состояния ОП: 1 — ОП занят обслуживанием заявки; 0 — ОП свободен; 2 — АВ ОП; 3 — ПВ ОП. Состояния ППП АВ: А — ожидание; В — проведение АВ; С — проведение ПВ.

Следуя методике, изложенной в работах [45 – 47], расширим фазовое пространство физических состояний СО до фазового пространства ПМ состояний, добавляя к кодам физических состояний непрерывные координаты, обеспечивающие марковское свойство фазовых состояний в моменты их изменений. В итоге фазовое пространство СО будет иметь вид:

$$E = \{ 1, 1v, 1uv, 1xuv, 2xv, 2xv0, 3x, 3x0, 0x, 0xv, 0xuv; x > 0, u > 0, 0 < v < \tau \}. \quad (2.1)$$

Расшифруем коды состояний:

- 1 — начинает обслуживаться первая заявка, поступившая после завершения ТО прибора;
- 1v — начинает обслуживаться первая заявка, поступившая после окончания АВ ОП, величина суммарной наработки после ПВ равна v ;
- 1uv — начинает обслуживаться поступившая заявка; величина оставшейся наработки ОП до отказа равна u ; суммарная наработка после ПВ — v ;
- 1xuv — поступившая заявка теряется по причине занятости ОП обслуживанием, до конца

которого осталось время x ; величина оставшейся наработки ОП до отказа равна u ; суммарная наработка после ПВ — v ;

$2xv$ — происходит отказ ОП, началось его АВ; до поступления следующей заявки осталось время x ; суммарная наработка после окончания ПВ равна v ;

$2xv0$ — поступившая заявка теряется по причине проведения АВ ОП; до окончания АВ осталось время x ; суммарная наработка после ПВ равна v ;

$3x$ — началась ПВ ОП, до поступления следующей заявки осталось время x ;

$3x0$ — поступившая заявка теряется по причине проведения ПВ ОП; до окончания ПВ осталось время x ;

$0x$ — ПВ ОП закончена; до поступления следующей заявки осталось время x ;

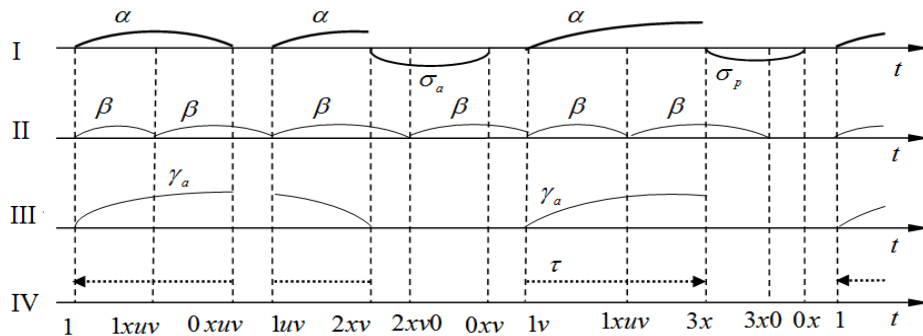
$0xv$ — окончено АВ ОП; до поступления следующей заявки осталось время x ; суммарная наработка после ПВ равна v ;

$0xuv$ — окончено обслуживание заявки, до поступления следующей заявки осталось время x ; величина оставшейся наработки ОП до отказа равна u ; суммарная наработка после ПВ — v .

Длительности пребывания СО в соответствующих состояниях определяются стохастическими соотношениями:

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \min \{\alpha, \beta, \gamma, \tau\}, \quad \theta_{1xuv} = \min \{\beta, x, u, \tau - v\}, \quad \theta_{1uv} = \min \{\alpha, \beta, u, \tau - v\}, \\ \theta_{1v} &= \min \{\alpha, \beta, \gamma, \tau - v\}, \quad \theta_{2xv} = \min \{\sigma_a, x\}, \quad \theta_{2xv0} = \min \{\beta, x\}, \\ \theta_{3x} &= \min \{\sigma_p, x\}, \quad \theta_{3x0} = \min \{\beta, x\}, \quad \theta_{0xuv} = \theta_{0xv} = \theta_{0x} = x.\end{aligned}\quad (2.2)$$

Временная диаграмма функционирования СО изображена на рисунке 2.1.



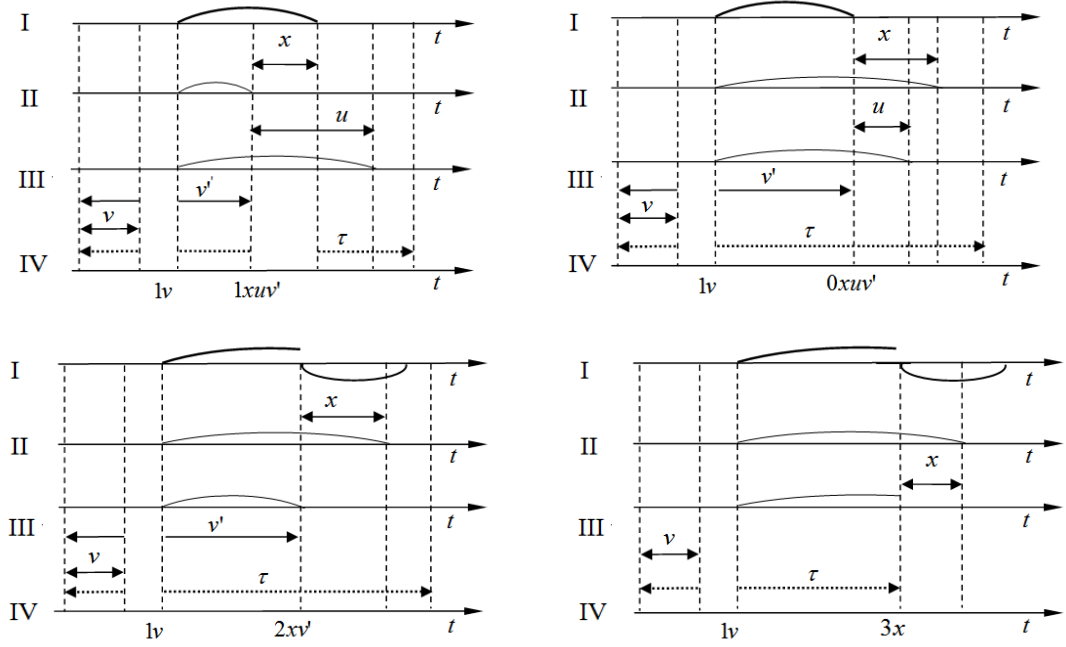
I — процесс обслуживания заявок; II — входящий поток заявок;

III — наработка ОП на отказ; IV — наработка ОП после ПВ.

Рисунок 2.1 – Временная диаграмма функционирования СО

События переходов из состояния $1v$ иллюстрируются на рисунке 2.2 и определяются выражениями:

$$\begin{aligned} \{1v \rightarrow 1, \alpha - \beta, \gamma - \beta, v + \beta\} &= \{\beta < \alpha \wedge \gamma \wedge (\tau - v)\}, \{1v \rightarrow 0, \beta - \alpha, \gamma - \alpha, v + \alpha\} = \{\alpha < \beta \wedge \gamma \wedge (\tau - v)\}, \\ \{1v \rightarrow 2, \beta - \gamma, 0, v + \gamma\} &= \{\gamma < \alpha \wedge \beta \wedge (\tau - v)\}, \{1v \rightarrow 3, \beta - \tau + v\} = \{\tau - v < \alpha \wedge \beta \wedge \gamma\}. \end{aligned} \quad (2.3)$$



I — процесс обслуживания заявок; II — входящий поток заявок;
III — наработка ОП на отказ; IV — наработка ОП после ПВ.

Рисунок 2.2 – События переходов из состояния $1v$

Из соотношений (2.3) определяем плотности вероятностей переходов ВЦМ из состояния $1v$:

$$\begin{aligned} p_{1v}^{1dxdu dv'} &= P\{\alpha - \beta \in dx, \gamma - \beta \in du, v + \beta \in dv'\} = \\ &= f(v' - v + x)g(v' - v)\varphi(v' - v + u)dxdu dv', \quad x > 0, u > 0, v < v' < \tau; \\ p_{1v}^{0dxdu dv'} &= P\{\beta - \alpha \in dx, \gamma - \alpha \in du, v + \alpha \in dv'\} = \\ &= f(v' - v)g(v' - v + x)\varphi(v' - v + u)dxdu dv', \quad x > 0, u > 0, v < v' < \tau; \\ p_{1v}^{2dx dv'} &= P\{\beta - \gamma \in dx, v + \gamma \in dv', \alpha > v' - v\} = \\ &= F(v' - v)g(v' - v + x)\varphi(v' - v)dx dv', \quad x > 0, v < v' < \tau; \\ p_{1v}^{3dx} &= P\{\beta - \tau + v \in dx, \alpha > \tau - v, \gamma > \tau - v\} = F(\tau - v)g(\tau - v + x)\bar{\Phi}(\tau - v)dx, \quad x > 0. \end{aligned}$$

Аналогично определяются плотности вероятностей переходов ВЦМ из других состояний системы.

Нахождение стационарного распределения ВЦМ. Обозначим через ρ_1 значение стационарного распределения для состояния 1, а $\rho(1xuv)$, $\rho(1uv)$, $\rho(1v)$, $\rho(0xuv)$, $\rho(0xv)$, $\rho(0x)$, $\rho(2xv)$, $\rho(2xv0)$, $\rho(3x)$ и $\rho(3x0)$ — плотности стационарного распределения ВЦМ для состояний $1xuv$, $1uv$, $1v$, $0xuv$, $0xv$, $0x$, $2xv$, $2xv0$, $3x$ и $3x0$ соответственно.

Система уравнений для стационарного распределения с учетом того, что вероятности переходов из состояний $0xuv$, $0xv$, $0x$ в состояния $1uv$, $1v$, 1 соответственно равны единице, имеет вид:

$$\begin{aligned}
\rho(1xuv) &= \int_0^v g(t) \rho(1, t+x, t+u, v-t) dt + \int_0^v g(t) f(t+x) \rho(1, t+u, v-t) dt + \\
&+ \int_0^v g(t) f(t+x) \varphi(t+u) \rho(1, v-t) dt + \rho_1 f(v+x) g(v) \varphi(v+u), \\
\rho(1uv) &= \int_0^v \bar{G}(x) \rho(1x, x+u, v-x) dx + \int_0^v \bar{G}(x) f(x) \rho(1, x+u, v-x) dx + \\
&+ \int_0^v f(x) \bar{G}(x) \varphi(x+u) \rho(1, v-x) dx + \rho_1 f(v) \bar{G}(v) \varphi(v+u), \\
\rho(1v) &= \int_0^\infty \bar{G}(x) \rho(2xv0) dx + \int_0^\infty \Psi_a(x) \rho(2xv) dx, \\
\rho(2xv) &= \int_0^v g(t+x) F(t) \rho(1, t, v-t) dt + \int_0^v dt \int_t^\infty g(t+x) \rho(1, st, v-t) ds + \\
&+ \int_0^v g(t+x) F(t) \varphi(t) \rho(1, v-t) dt + \rho_1 \bar{F}(v) g(v+x) \varphi(v), \\
\rho(2xv0) &= \int_0^\infty \psi_a(t+x) \rho(2tv) dt + \int_0^\infty g(t) \rho(2, t+x, v0) dt, \\
\rho(3x) &= \int_0^\tau g(t+x) dt \int_t^\infty ds \int_t^\infty \rho(1su, \tau-t) du + \int_0^\tau g(t+x) F(t) dt \int_t^\infty \rho(1u, \tau-t) du + \\
&+ \int_0^\tau g(t+x) F(t) \bar{\Phi}(t) \rho(1, \tau-t) dt + \rho_1 \bar{F}(\tau) g(\tau+x) \bar{\Phi}(\tau), \\
\rho(3x0) &= \int_0^\infty g(t) \rho(3, x+t, 0) dt + \int_0^\infty \psi_p(t+x) \rho(3t) dt, \\
\rho_1 &= \int_0^\infty \bar{G}(x) \rho(3x0) dx + \int_0^\infty \Psi_p(x) \rho(3x) dx.
\end{aligned}$$

Здесь введены обозначения:

$$\bar{\Phi}(t) = 1 - \Phi(t); \quad \bar{F}(t) = 1 - F(t); \quad \bar{G}(t) = 1 - F(t).$$

Выразим плотности всех стационарных распределений ВЦМ через стационарную вероятность ρ_1 . Исключение из первых пяти уравнений системы функций $\rho(1xuv)$, $\rho(1uv)$, $\rho(2xv)$, $\rho(2xv0)$ приводит к уравнению восстановления (1.14) для плотности $\rho(1v)$:

$$\rho(1v) = \int_0^v \varphi(v-y)\rho(1y)dy + \rho_1\varphi(v).$$

Решением этого уравнения является плотность функции восстановления (1.12), порожденная СВ γ : $\rho(1v) = \rho_1 h_\varphi(v)$. Используя найденную плотность, можно получить выражения для остальных стационарных плотностей:

$$\begin{aligned} \rho(1uv) &= \rho_1 h_f(v)\varphi(u+v) + \rho_1 \int_0^v h_f(t)\varphi(t+u)h_\varphi(v-t)dt, \\ \rho(1xuv) &= \rho_1 \varphi(u+v)a(v,x) + \rho_1 \int_0^v h_\varphi(v-t)\varphi(t+u)a(t,x)dt, \\ \rho(0xuv) &= \rho_1 \varphi(u+v)\omega_f(v,x) + \rho_1 \int_0^v h_\varphi(v-t)\varphi(t+u)\omega_f(t,x)dt, \\ \rho(2xv) &= \rho_1 \omega_\varphi(v,x), \\ \rho(3x) &= \rho_1 \kappa(x), \\ \rho(2xv0) &= \rho_1 \int_0^\infty \psi_a(t+x)\omega_\varphi(v,t)dt + \rho_1 \int_0^\infty h_g(t)dt \int_0^\infty \psi_a(s+t+x)\omega_\varphi(v,s)ds, \\ \rho(0xv) &= \rho_1 \int_0^\infty \psi_a(t)\omega_\varphi(v,t+x)dt + \rho_1 \int_0^\infty v_g(t,x)dt \int_0^\infty \psi_a(s+t)\omega_\varphi(v,s)ds, \\ \rho(3x0) &= \rho_1 \int_0^\infty \psi_p(t+x)h_g^\kappa(t)dt, \\ \rho(0x) &= \rho_1 \int_0^\infty \psi_p(t)v_g^\kappa(t,x)dt. \end{aligned} \tag{2.4}$$

Значение стационарного распределения ρ_1 определяется из условия нормировки.

Здесь введены обозначения:

$$h_f(x), h_g(x) \text{ — плотности (1.12) функций восстановления } H_f(x), H_g(x) \tag{1.4},$$

порожденных СВ α и β соответственно;

$$h_g^\kappa(x) \text{ — плотность (1.13) функции восстановления } H_g^\kappa(x) \tag{1.5} \text{ запаздывающего}$$

процесса восстановления, порожденного ФР $K(t) = \int_0^t \kappa(x)dx$ и $G(t)$;

$v_g^\kappa(t, x) = \kappa(t + x) + \int_0^t h_g^\kappa(t - s)g(s + x)ds$ — плотность прямого остаточного времени

восстановления запаздывающего процесса восстановления (1.17), порожденного функциями $K(x)$ и $G(x)$.

Функция $\kappa(x)$ — плотность распределения времени с момента начала ПВ ОП до ближайшего момента поступления заявки:

$$\kappa(x) = \bar{\Phi}(\tau)l(\tau, x) + \int_0^\tau h_\varphi(\tau - s)\bar{\Phi}(s)l(s, x)ds;$$

$v_g(u, x)$ — плотность распределения прямого остаточного времени процесса восстановления (1.15), порожденного СВ β :

$$v_g(u, x) = g(u + x) + \int_0^u h_g(u - s)g(s + x)ds$$

$$a(v, x) = h_g(v)f(v + x) + \int_0^v h_f(v - s)f(s + x)h_g(s)ds$$

— плотность вероятности того, что во время обслуживания заявки поступила заявка, при этом наработка ОП после ПВ достигла величины v , а время до конца обслуживания заявки равно x ;

$$\omega_\varphi(v, x) = \varphi(v)l(v, x) + \int_0^v h_\varphi(v - t)\varphi(t)l(t, x)dt$$

— плотность вероятности того, что в момент АВ ОП его суммарная наработка после проведения ПВ достигла величины v , а оставшееся время до момента поступления очередной заявки равно x ;

Отметим вероятностный смысл функции $l(u, x)$. По переменной x функция $l(u, x)$ — плотность распределения прямого остаточного времени процесса восстановления (1.15), порожденного СВ β в момент достижения прибором наработки u :

$$l(u, x) = \bar{F}(u)v_g(u, x) + \int_0^u h_f(u - s)\bar{F}(s)v_g(s, x)ds;$$

$$\omega_f(v, x) = f(v)v_g(v, x) + \int_0^v h_f(v - s)f(s)v_g(s, x)ds$$

— плотность вероятности того, что в момент окончания обслуживания заявки наработка ОП после ПВ v , а x — оставшееся время до момента поступления очередной заявки.

Среднее число заявок, поступающих за период регенерации.

ПМ процесс, описывающий функционирование рассматриваемой СО, является регенерирующим. Моментами регенерации являются моменты поступления первых заявок после завершения ПВ ОП. В предложенной кодировке состояний СО это — моменты попадания системы в состояния 1.

Для более компактной записи стационарных характеристик СО и возможности трактовать результаты в терминах показателей эффективности функционирования системы определим выражения для чисел заявок, поступающих за период регенерации. Очевидно, что общее число N потерянных заявок за период регенерации складывается из СВ

$$N = 1 + N_a + N_{ser} + N_{1,loss} + N_{2,loss} + N_{3,loss},$$

где N_{ser} — число полностью обслуженных заявок, N_a — число заявок, принятых к обслуживанию, но не обслуженных по причине отказа ОП; $N_{1,loss}$, $N_{2,loss}$, $N_{3,loss}$ — числа необслуженных заявок по причине занятости ОП обслуживанием, проведения АВ и ПВ соответственно. Число N_a совпадает с числом АВ на периоде регенерации, поэтому среднее значение $\bar{N}_a$ этой СВ совпадает со значением функции восстановления (1.4), порожденной СВ γ , в точке τ : $\bar{N}_a = H_\varphi(\tau)$.

Среднее число $\bar{N}_{ser}$ обслуженных заявок за период регенерации найдем по формуле полного математического ожидания

$$\bar{N}_{ser} = \sum_{n=1}^{\infty} P\{N_a = n\} n \int_0^{\tau} H_f(x) \varphi_n(x) dx + \sum_{n=0}^{\infty} P\{N_a = n\} \int_0^{\tau} H_f(x) \chi_n(x) dx, \quad (2.5)$$

где $\varphi_n(x)$ и $\chi_n(x)$ — плотности соответственно ФР наработки на отказ и ФР времени между моментом начала обслуживания заявки после окончания последнего на периоде АВ ОП и началом его ПВ при условии, что за период регенерации произошло ровно n АВ:

$$\varphi_n(x) = \frac{\varphi(x)}{P\{N_a = n\}} \left[\Phi^{*(n-1)}(\tau - x) - \Phi^{*(n)}(\tau - x) \right], \quad n = 1, 2, \dots, \\ \chi_n(x) = \frac{\bar{\Phi}(x)}{P\{N_a = n\}} \varphi^{*(n)}(\tau - x), \quad n = 1, 2, \dots; \quad \chi_0(x) = \frac{\bar{\Phi}(x)}{P\{N_a = 0\}} \delta(x - \tau).$$

В результате преобразований выражения в правой части формулы (2.5) получаем

$$\bar{N}_{ser} = \sum_{n=1}^{\infty} n \int_0^{\tau} H_f(x) \varphi(x) \left[\Phi^{*(n-1)}(\tau - x) - \Phi^{*(n)}(\tau - x) \right] dx + H_f(\tau) \bar{\Phi}(\tau) + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\tau} H_f(x) \bar{\Phi}(x) \varphi^{*(n)}(\tau - x) dx = \int_0^{\tau} H_f(x) \varphi(x) \tilde{H}_\varphi(\tau - x) dx +$$

$$+ H_f(\tau)\bar{\Phi}(\tau) + \int_0^\tau H_f(x)\bar{\Phi}(x)h_\varphi(\tau-x)dx = \int_0^\tau h_f(x)\bar{\Phi}(x)\tilde{H}_\varphi(\tau-x)dx,$$

где $\tilde{H}_\varphi(x) = 1 + H_\varphi(x)$.

Аналогично определяются математические ожидания $\bar{N}_{1,loss}$, $\bar{N}_{2,loss}$, $\bar{N}_{3,loss}$ чисел потерянных заявок за период регенерации по причине занятости ОП обслуживанием, проведением АВ и ПВ соответственно. Выражения для этих характеристик имеют вид:

$$\bar{N}_{1,loss} = \int_0^\tau h_g(t)\bar{F}(t)\bar{\Phi}(t)\tilde{H}_\varphi(\tau-t)dt + \int_0^\tau \bar{\Phi}(t)\tilde{H}_\varphi(\tau-t)dt \int_0^t h_f(t-s)\bar{F}(s)h_g(s)ds;$$

$$\bar{N}_{2,loss} = \int_0^\infty \psi_a(x)dx \int_0^\tau \tilde{H}_\varphi(\tau-u)\varphi(u)dx \int_0^x \tilde{H}_g(x-s)l(u,s)ds;$$

$$\bar{N}_{3,loss} = \int_0^\infty \psi(t)H_g^\kappa(t)dt.$$

Таким образом, среднее число заявок, поступающих в систему за период регенерации, определяется выражением

$$\begin{aligned} \bar{N} = & \tilde{H}_\varphi(\tau) + \int_0^\tau h_f(x)\bar{\Phi}(x)\tilde{H}_\varphi(\tau-x)dx + \int_0^\tau \bar{\Phi}(t)\tilde{H}_\varphi(\tau-t)dt \int_0^t h_f(t-s)\bar{F}(s)h_g(s)ds + \\ & + \int_0^\tau h_g(t)\bar{F}(t)\bar{\Phi}(t)\tilde{H}_\varphi(\tau-t)dt + \int_0^\infty \psi_a(x)dx \int_0^\tau \tilde{H}_\varphi(\tau-u)\varphi(u)dx \int_0^x \tilde{H}_g(x-s)l(u,s)ds + \int_0^\infty \psi(t)H_g^\kappa(t)dt. \end{aligned}$$

С учетом определенных величин значение стационарного распределения ρ_1 определяется из условия нормировки и равно

$$\rho_1 = [3 + 3\bar{N}_a + 2\bar{N}_{ser} + \bar{N}_{1,loss} + \bar{N}_{2,loss} + \bar{N}_{3,loss}]^{-1}.$$

Стационарные характеристики системы. Разобьем фазовое пространство состояний системы E (2.1) на непересекающиеся подмножества состояний, соответствующие различным физическим состояниям ОП:

$E_0 = \{0x, 0xv, 0xuv\}$ — ОП находится в состоянии ожидания заявки;

$E_1 = \{1, 1v, 1uv, 1xuv\}$ — ОП проводит обслуживание заявки;

$E_2 = \{2xv, 2xv0\}$ — проводится АВ ОП;

$E_3 = \{3x, 3x0\}$ — проводится ПВ ОП.

Средние времена пребывания в состояниях с учетом (2.2) определяются следующими формулами:

$$E\theta_1 = \int_0^\tau \bar{F}(t)\bar{G}(t)\bar{\Phi}(t)dt, \quad E\theta_{1uv} = \int_0^{\min\{u, \tau-v\}} \bar{F}(t)\bar{G}(t)dt,$$

$$E\theta_{1v} = \int_0^{\tau-v} \bar{F}(t)\bar{G}(t)\bar{\Phi}(t)dt, \quad E\theta_{2xv} = \int_0^x \bar{\Psi}_a(t)dt \quad (2.6)$$

$$E\theta_{1xuv} = \int_0^{\min\{x, u, \tau-v\}} \bar{G}(t)dt, \quad E\theta_{0x} = E\theta_{0xv} = E\theta_{0xuv} = x,$$

$$E\theta_{3x} = \int_0^x \bar{\Psi}_p(t)dt, \quad E\theta_{2xv0} = E\theta_{3x0} = \int_0^x \bar{G}(t)dt.$$

Преобразуем интегралы, необходимые для нахождения стационарных характеристик (1.1), (1.2) и (1.3) с учетом найденного стационарного распределения (2.4) и формул (2.6).

$$\begin{aligned} \int_{E_1} m(x)\rho(dx) &= \rho_1 \int_0^\tau \bar{F}(t)\bar{G}(t)\bar{\Phi}(t)dt + \int_0^\tau \rho(1v)dv \int_0^{\tau-v} \bar{F}(t)\bar{G}(t)\bar{\Phi}(t)dt + \\ &+ \int_0^\tau dv \int_0^{\tau-v} \bar{F}(t)\bar{G}(t)dt \int_t^\infty \rho(1uv)du + \int_0^\tau dv \int_0^{\tau-v} \bar{G}(t)dt \int_t^\infty dx \int_t^\infty \rho(1xuv)du = \\ &= \rho_1 \int_0^\tau \bar{F}(t)\bar{\Phi}(t)dt + \int_0^\tau \rho(1v)dv \int_0^{\tau-v} \bar{F}(t)\bar{\Phi}(t)dt + \int_0^\tau dv \int_0^{\tau-v} \bar{F}(t)dt \int_t^\infty \rho(1uv)du = \\ &= \rho_1 \int_0^\tau \bar{\Phi}(t)dt + \rho_1 \int_0^\tau h_\varphi(v)dv \int_0^{\tau-v} \bar{\Phi}(t)dt = \rho_1 \tau. \end{aligned}$$

Аналогично получаем выражения для остальных интегралов

$$\begin{aligned} \int_{E_2} m(x)\rho(dx) &= \rho_1 E\sigma_a \bar{N}_a, \quad \int_{E_3} m(x)\rho(dx) = \rho_1 E\sigma_p, \\ \int_{E_0} m(x)\rho(dx) &= \rho_1 E\beta \bar{N} - \rho_1 [\tau + E\sigma_a \bar{N}_a + E\sigma_p]. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\int_E m(x)\rho(dx) = \rho_1 E\beta \bar{N}.$$

Учитывая вероятности переходов ВЦМ из состояний, а также вид стационарного распределения, интегралы в знаменателях дробей формул (1.2) преобразуются к виду:

$$\begin{aligned} \int_{E \setminus E_0} \rho(dx)P(x, E_0) &= \int_{E \setminus E_1} \rho(dx)P(x, E_1) = \int_0^\infty \rho(0x)dx + \int_0^\tau dv \int_0^\infty \rho(0xv)dx + \\ &+ \int_0^\tau dv \int_0^\infty du \int_0^\infty \rho(0xuv)dx = \rho_1 (1 + \bar{N}_a + \bar{N}_{ser}), \quad \int_{E \setminus E_2} \rho(dx)P(x, E_1) = \int_0^\tau dv \int_0^\infty \rho(2xv)dx = \rho_1 \bar{N}_a, \\ \int_{E \setminus E_3} \rho(dx)P(x, E_3) &= \int_0^\infty \rho(3x)dx = \rho_1. \end{aligned}$$

Таким образом, приходим к выражениям для стационарных показателей функционирования рассматриваемой СО. Финальные вероятности пребывания ОП в свободном состоянии (p_0^*), в состоянии обслуживания заявки (p_1^*), в состоянии АВ (p_2^*), в состоянии ПВ

(p_3^*) (1.1) и средние стационарные времена $T(E_i)$, $i = 0, 1, 2, 3$, пребывания системы в указанных состояниях (1.2) определяются соответственно формулами:

$$p_0^* = 1 - \frac{\tau + E\sigma_a \bar{N}_a + E\sigma_p}{E\beta \bar{N}}, \quad p_1^* = \frac{\tau}{E\beta \bar{N}}, \quad p_2^* = \frac{E\sigma_a \bar{N}_a}{E\beta \bar{N}}, \quad p_3^* = \frac{E\sigma_p}{E\beta \bar{N}}. \quad (2.7)$$

$$T(E_0) = \frac{E\beta \bar{N} - (\tau + E\sigma_a \bar{N}_a + E\sigma_p)}{1 + \bar{N}_{ser} + \bar{N}_a}, \quad T(E_1) = \frac{\tau}{1 + \bar{N}_{ser} + \bar{N}_a}; \quad T(E_2) = E\sigma_a, \quad T(E_3) = E\sigma_p. \quad (2.8)$$

Пусть для данной СО функции $f_s(x)$ и $f_c(x)$, определяющие доход и затраты при нахождении системы в состояниях, имеют следующий вид:

$$f_s(x) = \begin{cases} c_1, & x \in E_1, \\ 0, & x \in E_0, \\ -c_a, & x \in E_2, \\ -c_p, & x \in E_3, \end{cases} \quad f_c(x) = \begin{cases} 0, & x \in E_0 \cup E_1, \\ c_a, & x \in E_2, \\ c_p, & x \in E_3. \end{cases}$$

Здесь c_1 — доход, получаемый в единицу времени обслуживания заявки; c_a — затраты в единицу времени АВ ОП; c_p — затраты в единицу времени ПВ ОП.

Средняя удельная прибыль S в единицу календарного времени, средние удельные затраты C в единицу времени обслуживания заявки (1.3) определяются выражениями:

$$S = \frac{c_1\tau - c_a E\sigma_a \bar{N}_a - c_p E\sigma_p}{E\beta \bar{N}}, \quad C = \frac{c_a E\sigma_a \bar{N}_a + c_p E\sigma_p}{E\beta \bar{N} - (\tau + E\sigma_a \bar{N}_a + E\sigma_p)}. \quad (2.9)$$

Отметим, что в случае отсутствия ПВ ОП, найденные надежность характеристики принимают известный вид [3, 48, 64].

Частные случаи СО. Для ряда конкретных СО можно получить аналитические характеристики, если известны выражения функций восстановления, как например (1.6) – (1.8). Когда входящий поток заявок является простейшим и имеет интенсивность λ (СО $M/G/1/0$), средние числа заявок, поступающих за период регенерации, с учетом (1.6) определяются выражениями

$$\bar{N}_{ser} = \int_0^\tau h_f(t) \Phi(t) \tilde{H}_\varphi(\tau - t) dt, \quad \bar{N}_{1,loss} = \lambda \tau,$$

$$\bar{N}_{2,loss} = \lambda E\sigma_a H_\varphi(\tau), \quad \bar{N}_{3,loss} = \lambda E\sigma_p.$$

В частности, если АВ прибора и его ПВ считать мгновенными (на практике это означает, что времена АВ и ПВ намного меньше наработок на отказ), характеристики системы (2.7), (2.8) принимают вид:

$$p_0^* = 1 - p_1^*, \quad p_1^* = \frac{\tau}{\frac{1}{\lambda} [\tilde{H}_\varphi(\tau) + \int_0^\tau h_f(t) \Phi(t) \tilde{H}_\varphi(\tau - t) dt + \lambda \tau]}, \quad p_2^* = p_3^* = 0,$$

$$T(E_0) = E\beta + \frac{(\lambda E\beta - 1)\tau}{\tilde{H}_\varphi(\tau) + \int_0^\tau h_f(t) \Phi(t) \tilde{H}_\varphi(\tau - t) dt},$$

$$T(E_1) = \frac{\tau}{\tilde{H}_\varphi(\tau) + \int_0^\tau h_f(t) \Phi(t) \tilde{H}_\varphi(\tau - t) dt}, \quad T(E_2) = T(E_3) = 0.$$

Если обозначить C_p и C_a соответственно затраты на проведение ПВ и АВ прибора, то экономические показатели системы (2.9) будут определяться выражениями

$$S = \frac{c_1\tau - C_a H_\varphi(\tau) - C_p}{E\beta [\tilde{H}_\varphi(\tau) + \int_0^\tau h_f(t) \Phi(t) \tilde{H}_\varphi(\tau - t) dt + \lambda \tau]}, \quad C = \frac{C_a H_\varphi(\tau) + C_p}{E\beta [\tilde{H}_\varphi(\tau) + \int_0^\tau h_f(t) \Phi(t) \tilde{H}_\varphi(\tau - t) dt + \lambda \tau]}.$$

Результаты подраздела 2.1. изложены в работе диссертанта [4].

2.2. Модель системы обслуживания $GI/G/1/0$ с минимальным аварийным восстановлением

Постановка задачи. Рассмотрим одноканальную СО, функционирующую как СО из подраздела 2.1. Однако в данном случае при отказе ОП проводится его МАВ. Длительность МАВ — СВ σ_a с ФР $\Psi_a(t) = P\{\sigma_a \leq t\}$. МАВ делает ОП работоспособным, но по его окончании интенсивность отказов ОП такая же, как непосредственно перед отказом. Математически это значит, что в начальный момент времени суммарная наработка ОП на отказ есть СВ γ с ФР $\Phi(t) = P\{\gamma \leq t\}$, и плотностью $\varphi(t)$, т.е. интенсивность отказа ОП равна $\lambda_\varphi(t) = \frac{\varphi(t)}{\Phi(t)}$, где $\bar{\Phi}(t) = 1 - \Phi(t)$; Если в момент АВ суммарная наработка на отказ ОП γ принимает значение v , то наработка на отказ восстановленного ОП γ_v имеет ФР [51].

$$\Phi_v(t) = \frac{\Phi(v+t) - \Phi(v)}{\bar{\Phi}(v)}.$$

Необходимо определить стационарные операционные и экономические характеристики (1.1) — (1.3) для описанной СО с отказами каналов.

ПМ модель СО. Пространство физических состояний ОП: 1 — ОП занят обслуживанием заявки; 0 — ОП свободен; 2 — проводится МАВ ОП; 3 — проводится ПВ ОП. Пространство физических состояний ППП и АВ: А — ожидание; В — проведение АВ; С — проведение ПВ

Фазовое пространство физических состояний расширим до пространства ПМ состояний. В результате получим следующее пространство ПМ состояний:

$$E = \{ 1, 1v, 1uv, 1yuv, 2xv, 2zv0, 3x, 3w0, 0x, 0xv, 0xuv; x, y, z, u, w > 0, 0 < v < \tau \}. \quad (2.10)$$

Расшифруем содержательный смысл кодов состояний:

1 — начинает обслуживаться первая заявка, поступившая после завершения ПВ ОП;

1v — начинает обслуживаться первая заявка, поступившая после окончания МАВ ОП, величина суммарной наработки после окончания последнего ПВ равна v ;

1uv — начинает обслуживаться поступившая заявка; величина оставшейся наработки ОП на отказ равна u ; суммарная наработка после ПВ — v ;

1yuv — поступившая в систему заявка теряется по причине занятости ОП обслуживанием, до конца которого осталось время y ; величина оставшейся наработки ОП на отказ равна u ; суммарная наработка после ПВ — v ;

2xv — происходит отказ ОП и начинается его АВ; до поступления следующей заявки осталось время x ; суммарная наработка после ПВ равна v ;

2zv0 — поступившая заявка теряется по причине проведения АВ ОП, до окончания которого осталось время z ; суммарная наработка после ПВ равна v ;

3x — начинается ПВ ОП, до поступления следующей заявки осталось время x ;

3w0 — поступившая заявка теряется по причине проведения ПВ ОП; до окончания ПВ осталось время w ;

0x — ПВ ОП окончено; до поступления следующей заявки осталось время x ;

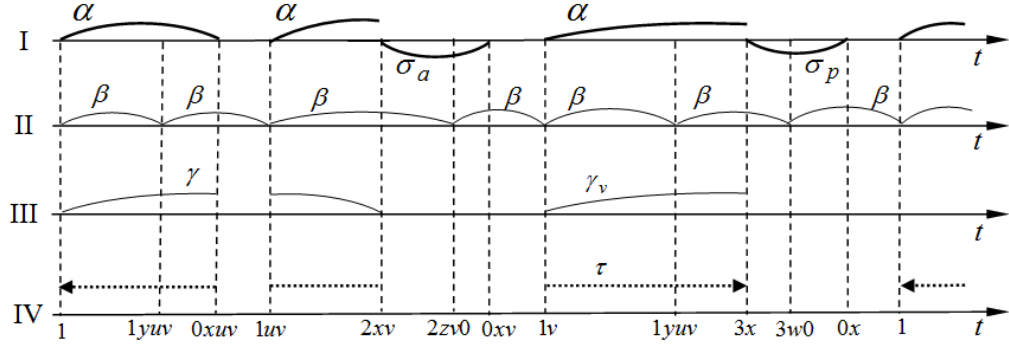
0xv — окончено АВ ОП; до поступления следующей заявки осталось время x ; суммарная наработка ОП после ПВ равна v ;

0xuv — окончено обслуживание заявки, до поступления следующей заявки осталось время x ; величина оставшейся наработки ОП на отказ равна u ; суммарная наработка после ПВ — v .

Времена пребывания СО в соответствующих состояниях определяются стохастическими соотношениями:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \min \{ \alpha, \beta, \gamma, \tau \}, \quad \theta_{1yuv} = \min \{ \beta, y, u, \tau - v \}, \quad \theta_{1v} = \min \{ \alpha, \beta, \gamma_v, \tau - v \} \\ \theta_{1uv} &= \min \{ \alpha, \beta, u, \tau - v \}, \quad \theta_{2xv} = \min \{ \sigma_a, x \}, \quad \theta_{2zv0} = \min \{ \beta, z \} \\ \theta_{3w0} &= \min \{ \beta, w \}, \quad \theta_{3x} = \min \{ \sigma_p, x \}, \quad \theta_{0xuv} = \theta_{0xv} = \theta_{0x} = x. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Временная диаграмма функционирования СО приведена на рисунке 2.3.



I — процесс обслуживания заявок; II — входящий поток заявок;

III — наработка ОП на отказ; IV — наработка ОП после ПВ.

Рисунок 2.3 – Временная диаграмма функционирования СО

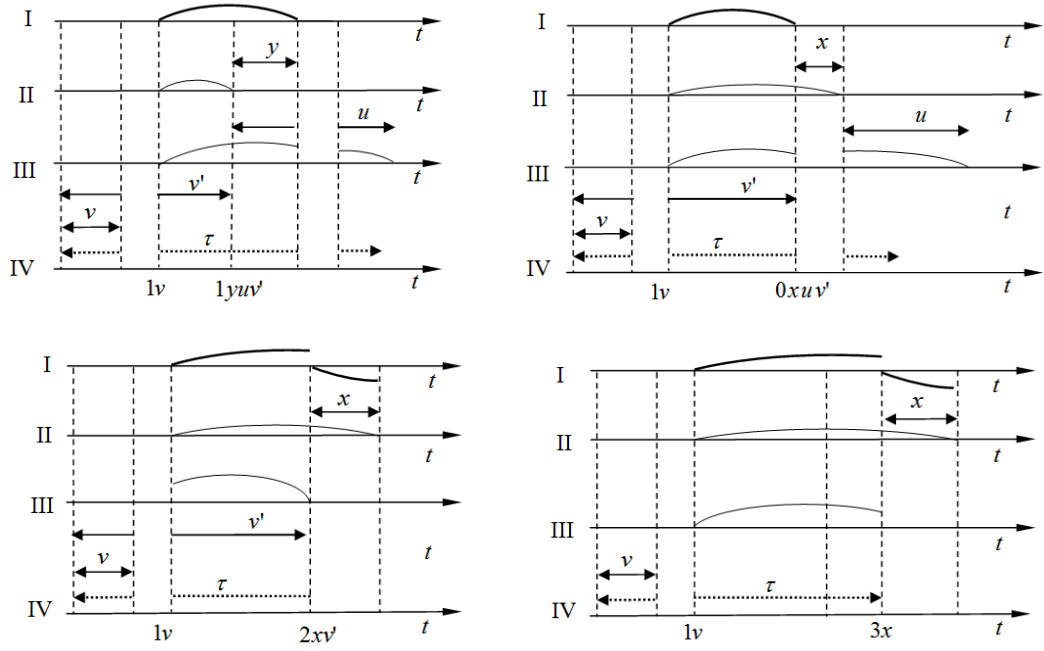
События переходов из состояния $1v$ иллюстрируются на рисунке 2.4 и определяются выражениями:

$$\begin{aligned} \{1v \rightarrow 1, \alpha - \beta, \gamma_v - \beta, v + \beta\} &= \{\beta < \min\{\alpha, \gamma_v, \tau - v\}\}, \quad \{1v \rightarrow 0, \beta - \alpha, \gamma_v - \alpha, v + \alpha\} = \{\alpha < \min\{\beta, \gamma_v, \tau - v\}\}, \\ \{1v \rightarrow 2, \beta - \gamma_v, v + \gamma_v\} &= \{\gamma_v < \min\{\alpha, \beta, \tau - v\}\}, \quad \{1v \rightarrow 3, \beta - \tau + v\} = \{\tau - v < \min\{\alpha, \beta, \gamma_v\}\}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Из соотношений (2.12) определяем плотности вероятностей переходов ВЦМ из состояния $1v$:

$$\begin{aligned} p_{1v}^{1dydudv'} &= P\{\alpha - \beta \in dy, \gamma_v - \beta \in du, v + \beta \in dv'\} = \\ &= f(v' - v + y)g(v' - v) \frac{\varphi(v' + u)}{\Phi(v)} dydudv', \quad y > 0, u > 0, v < v' < \tau; \\ p_{1v}^{0dxdudv'} &= P\{\beta - \alpha \in dx, \gamma_v - \alpha \in du, v + \alpha \in dv'\} = \\ &= f(v' - v)g(v' - v + x) \frac{\varphi(v' + u)}{\Phi(v)} dxdudv', \quad x > 0, u > 0, v < v' < \tau; \\ p_{1v}^{2dxdv'} &= P\{\beta - \gamma_v \in dx, v + \gamma_v \in dv', \alpha > v' - v\} = \\ &= \bar{F}(v' - v)g(v' - v + x) \frac{\varphi(v')}{\Phi(v)} dxdv', \quad x > 0, v < v' < \tau; \\ p_{1v}^{3dx} &= P\{\beta - \tau + v \in dx, \alpha > \tau - v, \gamma_v > \tau - v\} = \bar{F}(\tau - v)g(\tau - v + x) \frac{\bar{\Phi}(\tau)}{\Phi(v)} dx, \quad x > 0. \end{aligned}$$

Аналогично определяются плотности вероятностей переходов ВЦМ из других состояний системы.



I — процесс обслуживания заявок; II — входящий поток заявок;

III — наработка прибора на МАВ; IV — наработка прибора после ПВ

Рисунок 2.4 – События переходов из состояния $1v$

Нахождение стационарного распределения ВЦМ. Обозначим через ρ_1 значение стационарного распределения для состояния 1, а $\rho(1yuv)$, $\rho(1uv)$, $\rho(1v)$, $\rho(0xuv)$, $\rho(0xv)$, $\rho(0x)$, $\rho(2xv)$, $\rho(2zv0)$, $\rho(3x)$ и $\rho(3w0)$ — плотности стационарного распределения ВЦМ для состояний $1yuv$, $1uv$, $1v$, $0xuv$, $0xv$, $0x$, $2xv$, $2zv0$, $3x$ и $3w0$ соответственно. Система уравнений для стационарного распределения с учетом того, что вероятности переходов из состояний $0xuv$, $0xv$, $0x$ соответственно в состояния $1uv$, $1v$, 1 равны единице, имеет вид

$$\begin{aligned} \rho(1yuv) &= \int_0^v g(t) \rho(1, t+y, t+u, v-t) dt + \int_0^v g(t) f(t+y) \rho(1, t+u, v-t) dt + \\ &+ \varphi(v+u) \int_0^v g(t) f(t+y) \frac{\rho(1, v-t)}{\Phi(v-t)} dt + \rho_1 f(v+y) g(v) \varphi(v+u), \\ \rho(1uv) &= \int_0^v \bar{G}(x) \rho(1x, x+u, v-x) dx + \int_0^v \bar{G}(x) f(x) \rho(1, x+u, v-x) dx + \\ &+ \varphi(v+u) \int_0^v f(x) \bar{G}(x) \frac{\rho(1, v-x)}{\Phi(v-x)} dx + \rho_1 f(v) \bar{G}(v) \varphi(v+u), \\ \rho(1v) &= \int_0^\infty \bar{G}(x) \rho(2xv0) dx + \int_0^\infty \Psi_a(x) \rho(2xv) dx, \\ \rho(2xv) &= \int_0^v g(t+x) F(t) \rho(1, t, v-t) dt + \int_0^v dt \int_t^\infty g(t+x) \rho(1, s, t, v-t) ds + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \varphi(v) \int_0^v g(t+x) F(t) \frac{\rho(1, v-t)}{\Phi(v-t)} dt + \rho_1 \bar{F}(v) g(v+x) \varphi(v), \\
& \rho(2zv0) = \int_0^\infty \psi_a(t+z) \rho(2tv) dt + \int_0^\infty g(t) \rho(2, t+z, v0) dt, \\
& \rho(3x) = \int_0^\tau g(t+x) dt \int_t^\infty \int_t^\infty \rho(1s, u, \tau-t) du + \int_0^\tau g(t+x) F(t) dt \int_t^\infty \rho(1u, \tau-t) du + \\
& + \bar{\Phi}(\tau) \int_0^\tau g(t+x) F(t) \frac{\rho(1, \tau-t)}{\bar{\Phi}(\tau-t)} dt + \rho_1 \bar{F}(\tau) g(\tau+x) \bar{\Phi}(\tau), \\
& \rho(3w0) = \int_0^\infty g(t) \rho(3, w+t, 0) dt + \int_0^\infty \psi_p(t+w) \rho(3t) dt, \quad \rho_1 = \int_0^\infty \bar{G}(x) \rho(3x0) dx + \int_0^\infty \Psi_p(x) \rho(3x) dx.
\end{aligned}$$

Здесь введены обозначения:

$$\bar{\Phi}(t) = 1 - \Phi(t); \quad \bar{F}(t) = 1 - F(t); \quad \bar{G}(t) = 1 - F(t).$$

Выразим плотности всех стационарных распределений ВЦМ через стационарную вероятность ρ_1 . В результате исключения из первых пяти уравнений системы функций $\rho(1xuv)$, $\rho(1uv)$, $\rho(2xv)$, $\rho(2xv0)$ приходим к уравнению восстановления для плотности $\rho(1v)$:

$$\rho(1v) = \varphi(v) \int_0^v \frac{\rho(1s)}{\Phi(s)} ds + \rho_1 \varphi(v).$$

Решением этого уравнения является функция интенсивности отказов $\rho(1v) = \rho_1 \lambda_\varphi(v)$ [51]. Используя найденную плотность, получаем выражения для остальных стационарных плотностей:

$$\begin{aligned}
\rho(1uv) &= \rho_1 h_f(v) \varphi(u+v) + \rho_1 \varphi(u+v) \int_0^v h_f(t) \frac{\lambda_\varphi(v-t)}{\Phi(v-t)} dt, \\
\rho(1yuv) &= \rho_1 h_g(v) \varphi(u+v) f(v+y) + \rho_1 \varphi(u+v) \int_0^v h_g(t) f(t+y) h_f(v-t) dt + \\
&+ \rho_1 \varphi(u+v) \int_0^v h_g(t) f(t+y) \frac{\lambda_\varphi(v-t)}{\Phi(v-t)} dt + \\
&+ \rho_1 \varphi(u+v) \int_0^v h_g(t) f(t+y) dt \int_0^{v-t} h_f(s) \frac{\lambda_\varphi(v-t-s)}{\Phi(v-t-s)} ds, \\
\rho(0xuv) &= \rho_1 \varphi(u+v) b_f(v, x) + \rho_1 \varphi(u+v) \int_0^v \frac{\lambda_\varphi(v-t)}{\Phi(v-t)} b_f(t, x) dt,
\end{aligned} \tag{2.13}$$

$$\rho(2xv) = \rho_1 b_\varphi(v, x),$$

$$\rho(3x) = \rho_1 \kappa(x),$$

$$\rho(2zv0) = \rho_1 \int_0^\infty \psi_a(t+z) b_\varphi(v, t) dt + \rho_1 \int_0^\infty h_g(t) dt \int_0^\infty \psi_a(s+t+z) b_\varphi(v, s) ds,$$

$$\rho(0xv) = \rho_1 \int_0^\infty \psi_a(t) b_\varphi(v, t+x) dt + \rho_1 \int_0^\infty v_g(t, x) dt \int_0^\infty \psi_a(s+t) b_\varphi(v, s) ds,$$

$$\rho(3w0) = \rho_1 \int_0^\infty \psi_p(t+w) h_g^\kappa(t) dt,$$

$$\rho(0x) = \rho_1 \int_0^\infty \psi_p(t) v_g^\kappa(t, x) dt.$$

Значение стационарного распределения ρ_1 определяется из условия нормировки. Здесь введены обозначения:

$$h_f(x), h_g(x) \text{ — плотности (1.13) функций восстановления } H_f(x), H_g(x) \text{ (1.4),}$$

порожденных СВ α и β соответственно;

$$h_g^\kappa(x) \text{ — плотность (1.13) функции восстановления } H_g^\kappa(x) \text{ (1.5) запаздывающего}$$

процесса восстановления, порожденного ФР $K(t) = \int_0^t \kappa(x) dx$ и $G(t)$;

$$v_g^\kappa(t, x) = \kappa(t+x) + \int_0^t h_g^\kappa(t-s) g(s+x) ds \text{ — плотность прямого остаточного времени}$$

восстановления запаздывающего процесса восстановления (1.17), порожденного функциями $K(x)$ и $G(x)$.

Функция $\kappa(x)$ — плотность распределения времени с момента начала ПВ ОП до ближайшего момента поступления заявки — определяется выражением

$$\kappa(x) = \bar{\Phi}(\tau) l(\tau, x) + \bar{\Phi}(\tau) \int_0^\tau \frac{\lambda_\varphi(s)}{\bar{\Phi}(s)} l(\tau-s, x) ds,$$

где функция $l(v, x) = \bar{F}(v) v_g(v, x) + \int_0^v h_f(v-s) \bar{F}(s) v_g(s, x) ds$ по переменной x — плотность распределения прямого остаточного времени процесса восстановления, порожденного СВ β в момент достижения ОП наработки v , $v_g(u, x)$ — плотность распределения прямого остаточного времени процесса восстановления (1.15), порожденного СВ β :

$$v_g(u, x) = g(u+x) + \int_0^u h_g(u-s) g(s+x) ds$$

$$b_f(v, x) = f(v)v_g(v, x) + \int_0^v h_f(v-t)f(t)v_g(t, x)dt;$$

$$b_\varphi(v, t) = \varphi(v)l(v, t) + \varphi(v)\int_0^v l(s, t)\frac{\lambda_\varphi(v-s)}{\Phi(v-s)}ds.$$

Среднее число заявок, поступающих за период регенерации.

Описанный ПМ процесс является регенерирующим процессом. Точками регенерации являются моменты начала обслуживания первых заявок после завершения ПВ ОП, т.е. моменты попадания системы в состояние 1.

$\bar{N} = 1 + \bar{N}_{ser} + \bar{N}_a + \bar{N}_{1,loss} + \bar{N}_{2,loss} + \bar{N}_{3,loss}$ — среднее число заявок, поступающих за период регенерации, т.е. между моментами начала обслуживания первых заявок после проведения соседних ПВ ОП.

Рассуждая как в подразделе 2.1., можно определить: $\bar{N}_{ser}$ — среднее число обслуженных заявок между двумя соседними ПВ ОП. Для данной СО

$$\bar{N}_{ser} = \Phi(\tau)\int_0^\tau \frac{h_f(t)}{\Phi(\tau-t)}dt + \int_0^\tau \varphi(s)ds\int_0^s \frac{h_f(t)}{\Phi(s-t)}dt.$$

Среднее число АВ на периоде регенерации: $\bar{N}_a = \Lambda_\varphi(\tau)$, здесь $\Lambda_\varphi(\tau) = \int_0^\tau \lambda_\varphi(t)dt$ — накопленная интенсивность отказов за период регенерации.

Математические ожидания $\bar{N}_{1,loss}$, $\bar{N}_{2,loss}$, $\bar{N}_{3,loss}$ чисел потерянных заявок за период регенерации по причине занятости ОП обслуживанием, проведения МАВ и ПВ ОП соответственно:

$$\begin{aligned} \bar{N}_{1,loss} &= \Phi(\tau)\int_0^\tau \frac{1}{\Phi(\tau-t)}\left[h_g(t)F(t) + \int_0^t h_f(t-s)h_g(s)F(s)ds\right]dt + \\ &+ \int_0^\tau \varphi(x)dx\int_0^x \frac{1}{\Phi(x-t)}\left[h_g(t)F(t) + \int_0^t h_f(t-s)h_g(s)F(s)ds\right]dt; \\ \bar{N}_{2,loss} &= \int_0^\tau dv\int_0^\infty b_\varphi(v, x)\Psi_a(x)dx + \int_0^\tau dv\int_0^\infty h_g(t)dt\int_0^\infty b_\varphi(v, x)\Psi_a(t+x)dx, \\ \bar{N}_{3,loss} &= \int_0^\infty \psi_p(t)H_g^\kappa(t)dt. \end{aligned}$$

С учетом определенных величин, значение стационарного распределения ρ_1 определяется из условия нормировки и равно

$$\rho_1 = [3 + 3\bar{N}_a + 2\bar{N}_{ser} + \bar{N}_{1,loss} + \bar{N}_{2,loss} + \bar{N}_{3,loss}]^{-1}.$$

Стационарные характеристики СО. Фазовое пространство состояний E (2.10) разобьем на непересекающиеся подмножества состояний, соответствующие различным физическим состояниям ОП: $E_0 = \{0x, 0xv, 0xuv\}$ соответствует тому, что ОП находится в состоянии ожидания заявки; $E_1 = \{1v, 1uv, 1yuv\}$ — ОП проводит обслуживание заявки; $E_2 = \{2xv, 2zv0\}$ — осуществляется МАВ ОП; $E_3 = \{3x, 3w0\}$ — проводится ПВ ОП.

Средние времена пребывания в состояниях с учетом (2.11) определяются следующими формулами:

$$\begin{aligned}
 E\theta_1 &= \int_0^\tau \bar{F}(t)\bar{G}(t)\bar{\Phi}(t)dt, & E\theta_{1uv} &= \int_0^{\min\{u, \tau-v\}} \bar{F}(t)\bar{G}(t)dt, \\
 E\theta_{2xv} &= \int_0^x \bar{\Psi}_a(t)dt, & E\theta_{1v} &= \int_0^{\tau-v} \bar{F}(t)\bar{G}(t) \frac{\bar{\Phi}(t+v)}{\bar{\Phi}(v)} dt, \\
 E\theta_{1yuv} &= \int_0^{\min\{y, u, \tau-v\}} \bar{G}(t)dt, & E\theta_{0x} &= E\theta_{0xv} = E\theta_{0xuv} = x, \\
 E\theta_{3x} &= \int_0^x \bar{\Psi}_p(t)dt, & E\theta_{2zv0} &= \int_0^z \bar{G}(t)dt, & E\theta_{3w0} &= \int_0^w \bar{G}(t)dt.
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Преобразования интегралов в искомым характеристиках (1.1) – (1.3) с учетом вида стационарного распределения ВЦМ (2.13) и формул (2.14) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \int_{E_1} m(x)\rho(dx) &= \rho_1 \int_0^\tau \bar{F}(t)\bar{G}(t)\bar{\Phi}(t)dt + \int_0^\tau \rho(1v)dv \int_0^{\tau-v} \bar{F}(t)\bar{G}(t) \frac{\bar{\Phi}(t+v)}{\bar{\Phi}(v)} dt + \\
 &+ \int_0^\tau dv \int_0^{\tau-v} \bar{F}(t)\bar{G}(t)dt \int_t^\infty \rho(1uv)du + \int_0^\tau dv \int_0^{\tau-v} \bar{G}(t)dt \int_t^\infty dy \int_t^\infty \rho(1yuv)du = \rho_1 \tau, \\
 \int_{E_2} m(x)\rho(dx) &= \rho_1 E\sigma_a \Lambda_\varphi(\tau), & \int_{E_3} m(x)\rho(dx) &= \rho_1 E\sigma_p, \\
 \int_{E_0} m(x)\rho(dx) &= \rho_1 E\beta \left[1 + \Lambda_\varphi(\tau) + \Phi(\tau) \int_0^\tau \frac{h_f(x)dx}{\Phi(\tau-x)} + \int_0^\tau \varphi(x)dx \int_0^x \frac{h_f(t)dt}{\Phi(x-t)} + \right. \\
 &+ \Phi(\tau) \int_0^\tau \frac{1}{\Phi(\tau-t)} \left[h_g(t)F(t) + \int_0^t h_f(t-s)h_g(s)F(s)ds \right] dt + \\
 &+ \int_0^\tau \varphi(x)dx \int_0^x \frac{1}{\Phi(x-t)} \left[h_g(t)F(t) + \int_0^t h_f(t-s)h_g(s)F(s)ds \right] dt + \int_0^\tau dv \int_0^\infty b_\varphi(v,t)\Psi_a(t)dt + \\
 &+ \left. \int_0^\tau dv \int_0^\infty h_g(t)dt \int_0^\infty b_\varphi(v,s)\Psi_a(t+s)ds + \int_0^\infty \psi_p(t)H_g^\kappa(t)dt \right] - \rho_1 [\tau + E\sigma_a \Lambda_\varphi(\tau) + E\sigma_p].
 \end{aligned}$$

Финальные вероятности пребывания ОП в свободном состоянии (p_0^*), состоянии обслуживания заявки (p_1^*), АВ (p_2^*), состоянии ПВ (p_3^*) (1.1) и средние стационарные времена $T(E_i)$, $i = 0, 1, 2, 3$, пребывания системы в указанных состояниях (1.2) определяются соответственно формулами:

$$p_0^* = 1 - \frac{\tau + E\sigma_a \bar{N}_a + E\sigma_p}{E\beta \bar{N}}, \quad p_1^* = \frac{\tau}{E\beta \bar{N}}, \quad p_2^* = \frac{E\sigma_a \bar{N}_a}{E\beta \bar{N}}, \quad p_3^* = \frac{E\sigma_p}{E\beta \bar{N}}. \quad (2.15)$$

$$T(E_0) = \frac{E\beta \bar{N} - (\tau + E\sigma_a \bar{N}_a + E\sigma_p)}{1 + \bar{N}_{ser} + \bar{N}_a}, \quad T(E_1) = \frac{\tau}{1 + \bar{N}_{ser} + \bar{N}_a}, \quad (2.16)$$

$$T(E_2) = E\sigma_a, \quad T(E_3) = E\sigma_p.$$

Здесь $\bar{N}_a$ — среднее число АВ; $\bar{N}_{1,loss}$, $\bar{N}_{2,loss}$, $\bar{N}_{3,loss}$ — средние числа потерянных заявок по причине занятости ОП обслуживанием, проведения МАВ и ПВ ОП соответственно.

Средняя удельная прибыль S в единицу календарного времени, средние удельные затраты C в единицу времени обслуживания заявки:

$$S = \frac{C_1 \bar{N}_{ser} - c_a E\sigma_a \bar{N}_a - c_p E\sigma_p}{E\beta \bar{N}}, \quad (2.17)$$

$$C = \frac{c_a E\sigma_a \bar{N}_a + c_p E\sigma_p}{E\beta \bar{N} - (E\sigma_a \bar{N}_a + E\sigma_p)},$$

где C_1 — доход, получаемый за одну полностью обслуженную заявку; c_a — затраты в единицу времени МАВ; c_p — затраты в единицу времени проведения ПВ ОП.

Частные виды СО.

СО М/М/1/0. Пусть входящий в рассмотренную СО поток заявок является простейшим с интенсивностью λ , время обслуживания заявки распределено по показательному закону с параметром μ . СВ — наработка на отказ ОП γ , время АВ σ_a и ПВ σ_p ОП — имеют законы распределения общего вида. При сделанных предположениях с учетом (1.6) получаем $\bar{N}_{ser} = \mu\tau$, $\bar{N}_{1,loss} = \lambda\tau$, $\bar{N}_{2,loss} = \lambda E\sigma_a \Lambda_\varphi(\tau)$ и $\bar{N}_{3,loss} = \lambda E\sigma_p$.

В частности, выражения (2.15) для определения финальных вероятностей пребывания СО в различных состояниях принимают вид:

$$p_0^* = 1 - \frac{\lambda(\tau + E\sigma_a \Lambda_\varphi(\tau) + E\sigma_p)}{1 + (\mu + \lambda)\tau + (1 + \lambda E\sigma_a) \Lambda_\varphi(\tau) + \lambda E\sigma_p}, \quad p_1^* = \frac{\lambda\tau}{1 + (\mu + \lambda)\tau + (1 + \lambda E\sigma_a) \Lambda_\varphi(\tau) + \lambda E\sigma_p},$$

$$p_2^* = \frac{\lambda E\sigma_a \Lambda_\varphi(\tau)}{1 + (\mu + \lambda)\tau + (1 + \lambda E\sigma_a) \Lambda_\varphi(\tau) + \lambda E\sigma_p}, \quad p_3^* = \frac{\lambda E\sigma_p}{1 + (\mu + \lambda)\tau + (1 + \lambda E\sigma_a) \Lambda_\varphi(\tau) + \lambda E\sigma_p}.$$

Средние стационарные времена $T(E_i)$, $i=0, 1, 2, 3$, пребывания системы в состояниях (2.16) определяются формулами:

$$T(E_0) = \frac{1}{\lambda}, \quad T(E_1) = \frac{\tau}{1 + \mu\tau + \Lambda_\varphi(\tau)},$$

$$T(E_2) = E\sigma_a, \quad T(E_3) = E\sigma_p.$$

Стационарные экономические показатели СО (2.17) принимают вид:

$$S = \frac{\lambda(C_1 \mu \tau - c_a E\sigma_a \Lambda_\varphi(\tau) - c_p E\sigma_p)}{1 + (\mu + \lambda)\tau + (1 + \lambda E\sigma_a) \Lambda_\varphi(\tau) + \lambda E\sigma_p}, \quad C = \frac{\lambda(c_p E\sigma_p + c_a E\sigma_a \Lambda_\varphi(\tau))}{1 + (\mu + \lambda)\tau + \Lambda_\varphi(\tau)}.$$

СО $G/G/1/0$ при мгновенных ПВ и МАВ. При мгновенных ПВ и МАВ (на практике это означает, что времена МАВ и ПВ намного меньше наработки ОП на отказ) операционные и экономические характеристики (2.15) – (2.17) определяются выражениями:

$$p_0^* = 1 - \frac{\tau}{E\beta[1 + \bar{N}_{ser} + \bar{N}_a + \bar{N}_{1,loss}]}, \quad p_1^* = \frac{\tau}{E\beta[1 + \bar{N}_{ser} + \bar{N}_a + \bar{N}_{1,loss}]}, \quad p_2^* = p_3^* = 0;$$

$$T(E_0) = \frac{E\beta[1 + \bar{N}_{ser} + \bar{N}_a + \bar{N}_{1,loss}] - \tau}{1 + \bar{N}_{ser} + \bar{N}_a}, \quad T(E_1) = \frac{\tau}{1 + \bar{N}_{ser} + \bar{N}_a}, \quad T(E_2) = T(E_3) = 0.$$

$$S = \frac{C_1 \bar{N}_{ser} - C_a \Lambda_\varphi(\tau) - C_p}{E\beta[1 + \bar{N}_{ser} + \bar{N}_a + \bar{N}_{1,loss}]}, \quad C = \frac{C_a \Lambda_\varphi(\tau) + C_p}{E\beta[1 + \bar{N}_{ser} + \bar{N}_a + \bar{N}_{1,loss}]},$$

СО $M/G/1/0$ при мгновенных ПВ и МАВ. Если входящий поток заявок является простейшим, а СВ — время обслуживания заявок — имеет распределение общего вида, то выражения для средних чисел потерянных заявок $\bar{N}_{1,loss}$, $\bar{N}_{2,loss}$, $\bar{N}_{3,loss}$ такие же, как и для СО $M/M/1/0$. Среднее число обслуженных требований $\bar{N}_{ser}$ между двумя соседними ПВ ОП определяется по формуле

$$\bar{N}_{ser} = \Phi(\tau) \int_0^\tau \frac{h_f(x) dx}{\Phi(\tau - x)} + \int_0^\tau \varphi(x) dx \int_0^x \frac{h_f(t) dt}{\Phi(x - t)}.$$

Тогда, в предположении мгновенных МАВ и ПВ, характеристики СО $M/G/1/0$ принимают вид:

$$p_0^* = 1 - \frac{\lambda \tau}{1 + \lambda \tau + \Lambda_\varphi(\tau) + \Phi(\tau) \int_0^\tau \frac{h_f(x) dx}{\Phi(\tau - x)} + \int_0^\tau \varphi(x) dx \int_0^x \frac{h_f(t) dt}{\Phi(x - t)}},$$

$$p_1^* = \frac{\lambda \tau}{1 + \lambda \tau + \Lambda_\varphi(\tau) + \Phi(\tau) \int_0^\tau \frac{h_f(x) dx}{\Phi(\tau - x)} + \int_0^\tau \varphi(x) dx \int_0^x \frac{h_f(t) dt}{\Phi(x - t)}}, \quad p_2^* = p_3^* = 0;$$

$$T(E_0) = \frac{1}{\lambda}, \quad T(E_1) = \frac{\tau}{1 + \bar{N}_{ser} + \bar{N}_a}, \quad T(E_2) = T(E_3) = 0.$$

$$S = \frac{\lambda \left[C_1 \Phi(\tau) \int_0^\tau \frac{h_f(x) dx}{\Phi(\tau-x)} + c_1 \int_0^\tau \varphi(x) dx \int_0^x \frac{h_f(t) dt}{\Phi(x-t)} - C_a \Lambda_\varphi(\tau) - C_p \right]}{1 + \lambda \tau + \Lambda_\varphi(\tau) + \Phi(\tau) \int_0^\tau \frac{h_f(x) dx}{\Phi(\tau-x)} + \int_0^\tau \varphi(x) dx \int_0^x \frac{h_f(t) dt}{\Phi(x-t)}},$$

$$C = \frac{\lambda [C_a \Lambda_\varphi(\tau) + C_p]}{1 + \lambda \tau + \Lambda_\varphi(\tau) + \Phi(\tau) \int_0^\tau \frac{h_f(x) dx}{\Phi(\tau-x)} + \int_0^\tau \varphi(x) dx \int_0^x \frac{h_f(t) dt}{\Phi(x-t)}}.$$

Результаты подраздела 2.2 изложены в работах диссертанта [5, 6].

2.3 Модель системы обслуживания $GI/G/1/0$ с отсчетом наработки от начала обслуживания заявки.

Постановка задачи. В одноканальную СО поступает рекуррентный поток заявок, который порождается СВ β с ФР $G(t) = P\{\beta \leq t\}$. Длительность обслуживания заявки — СВ α с ФР $F(t) = P\{\alpha \leq t\}$. Если в момент поступления заявки ОП занят обслуживанием, то оно теряется.

Во время обслуживания заявки при достижении ОП наработки, реализуемой как СВ γ с ФР $\Phi(t) = P\{\gamma \leq t\}$, происходит отказ ОП, и сразу начинается его АВ. Длительность АВ — СВ σ_a с ФР $\Psi_a(t) = P\{\sigma_a \leq t\}$. Отсчет наработки ОП на отказ начинается с момента начала обслуживания каждой заявки.

Кроме АВ ОП предполагается проведение его ПВ, как только время обслуживания заявки достигает заданного детерминированного уровня τ . Длительность проведения ПВ — СВ σ_p с ФР $\Psi_p(t) = P\{\sigma_p \leq t\}$. Заявка, обслуживаемая в момент отказа ОП или начала проведения ПВ, теряется также как и все заявки, поступившие во время АВ или ПВ.

Требуется определить стационарные операционные и экономические характеристики (1.1) – (1.3) описанной СО.

ПМ модель СО. ОП рассматриваемой СО может находиться в следующих физических состояниях: 1 — ОП занят обслуживанием заявки; 0 — ОП свободен; 2 — проводится АВ ОП; 3 — осуществляется ПВ ОП. Состояния ППП и АВ: А — ожидание; В — проведение АВ; С — проведение ПВ.

Для описания функционирования СО используем процесс марковского восстановления $\{\xi_n, \theta_n; n \geq 0\}$ и соответствующий ему ПМ процесс $\xi(t)$, дискретно-непрерывное фазовое пространство которого имеет вид:

$$E = \{1, 1xuv, 2x, 2x0, 3x, 3x0, 0x; x > 0, u > 0, 0 < v < \tau\}. \quad (2.18)$$

Расшифруем коды состояний:

1 — прибор начинает обслуживать заявку;

1xuv — поступившая заявка теряется по причине занятости ОП обслуживанием, до конца которого осталось время x ; величина оставшейся наработки ОП до отказа равна u ; время обслуживания заявки — v ;

2x — происходит отказ ОП, и начинается его АВ; до поступления следующей заявки осталось время x ;

2x0 — поступившая заявка теряется по причине проведения АВ ОП; до окончания АВ осталось время x ;

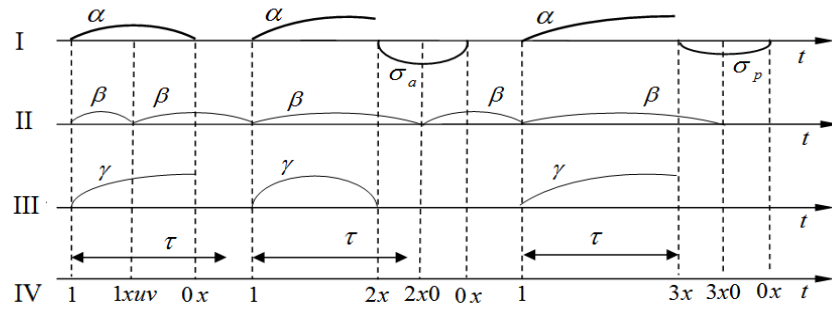
3x — начинается ПВ ОП; до поступления следующей заявки осталось время x ;

3x0 — поступившая заявка теряется по причине проведения ПВ ОП; до окончания ПВ осталось время x ;

0x — ОП освободился (окончил обслуживание заявки, либо завершилось его АВ или ПВ); до поступления следующей заявки осталось время x ;

Временная диаграмма функционирования СО изображена на рисунке 2.5. Времена пребывания СО в соответствующих состояниях определяются формулами

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \min \{\alpha, \beta, \gamma, \tau\}, \quad \theta_{1xuv} = \min \{\beta, x, u, \tau - v\}, \quad \theta_{0x} = x, \\ \theta_{2x0} &= \theta_{3x0} = \min \{\beta, x\}, \quad \theta_{3x} = \min \{\sigma_p, x\}, \quad \theta_{2x} = \min \{\sigma_a, x\}. \end{aligned} \quad (2.19)$$



I — процесс обслуживания заявок; II — входящий поток заявок;

III — наработка ОП на отказ; IV — наработка ОП после ПВ.

Рисунок 2.5 – Временная диаграмма функционирования СО

Опишем случайные события переходов. События переходов из состояния 1 иллюстрируются на рисунке 2.6 и определяются выражениями:

$$\begin{aligned} \{1 \rightarrow 1, \alpha - \beta, \gamma - \beta, \beta\} &= \{\beta < \min\{\alpha, \gamma, \tau\}\}, \{1 \rightarrow 0, \beta - \alpha\} = \{\alpha < \min\{\beta, \gamma, \tau\}\}, \\ \{1 \rightarrow 2, \beta - \gamma\} &= \{\gamma < \min\{\alpha, \beta, \tau\}\}, \{1 \rightarrow 3, \beta - \tau\} = \{\tau < \min\{\alpha, \beta, \gamma\}\}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Из соотношений (2.20) определяем плотности вероятностей переходов ВЦМ $\{\xi_n; n \geq 0\}$ из состояния 1:

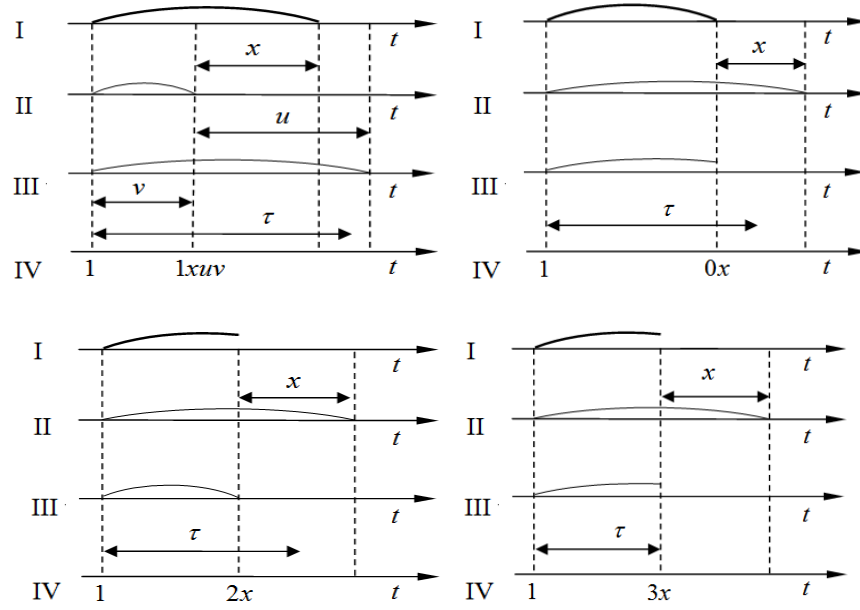
$$\begin{aligned} p_1^{1dx dudv} &= P\{\alpha - \beta \in dx, \gamma - \beta \in du, \beta \in dv\} = \\ &= f(v+x)g(v)\varphi(v+u)dx dudv, \quad x > 0, u > 0, 0 < v < \tau; \\ p_1^{0dx} &= P\{\beta - \alpha \in dx, \gamma > \alpha, \alpha < \tau\} = \int_0^\tau f(v)g(v+x)\bar{\Phi}(v)dv dx, \quad x > 0; \\ p_1^{2dx} &= P\{\beta - \gamma \in dx, \alpha > \gamma, \gamma < \tau\} = \int_0^\tau \varphi(v)g(v+x)F(v)dv dx, \quad x > 0; \\ p_1^{3dx} &= P\{\beta - \tau \in dx, \alpha > \tau, \gamma > \tau\} = g(\tau+x)F(\tau)\bar{\Phi}(\tau)dx, \quad x > 0. \end{aligned}$$

Выражения для остальных плотностей вероятностей переходов ВЦМ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \text{если } x < \min\{u, \tau - v\}, \text{ то } p_{1xuv}^{1dx', u-x+dx', v+x-dx'} &= g(x-x')dx', \quad 0 < x' < x, \\ p_{1xuv}^{0dx'} &= g(x+x')dx', \quad x' > 0; \\ \text{если } u < \min\{x, \tau - v\}, \text{ то } p_{1xuv}^{1, x-u+du', du', v+u-du'} &= g(u-u')du', \quad 0 < u' < u, \\ p_{1xuv}^{2dx'} &= g(u+x')dx', \quad x' > 0; \\ \text{если } \tau - v < \min\{x, u\}, \text{ то } p_{1xuv}^{1, x-dv', u-dv', v+dv'} &= g(v')dv', \quad 0 < v' < \tau - v, \\ p_{1xuv}^{3dx'} &= g(x'+\tau-v)dx', \quad x' > 0; \\ p_{2x}^{2dx'0} &= \psi_a(x+x')dx', \quad x' > 0, \quad p_{2x}^{0dx'} = \psi_a(x-x')dx', \quad 0 < x' < x; \\ p_{2x0}^{2dx'0} &= g(x-x')dx', \quad 0 < x' < x, \quad p_{2x0}^{0dx'} = g(x+x')dx', \quad x' > 0; \\ p_{3x}^{3dx'0} &= \psi_p(x+x')dx', \quad x' > 0, \quad p_{3x}^{0dx'} = \psi_p(x-x')dx', \quad 0 < x' < x; \\ p_{3x0}^{3dx'0} &= g(x-x')dx', \quad 0 < x' < x, \quad p_{3x0}^{0dx'} = g(x+x')dx', \quad x' > 0; \quad P_{0x}^1 = 1. \end{aligned}$$

Здесь введены обозначения:

$$\bar{\Phi}(t) = 1 - \Phi(t); \quad \bar{F}(t) = 1 - F(t).$$



I — процесс обслуживания заявок; II — входящий поток заявок;
 III — наработка ОП на отказ; IV — наработка ОП после ПВ.

Рисунок 2.6 – События переходов из состояния 1

Нахождение стационарного распределения ВЦМ. Пусть ρ_1 — значение стационарного распределения для состояния 1; $\rho(1xuv)$, $\rho(0x)$, $\rho(2x)$, $\rho(2x0)$, $\rho(3x)$ и $\rho(3x0)$ — плотности стационарного распределения ВЦМ для состояний $1xuv$, $0x$, $2x$, $2x0$, $3x$ и $3x0$ соответственно.

Система уравнений для стационарного распределения ВЦМ имеет вид

$$\begin{aligned}
 \rho(1xuv) &= \int_0^v g(t) \rho(1, t+x, t+u, v-t) dt + \rho_1 f(v+x) g(v) \varphi(v+u), \\
 \rho(2x) &= \int_0^\tau g(t+x) dt \int_t^\tau dv \int_t^\infty \rho(1st, \tau-v) ds + \rho_1 \int_0^\tau g(u+x) \bar{F}(u) \varphi(u) du, \\
 \rho(3x) &= \int_0^\tau g(t+x) dt \int_t^\infty ds \int_t^\infty \rho(1su, \tau-t) du + \rho_1 \bar{F}(\tau) \bar{\Phi}(\tau) g(\tau+x), \\
 \rho(2x0) &= \int_0^\infty g(t) \rho(2, t+x, 0) dt + \int_0^\infty \psi_a(t+x) \rho(2t) dt, \\
 \rho(3x0) &= \int_0^\infty g(t) \rho(3, x+t, 0) dt + \int_0^\infty \psi_p(t+x) \rho(3t) dt, \\
 \rho(0x) &= \int_0^\tau g(t+x) dt \int_t^\tau dv \int_t^\infty \rho(1tu, \tau-v) du + \int_0^\infty \psi_a(t) \rho(2, x+t) dt + \\
 &+ \int_0^\infty \psi_p(t) \rho(3, x+t) dt + \int_0^\infty g(t+x) [\rho(2t0) + \rho(3t0)] dt + \rho_1 \int_0^\tau f(v) g(v+x) \bar{\Phi}(u) dv,
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

$$\rho_1 = \int_0^{\infty} \rho(0x) dx.$$

Подстановкой $\rho(1xuv) = \rho_1 f(v+x)\varphi(v+u)\rho(v)$ первое уравнение системы (2.20) сводится к уравнению восстановления (1.14):

$$\rho(v) = \int_0^v g(t)\rho(v-t)dt + g(v). \quad (2.22)$$

Решением уравнения (2.22) является плотность (1.12) $h_g(x)$ функции восстановления $H_g(x)$ (1.4), порожденной СВ β . Поэтому

$$\rho(1xuv) = \rho_1 f(v+x)\varphi(v+u)h_g(v). \quad (2.23)$$

Подстановкой выражения (2.23) в остальные уравнения системы (2.21) получим выражения для всех плотностей стационарного распределения:

$$\begin{aligned} \rho(1xuv) &= \rho_1 h_g(v) f(v+x)\varphi(u+v); \\ \rho(2x) &= \rho_1 \int_0^{\tau} \bar{F}(t)\varphi(t)v_g(t, x)dt; \\ \rho(3x) &= \rho_1 \bar{F}(\tau)\bar{\Phi}(\tau)v_g(\tau, x); \\ \rho(2x0) &= \rho_1 \int_0^{\tau} \bar{F}(s)\varphi(s)ds \int_0^{\infty} \psi_a(x+y)h_g(s+y)dy; \\ \rho(3x0) &= \rho_1 \bar{F}(\tau)\bar{\Phi}(\tau) \int_0^{\infty} \psi_p(x+y)h_g(\tau+y)dy; \\ \rho(0x) &= \rho_1 \int_0^{\tau} \bar{\Phi}(t)f(t)v_g(t, x)dt + \rho_1 \bar{F}(t)\bar{\Phi}(t) \int_0^{\infty} \psi_p(s)v_g(\tau+s, x)ds + \\ &\quad + \rho_1 \int_0^{\tau} \bar{F}(s)\varphi(s)ds \int_0^{\infty} \psi_a(t)v_g(s+t, x)dt; \end{aligned} \quad (2.24)$$

Постоянная ρ_1 определяется из условия нормировки:

$$\rho_1 = \left[2 + \int_0^{\tau} \bar{\Phi}(t)f(t)H_g(t)dt + \int_0^{\tau} \bar{F}(s)\varphi(s)ds \int_0^{\infty} \psi_a(t)\tilde{H}_g(s+t)dt + \bar{F}(\tau)\bar{\Phi}(\tau) \int_0^{\infty} \psi_p(t)\tilde{H}_g(\tau+t)dt \right]^{-1}.$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\bar{F}(t) = 1 - F(t); \quad \bar{\Phi}(t) = 1 - \Phi(t); \quad \tilde{H}_g(t) = 1 + H_g(t);$$

$v_g(t, x)$ — плотность распределения прямого остаточного времени процесса восстановления (1.15), порожденного СВ β :

$$v_g(t, x) = g(t+x) + \int_0^t h_g(t-s)g(s+x)ds.$$

Среднее число поступающих заявок за период регенерации.

Отметим, что процесс $\xi(t)$, описывающий функционирование СО, является регенерирующим. Моментами регенерации являются моменты начала обслуживания ОП заявки, т.е. моменты попадания СО в состояние 1. Период регенерации состоит либо из времени полного обслуживания заявки и пребывания ОП в свободном состоянии, либо времени прерванного обслуживания, АВ или ПВ ОП и ожидания после этой заявки. При этом доказано, что

$$- \bar{N}_1(\tau) = \int_0^{\tau} f(t) \bar{\Phi}(t) \tilde{H}_g(t) dt \text{ — среднее число заявок, поступивших за период регенерации}$$

при условии, что заявка полностью обслужена;

$$- \bar{N}_2(\tau) = \int_0^{\tau} \bar{F}(s) \varphi(s) ds \int_0^{\infty} \psi_a(t) \tilde{H}_g(t+s) dt \text{ — среднее число поступивших заявок за период}$$

регенерации при условии, что произошел аварийный отказ ОП;

$$- \bar{N}_3(\tau) = \bar{F}(\tau) \bar{\Phi}(\tau) \int_0^{\infty} \psi_p(s) \tilde{H}_g(\tau+s) ds \text{ — среднее число заявок, поступивших за период}$$

регенерации при условии проведения ПВ ОП.

Стационарные характеристики системы.

Разобьем фазовое пространство состояний E (2.18) на непересекающиеся подмножества состояний, соответствующие различным физическим состояниям ОП: $E_0 = \{0x\}$ — ОП находится в состоянии ожидания заявки; $E_1 = \{1, 1xuv\}$ — ОП проводит обслуживание заявки; $E_2 = \{2x, 2x0\}$ — проводится АВ ОП; $E_3 = \{3x, 3x0\}$ — проводится ПВ ОП.

С учетом (2.19) средние времена пребывания в состояниях определяются следующими формулами:

$$E\theta_{0x} = x, \quad E\theta_1 = \int_0^{\tau} \bar{F}(t) \bar{G}(t) \bar{\Phi}(t) dt, \quad E\theta_{1xuv} = \int_0^{\min\{x, u, \tau-v\}} \bar{G}(t) dt, \quad (2.25)$$

$$E\theta_{2x} = \int_0^x \bar{\Psi}_a(t) dt, \quad E\theta_{3x} = \int_0^x \bar{\Psi}_p(t) dt, \quad E\theta_{2x0} = E\theta_{3x0} = \int_0^x \bar{G}(t) dt.$$

В результате преобразований выражений из формул (1.1) – (1.3) с учетом стационарного распределения ВЦМ (2.24) и средних времен (2.25) пребывания СО в состояниях получаем такие стационарные характеристики.

Финальная вероятность пребывания ОП в свободном состоянии (p_0^*), в состоянии обслуживания заявки (p_1^*), в состоянии АВ (p_2^*), в состоянии ПВ (p_3^*) (1.1) определяются по следующим формулам:

$$p_0^* = 1 - \frac{E(\min\{\alpha, \gamma, \tau\}) + P(\min\{\alpha, \gamma\} > \tau)E\sigma_p + P(\gamma < \min\{\alpha, \tau\})E\sigma_a}{E\beta[\bar{N}_1(\tau) + \bar{N}_2(\tau) + \bar{N}_3(\tau)]},$$

$$p_1^* = \frac{E(\min\{\alpha, \gamma, \tau\})}{E\beta[\bar{N}_1(\tau) + \bar{N}_2(\tau) + \bar{N}_3(\tau)]}, \quad p_2^* = \frac{P(\gamma < \min\{\alpha, \tau\})E\sigma_a}{E\beta[\bar{N}_1(\tau) + \bar{N}_2(\tau) + \bar{N}_3(\tau)]},$$

$$p_3^* = \frac{P(\min\{\alpha, \gamma\} > \tau)E\sigma_p}{E\beta[\bar{N}_1(\tau) + \bar{N}_2(\tau) + \bar{N}_3(\tau)]}.$$

Средние стационарные времена $T(E_i)$, $i = \overline{0, 3}$, пребывания системы в состояниях E_i , $i = \overline{0, 3}$, (1.2) определяются соответственно выражениями:

$$T(E_0) = E\beta[\bar{N}_1(\tau) + \bar{N}_2(\tau) + \bar{N}_3(\tau)] -$$

$$- [E(\min\{\alpha, \gamma, \tau\}) + P(\min\{\alpha, \gamma\} > \tau)E\sigma_p + P(\gamma < \min\{\alpha, \tau\})E\sigma_a],$$

$$T(E_1) = E(\min\{\alpha, \gamma, \tau\}); \quad T(E_2) = E\sigma_a, \quad T(E_3) = E\sigma_p.$$

Найдем стационарные экономические показатели функционирования СО: S — среднюю удельную прибыль в единицу календарного времени и C — средние удельные затраты в единицу времени обслуживания требования. Для их определения воспользуемся формулами характеристик эффективности для регенерирующего процесса [65], которые для рассматриваемой модели принимают вид:

$$S(\tau) = \frac{c_1 E\alpha P(\alpha < \min\{\gamma, \tau\}) - c_a E\sigma_a P(\gamma < \min\{\alpha, \tau\}) - c_p E\sigma_p P(\min\{\alpha, \gamma\} > \tau)}{E\beta[\bar{N}_1(\tau) + \bar{N}_2(\tau) + \bar{N}_3(\tau)]},$$

$$C(\tau) = \frac{c_a E\sigma_a P(\gamma < \min\{\alpha, \tau\}) + c_p E\sigma_p P(\min\{\alpha, \gamma\} > \tau)}{E(\min\{\alpha, \gamma, \tau\})},$$

где c_1 — доход, получаемый в единицу времени обслуживания заявки; c_a — затраты в единицу времени АВ ОП; c_p — затраты в единицу времени ПВ ОП;

$$E(\min\{\alpha, \gamma, \tau\}) = \int_0^\tau F(t) \Phi(t) dt; \quad P(\min\{\alpha, \gamma\} > \tau) = F(\tau) \Phi(\tau); \quad P(\gamma < \min\{\alpha, \tau\}) = \int_0^\tau F(t) \varphi(t) dt;$$

$$P(\alpha < \min\{\gamma, \tau\}) = \int_0^\tau f(t) \Phi(t) dt$$

Результаты подраздела 2.3 изложены в работе соискателя [7].

2.4. Модель системы обслуживания $GI/G/1/0$ с проведением профилактического восстановления после обслуживания заявки.

Постановка задачи. Рассмотрим одноканальную СО $GI/G/1/0$, в которую заявки поступают через СВ β с ФР $G(t) = P\{\beta \leq t\}$. Длительность обслуживания заявки α имеет ФР $F(t) = P\{\alpha \leq t\}$. Во время обслуживания заявки может произойти отказ ОП, после чего сразу начинается его АВ. Предполагается, что отказ ОП происходит при достижении ОП наработки, которая является СВ γ с ФР $\Phi(t) = P\{\gamma \leq t\}$. Нарботкой ОП на отказ считается суммарное время, затраченное ОП на обслуживание заявок (без учета времени пребывания ОП в состоянии ожидания заявки). Отсчет наработки на отказ начинается с момента начала обслуживания первой заявки после окончания АВ ОП. Длительность АВ — СВ σ_a с ФР $\Psi_a(t) = P\{\sigma_a \leq t\}$. Заявка, во время обслуживания которой произошел отказ ОП, на дообслуживание не возвращается. Проведение ПВ ОП начинается сразу же после завершения обслуживания заявки, во время обслуживания которой суммарное время безотказной работы ОП после проведения последнего АВ или ПВ достигло заранее заданного уровня τ . Таким образом, отсчет наработки ОП как на отказ, так и на его ПВ начинается в момент начала обслуживания первой заявки после его АВ или ПВ. Считается, что после проведения АВ или ПВ надежность ОП полностью восстанавливается. Длительность проведения ПВ — СВ σ_p с ФР $\Psi_p(t) = P\{\sigma_p \leq t\}$.

Требуется определить стационарные операционные и экономические характеристики (1.1) – (1.3) описанной СО.

ПМ модель системы. Для описания функционирования СО определим дискретно-непрерывное фазовое пространство состояний в виде

$$E = \{1, 1v, 2x, 3x, 0x, 0xv; x > 0, 0 < v < \tau\}. \quad (2.26)$$

Дискретные составляющие состояний описывают физические состояния ОП: 0 — ОП свободен; 1 — ОП занят обслуживанием заявки; 2 — проводится АВ ОП; 3 — осуществляется ПВ ОП. Добавленные к кодам физических состояний непрерывные координаты обеспечивают марковское свойство фазовых состояний в моменты их изменений.

Состояния ППП АВ: А — ожидание; В — проведение АВ; С — проведение ПВ.

Возможные состояния СО имеют следующий содержательный смысл:

1 — начинает обслуживаться первая заявка, поступившая после завершения АВ или ПВ ОП;

1v — начинает обслуживаться поступившая в систему заявка; величина суммарной наработки ОП равна v ;

2х — происходит отказ ОП и начинается его АВ; до поступления следующей заявки осталось время x ;

3х — начинается ПВ ОП, до поступления в систему следующей заявки осталось время x ;

0х — АВ или ПВ ОП закончены; до поступления следующей заявки осталось время x ;

0хv — окончено обслуживание заявки; до поступления следующей заявки осталось время x ; суммарная наработка ОП равна v .

Функционирование СО опишем посредством процесса марковского восстановления $\zeta_n = \{\xi_n, \theta_n, n \geq 0\}$ и соответствующего ему ПМ процесса.

Представление о характере переходов процесса марковского восстановления ζ_n дают граф переходов (рисунок 2.7) и временная диаграмма функционирования СО (рисунок 2.8).

Времена пребывания процесса марковского восстановления в состояниях определяются стохастическими соотношениями:

$$\theta_1 = \min \{\alpha, \gamma\}, \quad \theta_{0x} = \theta_{0xv} = x, \quad \theta_{1v} = \min \{\alpha, \gamma^v\}, \quad \theta_{2x} = \sigma_a, \quad \theta_{3x} = \sigma_p. \quad (2.27)$$

Здесь γ^v — остаточная наработка прибора, проработавшего без отказа время v , с ФР $P\{\gamma^v \leq t\} = \frac{\Phi(t+v) - \Phi(t)}{\bar{\Phi}(v)}$, где $\bar{\Phi}(v) = 1 - \Phi(v)$.

Опишем случайные события и вероятности переходов из состояний системы с учетом содержательного смысла ПМ состояний. Рассмотрим состояние $1v$, переходы из которого иллюстрируются на рисунке 2.9.

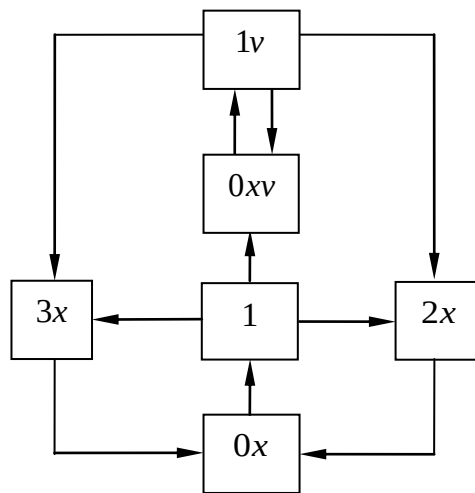
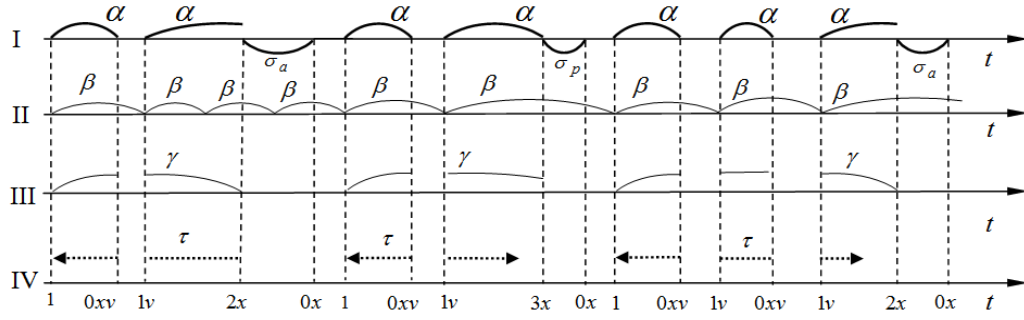


Рисунок 2.7 – Граф переходов ВЦМ



I — обслуживание заявок, II — входящий поток заявок, III — наработка ОП на отказ, IV — наработка ОП после ПВ.

Рисунок 2.8 – Временная диаграмма функционирования СО

В состояние $0xv'$ СО перейдет в том случае, если за время обслуживания заявки не произойдет отказ ОП и величина наработки не достигнет величины τ , при этом в момент окончания обслуживания заявки время до поступления в систему очередной заявки равно x , т.е.

$$\{1v \rightarrow 0xv'\} = \left\{ \alpha < \gamma^v, \alpha < \tau - v, \alpha + v \in dv', \beta_\alpha \in dx \right\}.$$

Случайная величина β_α — время, отсчитываемое от момента, который является реализацией случайной величины α , т.е. $\alpha \in du$, до ближайшего момента поступления заявки.

Поэтому плотность вероятности $p_{1v}^{0xv'}$ перехода из состояния $1v$ в состояние $0xv'$ определяется выражением

$$p_{1v}^{0xv'} = f(v' - v)v_g(v' - v, x) \frac{\bar{\Phi}(v')}{\bar{\Phi}(v)} dx dv', \quad v < v' < \tau, \quad x > 0. \quad (2.28)$$

Здесь введены обозначения:

$$v_g(u, x) = g(u + x) + \int_0^u h_g(u - s)g(s + x)ds \quad \text{— плотность распределения прямого остаточного}$$

времени β_u (1.15) после момента u для процесса восстановления, который порождается СВ β ,

$h_g(u)$ — плотность (1.12) функции восстановления $H_g(u) = \sum_{n=1}^{\infty} G^{*(n)}(u)$ (1.4) этого процесса.

Из состояния $1v$ переход в состояние $3x$ происходит в момент окончания обслуживания заявки, во время обслуживания которой наработка ОП достигла уровня τ ; при этом время до поступления в систему очередной заявки равно x , т.е.

$$\{1v \rightarrow 3x\} = \left\{ \alpha < \gamma^v, \alpha > \tau - v, \beta_\alpha \in dx \right\}.$$

Тогда

$$p_{1v}^{3x} = \int_{\tau-v}^{\infty} f(s)v_g(s, x) \frac{\bar{\Phi}(s+v)}{\bar{\Phi}(v)} ds, \quad x > 0. \quad (2.29)$$

Переход из состояния $1v$ в состояние $2x$ происходит в том случае, когда остаточная наработка ОП меньше времени обслуживания заявки и в момент отказа прибора время до поступления в систему очередной заявки равно x , т.е.

$$\{1v \rightarrow 2x\} = \left\{ \alpha > \gamma^v, \beta_{\gamma^v} \in dx \right\}.$$

Плотность вероятности такого перехода равна

$$p_{1v}^{2x} = \int_0^\infty \frac{\varphi(s+v)}{\Phi(v)} \bar{F}(s) v_g(s, x) ds, \quad x > 0, \quad (2.30)$$

где $\bar{F}(s) = 1 - F(s)$.

Аналогично определяются вероятности и плотности вероятностей переходов из других состояний:

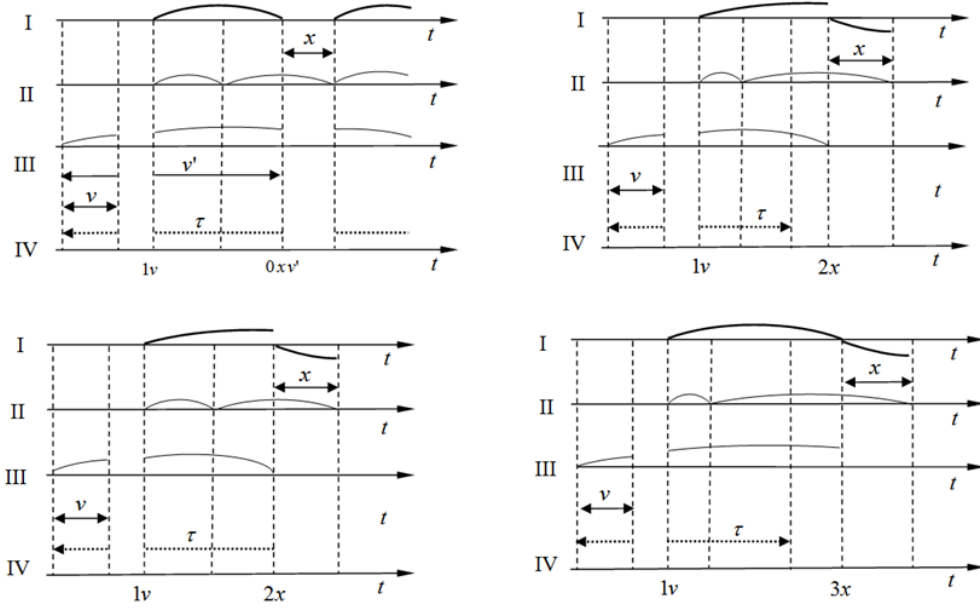
$$\begin{aligned} p_1^{0xv} &= f(v) \bar{\Phi}(v) v_g(v, x) dx dv, \quad x > 0, \quad 0 < v < \tau; \quad p_{0xv}^{1v} = p_{0x}^1 = 1; \\ p_1^{3x} &= \int_\tau^\infty f(s) \bar{\Phi}(s) v_g(s, x) ds, \quad x > 0; \quad p_1^{2x} = \int_0^\infty \varphi(s) \bar{F}(s) v_g(s, x) ds, \quad x > 0; \\ p_{3x}^{0y} &= \psi_p(x-y) + \int_x^\infty \psi_p(t) v_g(t-x, y) dt, \quad 0 < y < x; \quad p_{3x}^{0y} = \int_x^\infty \psi_p(t) v_g(t-x, y) dt, \quad y > x; \\ p_{2x}^{0y} &= \psi_a(x-y) + \int_x^\infty \psi_a(t) v_g(t-x, y) dt, \quad 0 < y < x; \quad p_{2x}^{0y} = \int_x^\infty \psi_a(t) v_g(t-x, y) dt, \quad y > x. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Нахождение стационарного распределения ВЦМ. Обозначим через ρ_1 значение стационарного распределения для состояний 1, а $\rho(1v)$, $\rho(0xv)$, $\rho(0x)$, $\rho(2x)$ и $\rho(3x)$ — плотности стационарного распределения ВЦМ для состояний $1v$, $0xv$, $0x$, $2x$ и $3x$ соответственно.

С учетом (2.28) – (2.31) система уравнений для стационарного распределения имеет вид:

$$\begin{aligned} \rho(0xv) &= \int_0^v f(t) v_g(t, x) \frac{\bar{\Phi}(v)}{\bar{\Phi}(v-t)} \rho(1, v-t) dt + \rho_1 f(v) v_g(v, x) \bar{\Phi}(v), \\ \rho(1v) &= \int_0^\infty \rho(0xv) dx, \\ \rho(2x) &= \int_0^\tau \rho(1v) dv \int_0^\infty \frac{\varphi(s+v)}{\Phi(v)} \bar{F}(s) v_g(s, x) ds + \rho_1 \int_0^\infty \bar{F}(s) v_g(s, x) \varphi(s) ds, \\ \rho(3x) &= \int_0^\tau \rho(1v) dv \int_{\tau-v}^\infty f(s) v_g(s, x) \frac{\bar{\Phi}(s+v)}{\bar{\Phi}(v)} ds + \rho_1 \int_\tau^\infty f(s) \bar{\Phi}(s) v_g(s, x) ds, \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned}\rho(0x) &= \int_0^\infty \psi_p(t) \rho(3, t+x) dt + \int_0^\infty \psi_p(t) dt \int_0^t v_g(t-s, x) \rho(3s) ds + \\ &+ \int_0^\infty \psi_a(t) \rho(2, t+x) dt + \int_0^\infty \psi_a(t) dt \int_0^t v_g(t-s, x) \rho(2s) ds, \\ \rho_1 &= \int_0^\infty \rho(0x) dx.\end{aligned}$$



I — обслуживание заявок, II — входящий поток заявок, III — наработка на отказ ОП, IV — наработка после проведения ПВ ОП.

Рисунок 2.9 – Вероятности переходов ВЦМ из состояния $1v$

Исключение из первых двух уравнений системы (2.32) плотности $\rho(0xv)$ приводит к уравнению восстановления (1.14) для функции $\rho(1v)/\bar{\Phi}(v)$:

$$\frac{\rho(1v)}{\bar{\Phi}(v)} = \int_0^v f(v-t) \frac{\rho(1t)}{\bar{\Phi}(t)} dt + \rho_1 f(v).$$

Решением этого уравнения является функция

$$\frac{\rho(1v)}{\bar{\Phi}(v)} = \rho_1 h_f(v), \quad (2.33)$$

где $h_f(v)$ — плотность (1.12) функции восстановления $H_f(v)$ (1.4), порожденной случайным временем α обслуживания заявки. Используя найденную плотность (2.33), можно получить выражения для остальных стационарных плотностей:

$$\rho(0xv) = \rho_1 \bar{\Phi}(v) \left[f(v) v_g(v, x) + \int_0^v h_f(v-s) f(s) v_g(s, x) ds \right],$$

$$\begin{aligned}
\rho(3x) &= \rho_1 \int_{\tau}^{\infty} f(s) \Phi(s) v_g(s, x) ds + \rho_1 \int_{\tau}^{\infty} \Phi(s) ds \int_0^{\tau} h_f(v) f(s-v) v_g(s-v, x) dv, \\
\rho(2x) &= \rho_1 \int_0^{\infty} \varphi(s) \bar{F}(s) v_g(s, x) ds + \rho_1 \int_0^{\infty} \bar{F}(s) v_g(s, x) ds \int_0^{\tau} h_f(v) \varphi(s+v) dv, \\
\rho(0x) &= \rho_1 \int_0^{\infty} \psi_a(t) dt \left[\int_0^{\infty} \varphi(s) \bar{F}(s) v_g(s+t, x) ds + \int_0^{\infty} \bar{F}(u) v_g(u+t, x) du \int_0^{\tau} h_f(v) \varphi(u+v) dv \right] + \\
&+ \rho_1 \int_0^{\infty} \psi_p(t) dt \left[\int_{\tau}^{\infty} f(s) \Phi(s) v_g(s+t, x) ds + \int_{\tau}^{\infty} \Phi(s) ds \int_0^{\tau} h_f(v) f(s-v) v_g(s-v+t, x) dv \right].
\end{aligned} \tag{2.34}$$

Значение стационарного распределения ρ_1 определяется из условия нормировки и равно

$$\rho_1 = [3 + 2 \int_0^{\tau} h_f(s) \Phi(s) ds]^{-1}.$$

Среднее число заявок, поступающих за период регенерации.

Моментами регенерации ПМ процесса $\xi(t)$ являются моменты поступления первых заявок после завершения АВ или ПВ ОП, т.е. моменты попадания СО в состояние 1. Вычислим среднее значение времени цикла регенерации и средние времена пребывания СО в различных физических состояниях за цикл регенерации.

Среднее значение времени цикла регенерации равно $E\beta\bar{N}$, где N — число заявок, поступающих за цикл. Это число складывается из следующих СВ: $N = N_{ser} + N_{1,loss} + N_{2,loss}$. Здесь N_{ser} — число полностью обслуженных заявок; $N_{1,loss}$ — число потерянных заявок по причине занятости ОП обслуживанием (за исключением последней заявки перед ПВ); $N_{2,loss}$ — число заявок, потерянных по причине АВ или ПВ ОП, а также за время прерванного обслуживания перед отказом и обслуживания последней заявки перед ПВ соответственно.

Можно доказать, что средние значения этих величин определяются с помощью следующих выражений:

$$\begin{aligned}
\bar{N}_{ser} &= \int_0^{\tau} h_f(x) \Phi(x) dx + r(\tau), \\
\bar{N}_{1,loss} &= \int_0^{\tau} f(t) \Phi(t) H_g(t) dt + \int_0^{\tau} \Phi(s) ds \int_0^s f(t) h_f(s-t) H_g(t) dt; \\
\bar{N}_{2,loss} &= 1 - r(\tau) + \int_0^{\infty} \psi_a(t) \left[\int_0^{\infty} \varphi(s) \bar{F}(s) H_g(s+t) ds + \int_0^{\tau} h_f(v) dv \int_0^{\infty} \bar{F}(s) \varphi(s+v) H_g(s+t) ds \right] dt + \\
&+ \int_0^{\infty} \psi_p(t) \left[\int_{\tau}^{\infty} f(s) \Phi(s) H_g(s+t) ds + \int_{\tau}^{\infty} \Phi(s) ds \int_0^{\tau} h_f(v) f(s-v) H_g(s-v+t) dv \right] dt.
\end{aligned}$$

Здесь $H_g(t)$ — функция восстановления (1.4) процесса восстановления, порожденная СВ β ;

$r(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} h_f(v) dv \int_0^{\infty} \varphi(u+v) \bar{F}(u) du$ — вероятность ТО на периоде регенерации;

Выражения для определения $\bar{N}_{ser}$ и $\bar{N}_{1,loss}$ устанавливаются так же как и для аналогичных характеристик в [48]. При выводе формулы для $\bar{N}_{2,loss}$ следует учесть, что $b(y)$ — плотность распределения времени между моментом последней принятой к обслуживанию заявки на периоде регенерации и моментом АВ или ПВ ОП, определяется выражением

$$b(y) = \int_0^{\max(y-\tau, 0)} f(y-t) \bar{\Phi}(y-t) \psi_p(t) dt + \int_{\max(\tau-y, 0)}^{\tau} h_f(v) dv \int_0^{y+v-\tau} \bar{\Phi}(y+v-t) f(y-t) \psi_p(t) dt + \\ + \int_0^y \bar{F}(y-t) \varphi(y-t) \psi_a(t) dt + \int_0^{\tau} h_f(v) dv \int_0^y \bar{F}(y-t) \varphi(y+v-t) \psi_a(t) dt.$$

Плотность $a(x)$ распределения времени занятости ОП обслуживанием заявок на периоде регенерации имеет вид

$$a(x) = \begin{cases} \varphi(x), & 0 < x < \tau, \\ \varphi(x) \bar{F}(x) + \varphi(x) \int_0^{\tau} \bar{F}(x-s) h_f(s) ds + \bar{\Phi}(x) v_f(\tau, x-\tau), & x > \tau, \end{cases}$$

поэтому среднее время занятости ОП обслуживанием равно

$$\int_0^{\infty} x a(x) dx = E\gamma - \int_{\tau}^{\infty} h_f(v) dv \int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{\Phi}(v+t) dt.$$

Нахождение стационарных характеристик системы. Разобьем фазовое пространство состояний E (2.26) на непересекающиеся подмножества состояний, соответствующие различным физическим состояниям ОП: $E_0 = \{0x, 0xv\}$ — работоспособный ОП в состоянии ожидания заявки; $E_1 = \{1, 1v\}$ — прибор обслуживает заявку; $E_2 = \{2x\}$ — проводится АВ прибора; $E_3 = \{3x\}$ — проводится ТО прибора.

Для нахождения стационарных операционных и экономических характеристик преобразуем интегралы в формулах (1.1) – (1.3) с учетом найденного стационарного распределения ВЦМ (2.34) и средних времен пребывания в состояниях (2.35) которые в соответствии с (2.27) определяются следующими выражениями:

$$E\theta_1 = \int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{\Phi}(t) dt, \quad E\theta_{1v} = \int_0^{\infty} \bar{F}(t) \frac{\bar{\Phi}(t+v)}{\bar{\Phi}(v)} dt, \\ E\theta_{0x} = E\theta_{0xv} = x, \quad E\theta_{3x} = E\sigma_p, \quad E\theta_{2x} = E\sigma_a. \quad (2.35)$$

Также учтём, что математическое ожидание остаточного времени процесса восстановления β_t , порожденного СВ β , равно $E\beta_t = E\beta \tilde{H}_g(t) - t$ (1.16), где $\tilde{H}_g(t) = 1 + H_g(t)$. В результате преобразований получаем

$$\begin{aligned}
 \int_{E_1} m(x) \rho(dx) &= \rho_1 \int_0^\infty \bar{F}(t) \bar{\Phi}(t) dt + \rho_1 \int_0^\tau h_f(v) dv \int_0^\infty \varphi(u+v) du \int_0^u \bar{F}(t) dt = \\
 &= \rho_1 E\gamma - \rho_1 \int_\tau^\infty h_f(v) dv \int_0^\infty \bar{F}(t) \bar{\Phi}(v+t) dt ; \\
 \int_{E_2} m(x) \rho(dx) &= E\sigma_a \int_0^\infty \rho(2x) dx = \rho_1 E\sigma_a [1 - r(\tau)], \\
 \int_{E_3} m(x) \rho(dx) &= E\sigma_p \int_0^\infty \rho(3x) dx = \rho_1 E\sigma_p r(\tau); \\
 \int_{E_0} m(x) \rho(dx) &= \int_0^\tau dv \int_0^\infty du \int_0^\infty x \rho(0xuv) dx + \int_0^\infty x \rho(0x) dx = \\
 &= \rho_1 E\beta + \rho_1 E\beta \int_0^\tau f(s) \bar{\Phi}(s) \tilde{H}_g(s) ds + \rho_1 E\beta \int_0^\tau \bar{\Phi}(s) ds \int_0^s h_f(s-t) f(t) \tilde{H}_g(t) dt + \\
 &+ \rho_1 E\beta \int_0^\infty \psi_a(t) \left[\int_0^\infty \varphi(s) \bar{F}(s) H_g(s+t) ds + \int_0^\tau h_f(v) dv \int_0^\infty \bar{F}(s) \varphi(s+v) H_g(s+t) ds \right] dt + \\
 &+ \rho_1 E\beta \int_0^\infty \psi_p(t) \left[\int_\tau^\infty f(s) \bar{\Phi}(s) H_g(s+t) ds + \int_\tau^\infty \bar{\Phi}(s) ds \int_0^\tau h_f(v) f(s-v) H_g(s-v+t) dv \right] dt - \\
 &- \rho_1 E\gamma + \rho_1 \int_\tau^\infty h_f(v) dv \int_0^\infty \bar{F}(t) \bar{\Phi}(v+t) dt - \rho_1 E\sigma_a [1 - r(\tau)] - \rho_1 E\sigma_p r(\tau).
 \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}
 \int_E m(x) \rho(dx) &= \rho_1 E\beta + \rho_1 E\beta \int_0^\tau f(s) \bar{\Phi}(s) \tilde{H}_g(s) ds + \rho_1 E\beta \int_0^\tau \bar{\Phi}(s) ds \int_0^s h_f(s-t) f(t) \tilde{H}_g(t) dt + \\
 &+ \rho_1 E\beta \int_0^\infty \psi_a(t) \left[\int_0^\infty \varphi(s) \bar{F}(s) H_g(s+t) ds + \int_0^\tau h_f(v) dv \int_0^\infty \bar{F}(s) \varphi(s+v) H_g(s+t) ds \right] dt + \\
 &+ \rho_1 E\beta \int_0^\infty \psi_p(t) \left[\int_\tau^\infty f(s) \bar{\Phi}(s) H_g(s+t) ds + \int_\tau^\infty \bar{\Phi}(s) h_f(v) ds \int_0^\tau h_f(v) f(s-v) H_g(s-v+t) dv \right] dt.
 \end{aligned}$$

Учитывая вероятности переходов ВЦМ, а также вид стационарного распределения (2.34), интегралы в знаменателях дробей формул (1.2) преобразуются к виду:

$$\int_{E \setminus E_1} \rho(dx) P(x, E_1) = \int_0^\infty \rho(0x) dx + \int_0^\tau dv \int_0^\infty \rho(0xv) dx = \rho_1 + \rho_1 \int_0^\tau h_f(x) \bar{\Phi}(x) dx$$

$$\int_{E \setminus E_2} \rho(dx) P(x, E_2) = \int_0^\infty \rho(2x) dx = \rho_1 [1 - r(\tau)]; \quad \int_{E \setminus E_3} \rho(dx) P(x, E_3) = \rho_1 r(\tau);$$

$$\int_{E \setminus E_0} \rho(dx) P(x, E_0) = \rho_1 + \rho_1 \int_0^\tau h_f(x) \Phi(x) dx.$$

Таким образом, финальные вероятности пребывания прибора в физических состояниях и соответствующие средние стационарные времена пребывания в этих состояниях, найденные по формулам (1.1) и (1.2), в терминах средних чисел заявок, поступающих в систему за цикл регенерации, определяются выражениями:

$$p_1^* = \frac{E\gamma - \int_0^\tau h_f(v) dv \int_0^\infty \bar{F}(t) \bar{\Phi}(v+t) dt}{E\beta \bar{N}}, \quad p_2^* = \frac{(1-r(\tau))E\sigma_a}{E\beta \bar{N}}, \quad (2.36)$$

$$p_3^* = \frac{r(\tau)E\sigma_p}{E\beta \bar{N}}, \quad p_0^* = 1 - (p_1^* + p_2^* + p_3^*).$$

$$T(E_0) = \frac{E\beta \bar{N} - E\gamma + \int_0^\tau h_f(v) dv \int_0^\infty \bar{F}(t) \bar{\Phi}(v+t) dt}{1 - r(\tau) + N_{ser}}, \quad (2.37)$$

$$T(E_1) = \frac{E\gamma - \int_0^\tau h_f(v) dv \int_0^\infty \bar{F}(t) \bar{\Phi}(v+t) dt}{1 - r(\tau) + N_{ser}}, \quad T(E_2) = E\sigma_a, \quad T(E_3) = E\sigma_p.$$

Пусть C_{ser} — доход, получаемый за полностью обслуженную заявку; c_a — затраты в единицу времени АВ; c_p — затраты в единицу времени ПВ. Тогда средний удельный доход S в единицу календарного времени и средние удельные затраты C в единицу времени обслуживания заявки определяются соотношениями:

$$S = \frac{C_{ser} N_{ser} - c_p r(\tau) E\sigma_p - c_a E\sigma_a (1 - r(\tau))}{E\beta \bar{N}}, \quad (2.38)$$

$$C = \frac{c_p r(\tau) E\sigma_p + c_a E\sigma_a (1 - r(\tau))}{E\beta \bar{N} - r(\tau) E\sigma_p - (1 - r(\tau)) E\sigma_a}.$$

Частные виды СО. Определим характеристики (2.36) – (2.38) для СО $M/G/1/0$, когда входящий поток заявок имеет интенсивность λ . Среднее число заявок, поступающих за период регенерации, с учетом (1.6) определяется выражениями

$$\bar{N} = 1 + \int_0^{\tau} h_f(t) \Phi(t) dt + \lambda \left[E\gamma - \int_{\tau}^{\infty} h_f(v) dv \int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{\Phi}(v+t) dt \right] + \lambda r(\tau) E\sigma_p + \lambda(1-r(\tau)) E\sigma_a.$$

С учётом этого стационарные операционные характеристики (2.36), (2.37):

$$\begin{aligned} p_1^* &= \frac{\lambda \left(E\gamma - \int_{\tau}^{\infty} h_f(v) dv \int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{\Phi}(v+t) dt \right)}{1 + \int_0^{\tau} h_f(t) \Phi(t) dt + \lambda \left[E\gamma - \int_{\tau}^{\infty} h_f(v) dv \int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{\Phi}(v+t) dt \right] + \lambda r(\tau) E\sigma_p + \lambda(1-r(\tau)) E\sigma}, \\ p_2^* &= \frac{\lambda(1-r(\tau)) E\sigma_a}{1 + \int_0^{\tau} h_f(t) \Phi(t) dt + \lambda \left[E\gamma - \int_{\tau}^{\infty} h_f(v) dv \int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{\Phi}(v+t) dt \right] + \lambda r(\tau) E\sigma_p + \lambda(1-r(\tau)) E\sigma}, \\ p_3^* &= \frac{\lambda r(\tau) E\sigma_p}{1 + \int_0^{\tau} h_f(t) \Phi(t) dt + \lambda \left[E\gamma - \int_{\tau}^{\infty} h_f(v) dv \int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{\Phi}(v+t) dt \right] + \lambda r(\tau) E\sigma_p + \lambda(1-r(\tau)) E\sigma}, \\ p_0^* &= 1 - (p_1^* + p_2^* + p_3^*). \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$T(E_0) = \frac{\frac{1}{\lambda} \left(1 + \int_0^{\tau} h_f(t) \Phi(t) dt \right) + r(\tau) E\sigma_p + (1-r(\tau)) E\sigma - E\gamma}{1 + \int_0^{\tau} h_f(x) \Phi(x) dx},$$

$$T(E_1) = \frac{E\gamma - \int_{\tau}^{\infty} h_f(v) dv \int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{\Phi}(v+t) dt}{1 + \int_0^{\tau} h_f(x) \Phi(x) dx},$$

$$T(E_2) = E\sigma_a, \quad T(E_3) = E\sigma_p.$$

Стационарные экономические характеристики (2.38) принимают вид:

$$S = \lambda \frac{C_{ser} \left[\int_0^{\tau} h_f(t) \Phi(t) dt + r(\tau) \right] - c_p r(\tau) E\sigma_p - c_a(1-r(\tau)) E\sigma_a}{1 + \int_0^{\tau} h_f(t) \Phi(t) dt + \lambda \left[E\gamma - \int_{\tau}^{\infty} h_f(v) dv \int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{\Phi}(v+t) dt \right] + \lambda r(\tau) E\sigma_p + \lambda(1-r(\tau)) E\sigma_a}, \quad (2.40)$$

$$C = \lambda \frac{c_p r(\tau) E\sigma_p + c_a(1-r(\tau)) E\sigma_a}{1 + \int_0^{\tau} h_f(t) \Phi(t) dt + \lambda \left[E\gamma - \int_{\tau}^{\infty} h_f(v) dv \int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{\Phi}(v+t) dt \right]}. \quad (2.41)$$

Результаты подраздела 2.4. изложены в работах диссертанта [9, 10].

2.5. Модель системы обслуживания $GI/G/1/0$ со скрытым отказом и не мгновенным аварийным восстановлением

Постановка задачи. В одноканальную СО поступает рекуррентный поток заявок, который порождается СВ β с произвольной ФР $G(t) = P\{\beta \leq t\}$. Длительность обслуживания заявки — СВ α с ФР $F(t) = P\{\alpha \leq t\}$.

При достижении ОП суммарной наработки, реализуемой как СВ γ с ФР $\Phi(t) = P\{\gamma \leq t\}$, происходит отказ ОП. Отказ ОП является скрытым в том смысле, что обнаруживается он в момент поступления в систему следующей после отказа заявки. После отказа ОП сразу же начинается АВ ОП, длительность которого — СВ σ_a с ФР $\Psi_a(t) = P\{\sigma_a \leq t\}$. Кроме этого, сразу же при достижении ОП суммарной наработки, равной детерминированной величине τ , предполагается проведение ПВ ОП. Длительность проведения ПВ — СВ σ_p с ФР $\Psi_p(t) = P\{\sigma_p \leq t\}$.

Заявка, обслуживаемая в момент отказа ОП или начала проведения ПВ, теряется, как и все заявки, поступающие во время АВ или ПВ. Отсчет наработки ОП на отказ и на проведение ПВ начинается с момента начала обслуживания первой заявки после окончания последнего АВ или ПВ. В результате проведения АВ и ПВ надежность характеристики ОП полностью обновляются.

Требуется найти стационарные операционные и экономические характеристики (1.1) – (1.3) описанной СО.

ПМ модель системы. ОП рассматриваемой СО может находиться в следующих физических состояниях: 1 — ОП занят обслуживанием заявки; 0 — ОП свободен; 2 — проводится АВ ОП; 3 — осуществляется ПВ ОП; 4 — скрытый отказ ОП. Состояния ППП АВ: А — ожидание; В — проведение АВ; С — проведение ПВ.

Расширенное фазовое пространство ПМ состояний системы имеет вид:

$$E = \{1, 1uv, 2, 3x, 4x, 0xuv; x > 0, u > 0, 0 < v < \tau\}. \quad (2.42)$$

Расшифруем коды состояний:

1 — начинает обслуживаться первая заявка, поступившая после завершения ПВ или АВ ОП;

1uv — начало обслуживаться поступившая заявка; величина оставшейся наработки ОП на отказ равна u ; суммарная наработка после ПВ — v ;

2 — началось АВ ОП;

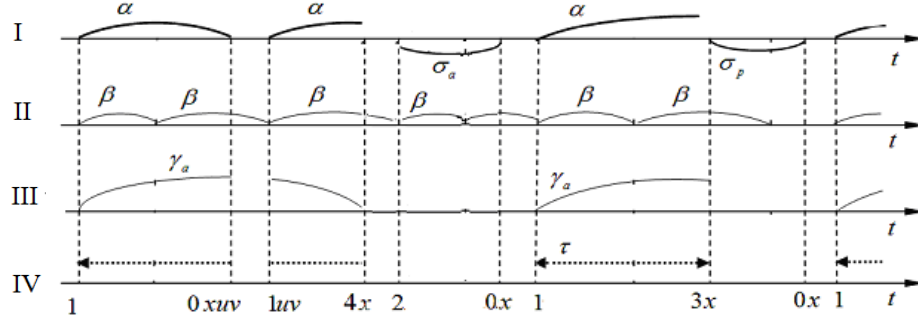
3x — началось ПВ ОП; до поступления следующей заявки осталось время x ;

4x — произошел скрытый отказ ОП; до обнаружения отказа осталось время x ;

$0x$ — АВ или ПВ закончены; до поступления следующей заявки осталось время x ;

$0xuv$ — закончено обслуживание заявки; до поступления следующей заявки осталось время x ; величина оставшейся наработки ОП на отказ равна u ; суммарная наработка после ПВ — v .

Временная диаграмма функционирования системы изображена на рисунке 2.10.



I — процесс обслуживания заявок; II — входящий поток заявок;

III — наработка ОП на отказ; IV — наработка ОП после ПВ.

Рисунок 2.10 – Временная диаграмма функционирования СО

Времена пребывания системы в соответствующих состояниях определяются стохастическими соотношениями:

$$\theta_1 = \min \{ \alpha, \gamma, \tau \}, \quad \theta_{1uv} = \min \{ \alpha, u, \tau - v \}, \quad \theta_2 = \sigma_a, \quad (2.43)$$

$$\theta_{0xuv} = \theta_{0x} = \theta_{4x} = x, \quad \theta_{3x} = \sigma_p.$$

Опишем случайные события и вероятности переходов из состояний системы с учетом содержательного смысла ПМ состояний. Например, из состояния $1uv$ события переходов иллюстрируются на рисунке 2.11 и определяются соотношениями:

$$\{1uv \rightarrow 0, \beta_\alpha, u - \alpha, v + \alpha\} = \{\alpha < \min\{u, \tau - v\}\}, \quad \{1uv \rightarrow 4, \beta_u\} = \{u < \min\{\alpha, \tau - v\}\},$$

$$\{1uv \rightarrow 3, \beta_u\} = \{\tau - v < \min\{\alpha, \gamma\}\}.$$

Здесь β_u — прямое остаточное время для процесса восстановления, порожденного СВ β , с плотностью распределения (1.15)

$$v_g(u, x) = g(u + x) + \int_0^u h_g(u - s)g(s + x)ds,$$

$h_g(u)$ — плотность (1.12) функции восстановления (1.4) $H_g(u) = \sum_{n=1}^{\infty} G^{*(n)}(u)$ этого процесса.

Плотности вероятностей переходов из состояния $1uv$ определяются формулами

$$p_{1uv}^{0dx, du', v+u-du'} = f(u-u')v_g(u-u', x)dxdu', u' < u, x > 0, u < \tau - v;$$

$$p_{1uv}^{0dx, v+u-dv', dv'} = f(v'-v)v_g(v'-v, x)dx dv', v < v' < \tau, x > 0, u > \tau - v;$$

$$p_{1uv}^{4dx} = \bar{F}(u)v_g(u, x)dx, x > 0, u < \tau - v; \quad p_{1uv}^{3dx} = \bar{F}(\tau - v)v_g(\tau - v, x)dx, x > 0, u > \tau - v.$$

Нахождение стационарного распределения ВЦМ. Обозначим через ρ_1, ρ_2 значения стационарного распределения для состояний 1 и 2, а $\rho(1uv), \rho(0xuv), \rho(0x), \rho(3x)$ и $\rho(4x)$ — плотности стационарного распределения ВЦМ для состояний $1uv, 0xuv, 0x, 3x$ и $4x$ соответственно.

Система уравнений для стационарного распределения имеет вид:

$$\rho(0xuv) = \int_0^v f(t)v_g(t, x)\rho(1, t, t+u, v-t)dt + \rho_1 f(v)v_g(v, x)\varphi(v+u),$$

$$\rho(1uv) = \int_0^\infty \rho(0xuv)dx,$$

$$\rho(3x) = \int_0^\tau v_g(t, x)F(t)dt \int_t^\infty \rho(1u, \tau-t)du + \rho_1 \bar{F}(\tau)v_g(\tau, x)\bar{\Phi}(\tau),$$

$$\rho(4x) = \int_0^\tau v_g(t, x)\bar{F}(t)dt \int_t^\tau \rho(1t, v-t)dv + \rho_1 \int_0^\tau \bar{F}(t)v_g(t, x)\varphi(t)dt,$$

$$\rho(0x) = \int_0^\infty \psi_p(t)\rho(3, t+x)dt + \int_0^\infty \psi_p(t)dt \int_0^t v_g(t-s, x)\rho(3s)ds + \rho_2 \int_0^\infty \psi_a(t)v_g(t, x)dt,$$

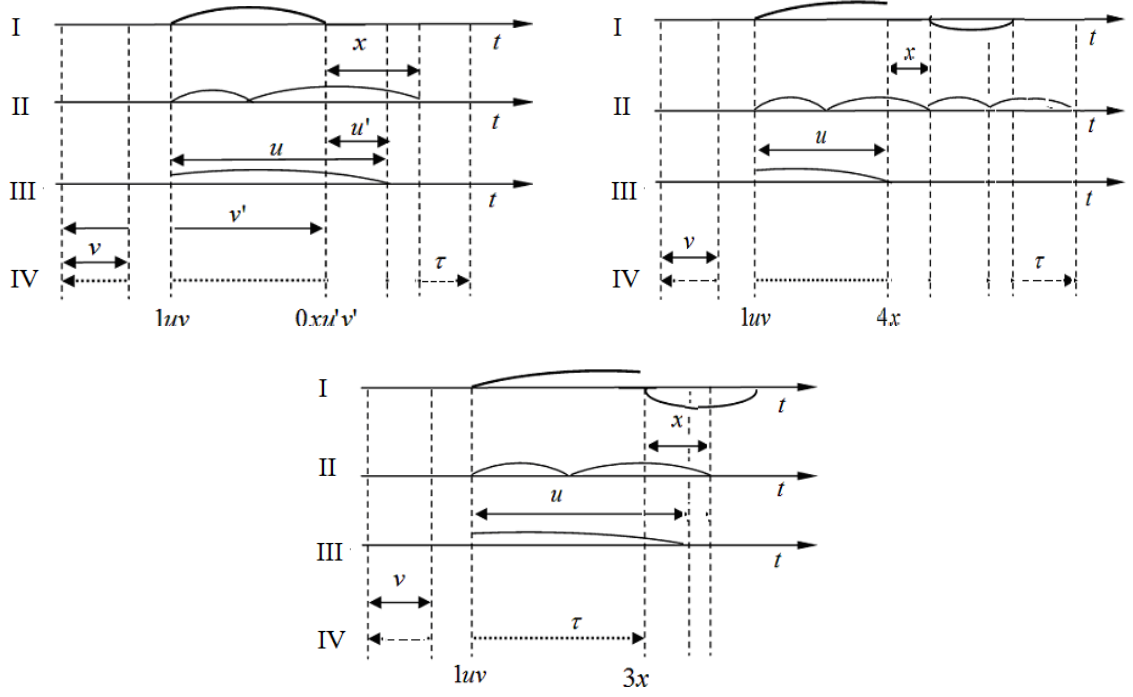
$$\rho_1 = \int_0^\infty \rho(0x)dx, \quad \rho_2 = \int_0^\infty \rho(4x)dx.$$

Исключение из первых двух уравнений плотности $\rho(0xuv)$ приводит к уравнению

$$\rho(1uv) = \rho_1 f(v)\varphi(u+v) + \int_0^v f(t)\rho(1, t+u, v-t)dt,$$

которое подстановкой $\rho(1uv) = \rho_1 \varphi(u+v) \rho(v)$ можно свести к уравнению восстановления (1.14) вида

$$\rho(v) = f(v) + \int_0^v f(t)\rho(v-t)dt. \quad (2.44)$$



I — процесс обслуживания заявок; II — входящий поток заявок;
 III — наработка ОП на отказ; IV — наработка ОП после ПВ.

Рисунок 2.11. События переходов из состояния $1uv$

Решением (2.44) является функция $\rho(v) = h_f(v)$, где $h_f(v)$ — плотность (1.12) функции восстановления (1.4) $H_f(v)$, порожденной случайным временем α обслуживания заявки. Поэтому

$$\rho(1uv) = \rho_1 \varphi(u+v) h_f(v). \quad (2.45)$$

Используя найденную плотность, а также соотношение $\rho_2 = \rho_1 \Phi(\tau)$, можно получить выражения для остальных стационарных плотностей:

$$\rho(0xuv) = \rho_1 \varphi(u+v) \omega_f(v, x),$$

$$\rho(3x) = \rho_1 \Phi(\tau) \kappa(\tau, x),$$

$$\rho_2 = \rho_1 \Phi(\tau),$$

$$\rho(4x) = \rho_1 \int_0^\tau \varphi(t) \kappa(t, x) dt,$$

$$\rho(0x) = \rho_1 \Phi(\tau) \int_0^\infty \psi_a(t) v_g(t, x) dt + \rho_1 \Phi(\tau) \int_0^\infty \psi_p(t) \kappa(\tau, t+x) dt +$$

$$+ \rho_1 \Phi(\tau) \int_0^\infty \psi_p(t) dt \int_0^t \kappa(\tau, s) v_g(t-s, x) ds.$$

(2.46)

Здесь $\bar{\Phi}(\tau) = 1 - \Phi(\tau)$; $\omega_f(v, x) = f(v)v_g(v, x) + \int_0^v h_f(v-s)f(s)v_g(s, x)ds$ — плотность вероятности того, что в момент окончания обслуживания заявки наработка прибора на ПВ равна v , а следующая заявка поступит через время x .

По переменной x функция $\kappa(t, x) = \bar{F}(t)v_g(t, x) + \int_0^t h_f(t-s)\bar{F}(s)v_g(s, x)ds$ — плотность распределения времени между моментом скрытого отказа ОП и моментом его обнаружения при условии, что наработка ОП в момент отказа достигла величины t ; $F(\tau) = 1 - \bar{F}(\tau)$.

По переменной x функция $\kappa(\tau, x)$ — плотность распределения времени между началом ПВ и моментом поступления первой после этого заявки в систему.

Значение стационарного распределения ρ_1 определяется из условия нормировки и равно

$$\rho_1 = [3 + 2 \int_0^\tau h_f(s) \bar{\Phi}(s) ds + \Phi(\tau)]^{-1}.$$

Финальные вероятности и средние стационарные времена пребывания в состояниях.

Разобьем фазовое пространство состояний E (2.42) на непересекающиеся подмножества состояний, соответствующие различным физическим состояниям ОП: $E_0 = \{0x, 0xuv\}$ — работоспособный ОП находится в состоянии ожидания заявки; $E_1 = \{1, 1uv\}$ — ОП проводит обслуживание заявки; $E_2 = \{2\}$ — проводится АВ ОП; $E_3 = \{3x\}$ — проводится ПВ ОП; $E_4 = \{4x\}$ — скрытый отказ ОП.

Предельные значения p_i^* переходных вероятностей ПМ процесса (1.1) и средние времена $T(E_i)$ пребывания системы в подмножествах состояний E_i (1.2) определим преобразованием интегралов в (1.1) и (1.2) с учетом найденного стационарного распределения ВЦМ (2.45), (2.46) и средних времен пребывания в состояниях, которые определяются следующими формулами с учетом (2.43):

$$E\theta_1 = \int_0^\tau \bar{F}(t)\bar{\Phi}(t)dt, \quad E\theta_{1uv} = \int_0^{u\Lambda(\tau-v)} \bar{F}(t)dt, \quad (2.47)$$

$$E\theta_{0x} = E\theta_{0xuv} = E\theta_{4x} = x, \quad E\theta_{3x} = \sigma_p, \quad E\theta_2 = \sigma_a.$$

Следует учесть, что математическое ожидание остаточного времени процесса восстановления β_t , порожденного случайной величиной β , определяется как $E\beta_t = E\beta \tilde{H}_g(t) - t$ (1.16), где $\tilde{H}_g(t) = 1 + H_g(t)$. В результате преобразований с учетом (2.47) получаем

$$\begin{aligned}
\int_{E_1} m(x) \rho(dx) &= \rho_1 \int_0^\tau \bar{F}(t) \bar{\Phi}(t) dt + \int_0^\tau h_f(v) dv \int_0^\infty \varphi(u+v) \int_0^{\min\{u, \tau-v\}} \bar{F}(t) dt = \\
&= \rho_1 \int_0^\tau F(t) \bar{\Phi}(t) dt + \rho_1 \int_0^\tau \bar{\Phi}(s) ds \int_0^s h_f(t) F(s-t) dt = \rho_1 \int_0^\tau \bar{\Phi}(t) dt = \rho_1 E(\min\{\gamma, \tau\}); \\
\int_{E_2} m(x) \rho(dx) &= \rho_1 E \sigma_a \Phi(\tau) = \rho_1 E \sigma_a P(\gamma < \tau); \\
\int_{E_3} m(x) \rho(dx) &= \rho_1 E \sigma_p \bar{\Phi}(\tau) \int_0^\infty \kappa(\tau, x) dx = \rho_1 E \sigma_p \bar{\Phi}(\tau) = \rho_1 E \sigma_p P(\gamma > \tau); \\
\int_{E_4} m(x) \rho(dx) &= \rho_1 \int_0^\tau \varphi(s) ds \int_0^\infty x \kappa(s, x) dx = \rho_1 E \beta \int_0^\tau \varphi(s) F(s) \tilde{H}_g(s) ds + \\
&+ \rho_1 E \beta \int_0^\tau \varphi(s) ds \int_0^s h_f(s-t) F(t) \tilde{H}_g(t) dt - \rho_1 \int_0^\tau s \varphi(s) F(s) ds - \rho_1 \int_0^\tau \varphi(s) ds \int_0^s t h_f(s-t) F(t) dt; \\
\int_{E_0} m(x) \rho(dx) &= \int_0^\tau dv \int_0^\infty du \int_0^\infty x \rho(0xuv) dx + \int_0^\infty x \rho(0x) dx = \\
&= \rho_1 E \beta \int_0^\tau f(s) \bar{\Phi}(s) \tilde{H}_g(s) ds + \rho_1 E \beta \int_0^\tau \bar{\Phi}(s) ds \int_0^s h_f(s-t) f(t) \tilde{H}_g(t) dt + \\
&+ \rho_1 E \beta \Phi(\tau) \int_0^\infty \psi_a(s) \tilde{H}_g(s) ds + \rho_1 E \beta \Phi(\tau) \int_0^\infty \psi_p(s) H_g^\kappa(s) ds + \\
&+ \rho_1 E \beta \Phi(\tau) F(\tau) \tilde{H}_g(\tau) + \rho_1 E \beta \Phi(\tau) \int_0^\tau h_f(\tau-t) F(t) \tilde{H}_g(t) dt - \\
&- \rho_1 \Phi(\tau) \int_0^\tau t h_f(\tau-t) F(t) dt - \rho_1 \int_0^\tau \bar{\Phi}(s) ds \int_0^s t h_f(s-t) f(t) dt - \\
&- \rho_1 \tau \Phi(\tau) F(\tau) - \rho_1 \int_0^\tau s f(s) \bar{\Phi}(s) ds - \rho_1 E \sigma_p \bar{\Phi}(\tau) - \rho_1 E \sigma_a \Phi(\tau).
\end{aligned}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}
\int_E m(x) \rho(dx) &= \rho_1 E \beta \int_0^\tau f(s) \bar{\Phi}(s) \tilde{H}_g(s) ds + \rho_1 E \beta \int_0^\tau \bar{\Phi}(s) ds \int_0^s h_f(s-t) f(t) \tilde{H}_g(t) dt + \\
&+ \rho_1 E \beta \Phi(\tau) \int_0^\infty \psi_a(s) \tilde{H}_g(s) ds + \rho_1 E \beta \Phi(\tau) \int_0^\infty \psi_p(s) H_g^\kappa(s) ds + \\
&+ \rho_1 E \beta \Phi(\tau) F(\tau) \tilde{H}_g(\tau) + \rho_1 E \beta \Phi(\tau) \int_0^\tau h_f(\tau-t) F(t) \tilde{H}_g(t) dt + \\
&+ \rho_1 E \beta \int_0^\tau \varphi(s) F(s) \tilde{H}_g(s) ds + \rho_1 E \beta \int_0^\tau \varphi(s) ds \int_0^s h_f(s-t) F(t) \tilde{H}_g(t) dt.
\end{aligned}$$

Учитывая вероятности переходов ВЦМ из состояний, а также вид стационарного распределения (2.45), (2.46), интегралы в знаменателях дробей формул (1.2) преобразуются к виду:

$$\begin{aligned} \int_{E \setminus E_1} \rho(dx) P(x, E_1) &= \int_0^\infty \rho(0x) dx + \int_0^\tau dv \int_0^\infty du \int_0^\infty \rho(0xuv) dx = \rho_1 + \rho_1 \int_0^\tau h_f(x) \Phi(x) dx \\ \int_{E \setminus E_2} \rho(dx) P(x, E_2) &= \rho_1 \int_0^\infty \rho(4x) dx = \rho_1 \Phi(\tau); \quad \int_{E \setminus E_3} \rho(dx) P(x, E_3) = \rho_1 \Phi(\tau); \\ \int_{E \setminus E_4} \rho(dx) P(x, E_4) &= \rho_1 \Phi(\tau); \quad \int_{E \setminus E_0} \rho(dx) P(x, E_0) = \rho_1 + \rho_1 \int_0^\tau h_f(x) \Phi(x) dx. \end{aligned}$$

Стационарные операционные и экономические характеристики СО в терминах регенерирующего процесса. ПМ процесс, описывающий функционирование рассматриваемой СО, является регенерирующим. Моментами регенерации являются моменты поступления заявок на свободный ОП после завершения АВ или ПВ. В предложенной кодировке состояний — это моменты попадания СО в состояние 1. Найденные стационарные характеристики СО выражаются в терминах теории регенерирующих процессов.

Число N поступающих за период регенерации заявок складывается из СВ:

$$N = N_{ser} + N_{1,loss} + \Phi(\tau) N_{2,loss} + \overline{\Phi}(\tau) N_{3,loss},$$

где N_{ser} — число полностью обслуженных заявок, $N_{1,loss}$, $N_{2,loss}$, $N_{3,loss}$ — числа необслуженных заявок по причине занятости ОП обслуживанием, проведением АВ или ПВ ОП за период регенерации соответственно.

Среднее число $\overline{N}_{ser}$ обслуженных заявок за период регенерации и средние числа $\overline{N}_{2,loss}$, $\overline{N}_{3,loss}$ потерянных заявок за период регенерации по причине проведения АВ и ПВ определяется таким образом:

$$\begin{aligned} \overline{N}_{ser} &= \int_0^\tau H_f(x) \varphi(x) dx + H_f(\tau) \varphi(\tau) = \int_0^\tau h_f(x) \Phi(x) dx, \\ \overline{N}_{2,loss} &= \int_0^\infty \tilde{H}_g(t) \psi_a(t) dt, \quad \overline{N}_{3,loss} = \int_0^\infty \psi_p(t) H_g^\kappa(t) dt. \end{aligned}$$

Число требований $N_{1,loss}$, потерянных за период регенерации по причине занятости ОП обслуживанием, определяется как сумма следующих СВ:

$$\overline{N}_{1,loss} = \overline{N}_{1,loss}^{(1)} + \Phi(\tau) \overline{N}_{1,loss}^{(2)} + \overline{\Phi}(\tau) \overline{N}_{1,loss}^{(3)}$$

Здесь

$$\bar{N}_{1,loss}^{(1)} = \int_0^{\tau} f(t) \Phi(t) H_g(t) dt + \int_0^{\tau} \Phi(s) ds \int_0^s f(t) h_f(s-t) H_g(t) dt$$

— среднее число заявок, потерянных за время обслуживания полностью обслуженных заявок;

$$\bar{N}_{1,loss}^{(2)} = \frac{1}{\Phi(\tau)} \left[\int_0^{\tau} \varphi(t) F(t) \tilde{H}_g(t) dt + \int_0^{\tau} F(s) \tilde{H}_g(s) ds \int_0^{\tau-s} \varphi(t+s) h_f(t) dt \right]$$

— среднее число заявок, потерянных за время обслуживания заявки, при обслуживании которой происходит отказ ОП;

$$\bar{N}_{1,loss}^{(3)} = F(\tau) \tilde{H}_g(\tau) + \int_0^{\tau} h_f(t) F(\tau-t) \tilde{H}_g(\tau-t) dt$$

— среднее число заявок, потерянных за время обслуживания заявки, при обслуживании которой начинается ПВ ОП. После несложных преобразований получаем

$$\bar{N}_{1,loss} = 1 + \int_0^{\tau} \Phi(t) F(t) h_g(t) dt + \int_0^{\tau} \Phi(t) dt \int_0^t h_f(t-s) F(s) h_g(s) ds.$$

В терминах средних чисел заявок за период регенерации финальные вероятности пребывания ОП в состояниях (1.1) и соответствующие средние стационарные времена пребывания в этих состояниях (1.2) определяются следующими формулами:

$$p_0^* = 1 - \frac{E(\min\{\gamma, \tau\}) + E\sigma_a P(\gamma < \tau) + E\sigma_p P(\gamma > \tau) + \Phi(\tau) E\beta \bar{N}_{1,loss}^{(2)} - \Phi(\tau) E\chi}{E\beta \bar{N}},$$

$$p_1^* = \frac{E(\min\{\gamma, \tau\})}{E\beta \bar{N}}, \quad p_2^* = \frac{E\sigma_a P(\gamma < \tau)}{E\beta \bar{N}}, \quad p_3^* = \frac{E\sigma_p P(\gamma > \tau)}{E\beta \bar{N}}, \quad (2.48)$$

$$p_4^* = \frac{\Phi(\tau) E\beta \bar{N}_{1,loss}^{(2)} - \Phi(\tau) E\chi}{E\beta \bar{N}}.$$

$$T(E_0) = \frac{E\beta \bar{N} - E(\min\{\gamma, \tau\}) + E\sigma_a P(\gamma < \tau) + E\sigma_p P(\gamma > \tau)}{1 + N_{ser}},$$

$$T(E_1) = \frac{E(\min\{\gamma, \tau\})}{1 + N_{ser}}, \quad (2.49)$$

$$T(E_2) = E\sigma_a, \quad T(E_3) = E\sigma_p, \quad T(E_4) = E\beta \bar{N}_{1,loss}^{(2)} - E\chi.$$

Здесь $E\chi$ — среднее значение времени обслуживания заявки, которая не обслуживается до конца по причине аварийного отказа ОП. Плотность $z(s)$ распределения этой случайной величины определяется выражением

$$z(s) = \frac{1}{\Phi(\tau)} \left[\varphi(s)F(s) + F(s) \int_0^{\tau-s} \varphi(t+s)h_f(t)dt \right];$$

$$E(\min\{\gamma, \tau\}) = \int_0^{\tau} \Phi(t)dt; \quad P(\gamma < \tau) = \Phi(\tau); \quad P(\gamma > \tau) = \bar{\Phi}(\tau).$$

Пусть C_{ser} — доход, получаемый за полностью обслуженную заявку; c_a — затраты в единицу времени АВ; c_p — затраты в единицу времени ПВ ОП. Тогда средняя удельная прибыль S в единицу календарного времени и средние удельные затраты C в единицу времени обслуживания заявки определяются соотношениями:

$$S = \frac{C_{ser}\bar{N}_{ser} - c_p E\sigma_p P(\gamma > \tau) - c_a E\sigma_a P(\gamma < \tau)}{E\beta \bar{N}}, \quad (2.50)$$

$$C = \frac{c_p E\sigma_p P(\gamma > \tau) + c_a E\sigma_a P(\gamma < \tau)}{E\beta \bar{N} - E\sigma_a P(\gamma < \tau) - E\sigma_p P(\gamma > \tau)}.$$

Частные виды СО. Когда входящий поток заявок имеет интенсивность λ , (СО $M/G/1/0$) средние числа заявок, поступающих за период регенерации, с учетом (1.6) определяются выражениями

$$\begin{aligned} \bar{N}_{ser} &= \int_0^{\tau} h_f(x) \Phi(x) dx, & \bar{N}_{1,loss} &= 1 + \lambda \int_0^{\tau} \Phi(t) dt, \\ \bar{N}_{2,loss} &= 1 + \lambda E\sigma_a, & \bar{N}_{3,loss} &= \lambda E\sigma_p. \end{aligned}$$

С учётом этого экономические характеристики (2.50) принимают вид:

$$\begin{aligned} S(\tau) &= \lambda \frac{C_{ser} \int_0^{\tau} h_f(t) \Phi(t) dt - c_p E\sigma_p \bar{\Phi}(\tau) - c_a E\sigma_a \Phi(\tau)}{1 + \int_0^{\tau} h_f(t) \Phi(t) dt + \lambda \int_0^{\tau} \Phi(t) dt + \Phi(\tau)(1 + \lambda E\sigma_a) + \lambda E\sigma_p \bar{\Phi}(\tau)}, \\ C(\tau) &= \lambda \frac{c_p E\sigma_p \bar{\Phi}(\tau) + c_a E\sigma_a \Phi(\tau)}{1 + \int_0^{\tau} h_f(t) \Phi(t) dt + \lambda \int_0^{\tau} \Phi(t) dt}. \end{aligned}$$

Результаты этого подраздела изложены в работе автора диссертации [8].

2.6. Модель одноканальной СО с мгновенным обслуживанием заявки и переменной вероятностью ее успешного обслуживания.

Постановка задачи. Рассмотрим следующую СО. Поступающие в систему заявки образуют рекуррентный поток, порождённый СВ β с ФР $G(t) = P\{\beta \leq t\}$. При этом с вероятностью $p(t)$, зависящей от времени, прошедшего с момента последнего ПВ ОП заявка обслуживается успешно, а с вероятностью $q(t) = 1 - p(t)$ обслуживание происходит с ошибкой. Через время, равное СВ α с ФР $F(t) = P\{\alpha \leq t\}$, проводится ПВ. Оно длится время, равное СВ γ с ФР $\Phi(t) = P\{\gamma \leq t\}$. После ПВ вероятность ошибки при обслуживании становится равной нулю и отсчет времени для функции вероятности успеха обслуживания начинается заново. Попытки получения успешного обслуживания прекращаются либо в случае ошибки обслуживания, либо в момент начала ПВ. В момент окончания ПВ ОП заявки снова начинают поступать.

Требуется определить стационарные операционные и экономические характеристики (1.1) – (1.3) описанной СО.

ПМ модель системы. Для описания функционирования системы используем процесс марковского восстановления $\{\xi_n, \theta_n, n \geq 0\}$ и соответствующий ему ПМ $\xi(t)$ с дискретно-непрерывным множеством состояний.

Для этого определим фазовое пространство состояний СО:

$$E = \{1, 1x, 0x, 2, 2x; x > 0\}. \quad (2.51)$$

Состояния ОП: 0 — ОП находится в состоянии отказа; 1 — ОП находится в работоспособном состоянии; 2 — проводится ПВ ОП. Состояния ППП АВ: А — ожидание; В — проведение ПВ.

1 — система начала функционировать, ОП в работоспособном состоянии;

1x — произведено успешное обслуживание заявки; время x прошло с момента начала функционирования ОП после ПВ;

0x — обслуживание заявки происходит с ошибкой; с момента начала функционирования ОП после ПВ прошло время x ;

2 — начинается ПВ ОП, произошла ошибка обслуживания заявки;

2x — начинается ПВ ОП, при этом заявки обслуживались успешно; время x прошло с момента последнего обслуживания заявки;

Времена однократного пребывания СО в соответствующих состояниях определяются формулами

$$\theta_1 = \min\{\alpha, \beta\}, \quad \theta_{1x} = \min\{\beta, [\alpha - x]_+\}, \quad \theta_{0x} = [\alpha - x]_+, \quad \theta_{2x} = \theta_2 = \gamma, \quad (2.52)$$

где $[\alpha - x]_+$ — прямое остаточное время до начала ПВ ОП.

Средние значения времен (2.52):

$$E\theta_1 = \int_0^{\infty} F(t)G(t)dt; \quad E\theta_{1x} = \frac{1}{F(x)} \int_0^{\infty} G(t)F(t+x)dt;$$

$$E\theta_{0x} = \frac{1}{F(x)} \int_0^{\infty} F(t+x)dt; \quad E\theta_{2x} = E\theta_2 = E\gamma.$$
(2.53)

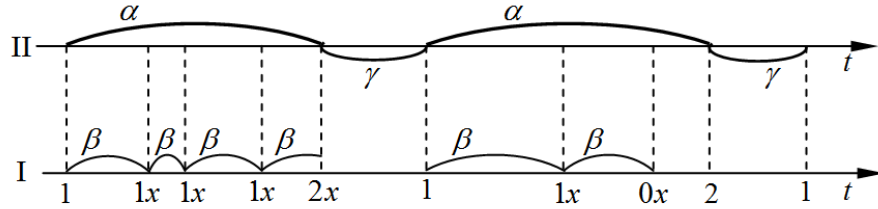
Временная диаграмма функционирования СО изображена на рисунке 2.12.

Плотности вероятностей переходов из состояний определяются формулами:

$$p_1^{2dx} = f(x)G(x)dx, \quad p_1^{1dx} = p(x)g(x)F(x)dx, \quad p_1^{0dx} = q(x)g(x)F(x)dx, \quad x > 0;$$

$$p_{1x}^{1dy} = \frac{p(y)}{F(x)} g(y-x)F(y)dy, \quad p_{1x}^{0dy} = \frac{q(y)}{F(x)} g(y-x)F(y)dy, \quad y > x;$$

$$p_{1x}^{2dy} = f(x+y) \frac{G(y)}{F(x)} dy, \quad y > 0; \quad P_{1x}^2 = P_2^1 = P_{2x}^1 = 1;$$



I — поступление заявок, II — проведение ПВ ОП.

Рисунок 2.12 – Временная диаграмма функционирования СО

Нахождение стационарного распределения ВЦМ. Обозначим через ρ_1 и ρ_2 значения стационарного распределения для состояний 1 и 2, а $\rho(1x)$, $\rho(0x)$ и $\rho(2x)$ — плотности стационарного распределения ВЦМ для состояний $1x$, $0x$ и $2x$ соответственно.

Система интегральных уравнений для стационарного распределения ВЦМ:

$$\rho(1x) = \rho_1 p(x)g(x)F(x) + p(x)F(x) \int_0^x \rho(1y) \frac{g(x-y)}{F(y)} dy,$$

$$\rho(0x) = \rho_1 q(x)g(x)F(x) + q(x)F(x) \int_0^x \rho(1y) \frac{g(x-y)}{F(y)} dy,$$

$$\rho(2x) = \rho_1 f(x)G(x) + G(x) \int_0^x \rho(1y) \frac{f(x+y)}{F(y)} dy,$$

$$\rho_2 = \int_0^{\infty} \rho(0y)dy, \quad \rho_1 = \rho_2 + \int_0^{\infty} \rho(2y)dy.$$

(2.54)

Постоянная ρ_1 определяется из условия нормировки.

Подстановка в первое уравнение системы (2.54) функции $\rho(1x) = \rho_1 F(x) \rho(x)$ приводит к уравнению восстановления для обрывающегося процесса восстановления, обобщенного на случай непостоянной вероятности обрыва процесса восстановления (1.18). Поэтому решением первого уравнения из (2.54) является функция $\rho(1x) = \rho_1 p(x) F(x) h_g^{(p)}(x)$. Здесь функция $h_g^{(p)}(x)$ является плотностью процесса восстановления (1.18) и определяется рекуррентно следующим образом:

$$h_g^{(p)}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} g_p^{(n)}(x), \quad g_p^{(n)}(x) = p(x) \int_0^x g(x-y) g_p^{(n-1)}(y) dy, \quad g_p^{(1)}(x) = p(x) g(x).$$

Решение системы (2.54):

$$\rho(1x) = \rho_1 p(x) F(x) h_g^{(p)}(x),$$

$$\rho(0x) = \rho_1 q(x) F(x) h_g^{(p)}(x),$$

(2.55)

$$\rho(2x) = \rho_1 f(x) \bar{G}(x) + \rho_1 \bar{G}(x) \int_0^{\infty} p(y) f(x+y) h_g^{(p)}(y) dy,$$

$$\rho_2 = \rho_1 \int_0^{\infty} q(y) F(y) h_g^{(p)}(y) dy.$$

Постоянная ρ_1 определяется условием нормировки

$$\rho_1 = [2 + \int_0^{\infty} h_g^{(p)}(x) F(x) dx]^{-1}.$$

Введём СВ δ — количество заявок, обслуженных успешно до получения отказа.

Плотность распределения этой СВ $\omega(x) = q(x) h_g^{(p)}(x)$, ФР имеет вид $\Omega(x) = \int_0^x \omega(y) dy$.

Стационарные характеристики СО. Разобьем фазовое пространство состояний E (2.51) на непересекающиеся подмножества состояний, соответствующие различным физическим состояниям системы: $E_1 = \{1, 1x\}$ — ОП работоспособен; $E_0 = \{0x\}$ — ОП находится в отказе; $E_2 = \{2, 2x\}$ — осуществляется ПВ ОП.

Определим операционные и экономические характеристики рассматриваемой СО: финальные вероятности пребывания СО в различных физических состояниях (1.1) и экономические характеристики (1.3).

С учетом найденного стационарного распределения ВЦМ (2.55) и формул (2.53), получаем следующие формулы характеристик при условии, что обновление службы безопасности проводится через определенный период времени τ :

$$p_2^* = \frac{E\gamma}{\tau + E\gamma}, \quad p_1^* = \frac{1}{\tau + E\gamma} \int_0^\tau \Omega(x) dx, \quad p_0^* = \frac{1}{\tau + E\gamma} \int_0^\tau \Omega(x) dx; , \quad (2.56)$$

$$S = \frac{c_1 \int_0^\tau \Omega(x) dx - c_0 \int_0^\tau \Omega(x) dx - c_2 E\gamma}{\tau + E\gamma}, \quad C = \frac{c_1 \int_0^\tau \Omega(x) dx + c_2 E\gamma}{\int_0^\tau \Omega(x) dx}. \quad (2.57)$$

Здесь c_1 — доход в единицу времени работоспособного функционирования ОП; c_0 — затраты в единицу времени отказа ОП; c_2 — затраты в единицу времени ПВ ОП.

Результаты подраздела 2.6 изложены в работе автора диссертации [66].

2.7. Выводы по разделу 2.

Построены ПМ модели одноканальных систем с отказами каналов обслуживания и проведением ПВ. Все СВ, описывающие процесс функционирования СО имеют распределения общего вида. Определены стационарные операционные и экономические характеристики СО в явном виде. Приведена статистическая интерпретация результатов в терминах показателей качества функционирования СО (среднее число поступивших, потерянных, обслуженных заявок и др. за период регенерации).

Результаты этого раздела позволяют рассчитывать показатели функционирования различных одноканальных СО и осуществлять оптимизацию периодичности проведения ПВ ОП, рассматривая аналитические характеристики как функцию периода ПВ.

РАЗДЕЛ 3. МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ В ТЕХНИЧЕСКИХ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ С ОТКАЗАМИ КАНАЛОВ ОБСЛУЖИВАНИЯ

Результаты данного раздела изложены в соответствии с работами автора [4 – 6, 11, 76].

В разделе приведены постановки и решения задач многокритериальной оптимизации для конкретных СО с отказами каналов. Стационарные характеристики, полученные в разделе 2, рассматриваются как критерии эффективности работы СО, зависящие от периодичности ПВ. Осуществляется анализ операционных и экономических характеристик СО от некоторых параметров.

В подразделе 3.1. описаны методы решения задач многокритериальной оптимизации в работе: приведен алгоритм построения множества оптимальных по Парето значений периода ПВ ОП, методы скаляризации многокритериальных задач и способ выбора значения периода ПВ в условиях нечетко заданных критериев. В подразделе 3.2. решается задача оптимизации периодичности ТО БПЛА; в подразделе 3.3. — задача оптимизации периодичности обновления службы безопасности в информационной системе. В подразделе 3.4. осуществляется сравнение результатов оптимизации периодичности ПВ в СО с полным и минимальным АВ. В подразделе 3.5. приведены особенности вычислительных процедур при определении оптимальной периодичности ПВ.

3.1. Задача многокритериальной оптимизации процесса профилактического восстановления в системах обслуживания

Общеизвестно, что экономические показатели связаны с характеристиками надежности и доступности СО. Экономические последствия ухудшения надежности связаны с уменьшением доступности СО, увеличением количества каналов, ростом ремонтного фонда, повышением эксплуатационных расходов, увеличением человеческих ресурсов для обслуживания. Однако на улучшение надежностных показателей также требуются затраты. И они должны быть обоснованными. В ряде рассмотренных в диссертации случаев меньшая периодичность проведения ПВ приводит к большей вероятности исправного функционирования и минимальному времени пребывания в состоянии ремонта, однако за счет этого уменьшается коэффициент доступности СО и увеличиваются затраты на ПВ, особенно, если оно дорогостоящее. В этой связи крайне важной с практической точки зрения является многокритериальная постановка задач, при которой качество принимаемого решения оценивается по нескольким критериям одновременно. При этом важной проблемой является построение системы показателей, отражающих генеральную цель, и удовлетворяющих

требованиям полноты, действенности, разложимости, избыточности и минимальной размерности.

Существуют различные методы решения задач многокритериальной оптимизации (рисунок 3.1) [55]. В работе осуществляется:

- 1) построение множества оптимальных по Парето значений периода ПВ;
- 2) выбор одного из значений периода ПВ на основе скаляризации с помощью:
 - аддитивной свертки;
 - мультипликативной свертки;
 - максиминной свертки критериев;
 - выбор одного из значений периода ПВ в условиях неопределенности (нечетко заданных критериев) с помощью максиминной свертки функций принадлежности критериев.

При этом для каждой конкретной задачи векторной оптимизации должно существовать лицо, принимающее решение (выполняющее экспертную оценку), которое формулирует правило, по которому следует выбирать параметры свертки, функций принадлежности и отдавать предпочтение (приоритет) одним вариантам по сравнению с другими.

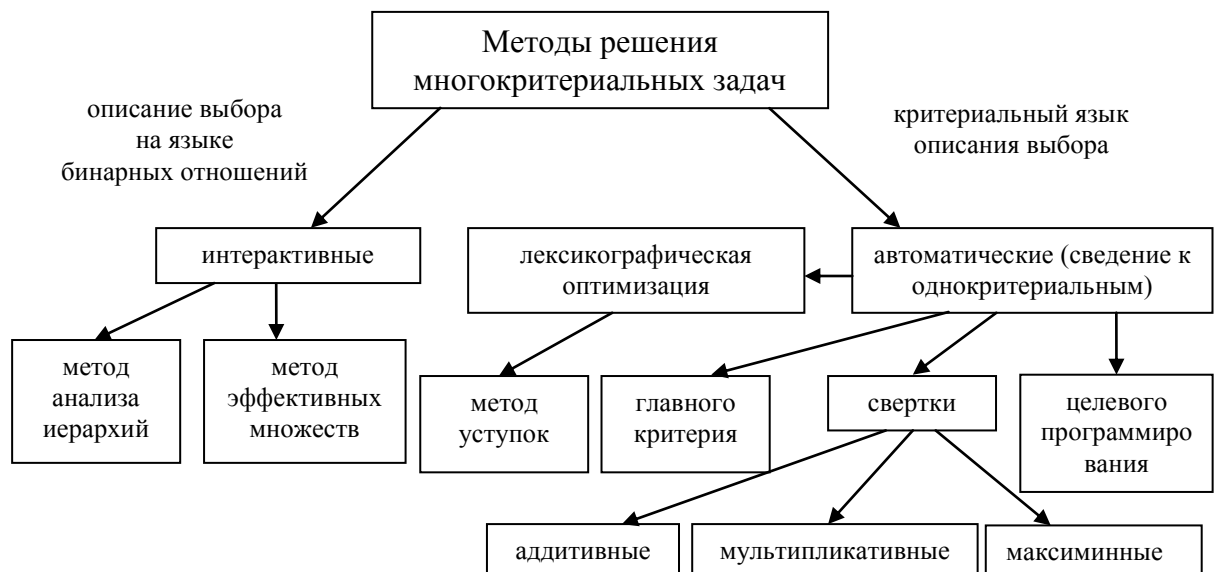


Рисунок 3.1 – Классификация основных методов решения задач многокритериальной оптимизации

Рассмотрим задачу оптимизации периода ПВ ОП в СО в общем виде:

- 1) коэффициент доступности $K^+(\tau)$ — позитивный критерий;
- 2) финальная вероятность неисправности $P^-(\tau)$ — негативный критерий;
- 3) средняя удельная прибыль в единицу времени $S(\tau)$ — позитивный критерий;

4) средние удельные затраты в единицу времени исправного функционирования $C(\tau)$ — негативный критерий;

$$\begin{cases} S(\tau) \rightarrow \max_{\tau \in (0; \infty)}, \\ C(\tau) \rightarrow \min_{\tau \in (0; \infty)}, \\ K^+(\tau) \rightarrow \max_{\tau \in (0; \infty)}, \\ P^-(\tau) \rightarrow \min_{\tau \in (0; \infty)}. \end{cases} \quad (3.1)$$

В случае двух критериев построение множества Парето-оптимальных векторов всегда может быть произведено чисто геометрическим путем. В работе рассматривается 3 – 4 критерия, поэтому указанные геометрические построения затруднены и требуется иной подход.

Согласно теоремам Карлина [56]:

1. Достаточным условием Парето-оптимальности является достижение максимума на множестве T аддитивной свертки критериев с положительными коэффициентами в сумме составляющими единицу. Аналогичное утверждение верно для мультипликативной свертки.

2. Необходимое условие Парето-оптимальности: если множество T выпукло и все частные критерии вогнуты на нем, то для любой Парето-оптимальной точки существует вектор неотрицательных коэффициентов, в сумме составляющих единицу, такой, что аддитивная свертка критериев с этими коэффициентами достигает своего максимума на множестве T . Условием Парето-оптимальности решения, полученного с помощью мультипликативной свертки, является выпуклость множества допустимых решений и вогнутость логарифмических функций всех критериев.

Для задач, рассмотренных в работе, аддитивная свертка критериев с положительными весовыми коэффициентами, в сумме составляющими единицу, может достигать своего максимума только на интервале

$$T = \left[\min(\tau_{opt}^S, \tau_{opt}^C, \tau_{opt}^{K^+}, \tau_{opt}^{P^-}); \max(\tau_{opt}^S, \tau_{opt}^C, \tau_{opt}^{K^+}, \tau_{opt}^{P^-}) \right], \quad (3.2)$$

который может принимать вид $T = \left[\min(\tau_{opt}^S, \tau_{opt}^C, \tau_{opt}^{K^+}, \tau_{opt}^{P^-}); \infty \right)$, если

$\max(\tau_{opt}^S, \tau_{opt}^C, \tau_{opt}^{K^+}, \tau_{opt}^{P^-})$ не существует. Здесь $\tau_{opt}^{K^+}, \tau_{opt}^{P^-}, \tau_{opt}^S, \tau_{opt}^C$ — оптимальные значения периода ПВ для частных критериев: коэффициента доступности, вероятности неисправности,

средней удельной прибыли и средних удельных затрат соответственно. Множество T удовлетворяет достаточному условию Парето-оптимальности.

Очевидно, что множество T (1.2) является выпуклым. Если:

1) функция $S(\tau)$ среднего удельного дохода в единицу календарного времени является выпуклой при $\tau \in T$;

3) функция $C(\tau)$ средних удельных затрат в единицу времени исправного функционирования является вогнутой при $\tau \in T$;

4) функция $K^+(\tau)$ (коэффициент доступности) является выпуклой при $\tau \in T$;

5) функция $P^-(\tau)$ (финальная вероятность неисправного состояния ОП) является вогнутой при $\tau \in T$,

то для всех точек множества T выполняется необходимое условие Парето-оптимальности. Тогда T — множество значений периодичности ПВ оптимальное по Парето, соответственно нет необходимости перебирать все возможные бесконечные значения для вектора весовых коэффициентов.

Выбор значения периода ПВ на основе скаляризации задачи.

Сведем многокритериальную задачу к задаче нахождения экстремумов для аддитивной, мультипликативной и максиминной сверток частных критериев на множестве T .

Метод аддитивной свертки критериев.

Для этой свертки критерии должны быть соизмеримыми. Но показатели экономической эффективности и операционные характеристики отличаются по абсолютной величине на несколько порядков и имеют различную размерность, поэтому для составления аддитивной свертки осуществлялась их нормировка. Для этого абсолютные значения критериев в работе заменяются относительными значениями их отклонений от оптимальных значений [57, 58]. В результате такой нормировки все критерии становятся позитивными и принимают значения из $[0; 1]$.

Определение весовых коэффициентов аддитивной свертки сводят либо к использованию формальных процедур, либо к применению экспертных оценок. Существуют различные методы для определения коэффициентов весомости:

- метод стоимостных регрессионных зависимостей;
- метод предельных и номинальных значений;
- метод эквивалентных соотношений;
- экспертный метод и др.

Эти методы различаются исходной информацией, но при правильном их применении они должны приводить в целом к одинаковым результатам. В работе для конкретных задач

оптимизации, если отсутствует экспертная оценка, то весовые коэффициенты определялись способом из [59], который не требует экспертной оценки, методом наименьших квадратов отклонений свертки от каждого из критериев.

Для нормированных критериев $S_n(\tau)$, $C_n(\tau)$, $K_n^+(\tau)$, $P_n^-(\tau)$ и вектора весовых коэффициентов критериев v_s , v_c , v_k , v_p , характеризующих важность соответствующих критериев, решается задача оптимизации скалярного критерия:

$$V(\tau) = v_s S_n(\tau) + v_c C_n(\tau) + v_k K_n^+(\tau) + v_p P_n^-(\tau) \rightarrow \max_{\tau \in T}, \quad (3.3)$$

здесь $v_s + v_c + v_k + v_p = 1$; $0 < v_s < 1$, $0 < v_c < 1$, $0 < v_k < 1$, $0 < v_p < 1$.

Аддитивный критерий основан на принципе компромисса, принципе справедливой уступки, компенсации абсолютных значений нормированных частных критериев.

Метод мультипликативной свертки критериев.

В тех случаях, когда отсутствуют условия работоспособности типа равенств и выходные параметры не могут принимать нулевые значения, может применяться мультипликативный критерий. Последний использует не абсолютные, а относительные изменения значений частных критериев. Принцип справедливой относительной уступки формулируется следующим образом: справедливым следует считать такой компромисс, когда суммарный уровень относительного снижения одного или нескольких критериев не превышает суммарного уровня относительного увеличения остальных критериев [58].

При определенном векторе весовых коэффициентов критериев w_s , w_c , w_k , w_p , характеризующих важность соответствующего критерия, решается задача оптимизации скалярного критерия

$$W(\tau) = (S(\tau))^{w_s} (C(\tau))^{w_c} (K^+(\tau))^{w_k} (P^-(\tau))^{w_p} \rightarrow \min_{\tau \in T}, \quad (3.4)$$

здесь $w_s + w_c + w_k + w_p = 1$; $0 < w_s < 1$, $0 < w_c < 1$, $0 < w_k < 1$, $0 < w_p < 1$.

Обобщенный мультипликативный критерий не требует нормирования частных критериев, и в этом заключается его преимущество перед аддитивным критерием. Но мультипликативный критерий имеет и недостатки: критерий компенсирует недостаточную величину одного частного критерия избыточной величиной другого, а также имеет тенденцию сглаживать уровни частных критериев, поскольку в соответствии с принципом относительной уступки абсолютное изменение критерия при оптимизационном процессе больше, чем больше его первоначальная величина.

Метод максиминной свертки критериев. Максиминная свертка основана на принципе эгалитаризма (равномерного компромисса) и ведет к увеличению уровня минимального или

наихудшего критерия [58, 60]. Пусть S_{opt} , C_{opt} , K_{opt}^+ , P_{opt}^- — оптимальные значения каждого из критериев в отдельности при $\tau \in T$. Оптимальным считается решение, которое максимизирует наихудшее значение отношения реально достигнутого показателя к его оптимальному значению и решается задача оптимизации скалярного критерия:

$$R(\tau) = \min \left(\frac{S(\tau)}{S_{opt}}, \frac{C(\tau)}{C_{opt}}, \frac{K^+(\tau)}{K_{opt}^+}, \frac{P^-(\tau)}{P_{opt}^-} \right) \rightarrow \max_{\tau \in T}, \quad (3.5)$$

где S_{opt} , C_{opt} , K_{opt}^+ , P_{opt}^- — оптимальные значения частных критериев.

Выбор значения периода ПВ в условиях неопределенности (нечетко заданных критериев). Метод максиминной свертки функций принадлежности критериев.

При принятии решений по схеме Беллмана-Заде не делается никакого различия между целью и ограничениями [61]. При этом есть возможность задавать предпочтение тех или иных значений критериев нечетко, не формулируя явно точные цели и ограничения. Это помогает лицу, принимающему решение, разобраться в выдвинутых им допущениях и получить более адекватные оценки важности критериев при расхождении экспертов во мнении.

В работе решается задача оптимизации критерия

$$Q(\tau) = \min \left(\mu_S(S(\tau)), \mu_C(C(\tau)), \mu_{K^+}(K^+(\tau)), \mu_{P^-}(P^-(\tau)) \right) \rightarrow \max_{\tau \in T}, \quad (3.6)$$

где $\mu_S(S(\tau))$, $\mu_C(C(\tau))$, $\mu_{K^+}(K^+(\tau))$, $\mu_{P^-}(P^-(\tau))$ — функции принадлежности частных критериев $S(\tau)$, $C(\tau)$, $K^+(\tau)$, $P^-(\tau)$ соответственно. Они устанавливают предпочтение одних значений критериев перед другими (относительно) и показывают, насколько хорошо решение удовлетворяет нечетким целям.

В работе функции принадлежности имеют следующий вид:

$$\mu_S(S(\tau)) = \frac{1}{1 + e^{-a_S(S(\tau) - b_S)}}; \quad \mu_C(C(\tau)) = \frac{1}{1 + e^{-a_C(C(\tau) - b_C)}}; \quad (3.7)$$

$$\mu_{K^+}(K^+(\tau)) = \frac{1}{1 + e^{-a_{K^+}(K^+(\tau) - b_{K^+})}}; \quad \mu_{P^-}(P^-(\tau)) = \frac{1}{1 + e^{-a_{P^-}(P^-(\tau) - b_{P^-})}}.$$

$a_S, a_C, a_{K^+}, a_{P^-}, b_S, b_C, b_{K^+}, b_{P^-}$ — параметры функций принадлежности, которые

определяются в результате экспертной оценки; $\mu_S(b_S) = \mu_C(b_C) = \mu_{K^+}(b_{K^+}) = \mu_{P^-}(b_{P^-}) = \frac{1}{2}$.

3.2. Оптимизация периодичности технического обслуживания беспилотных летательных аппаратов

БПЛА — сложный объект управления, на который возлагаются разнообразные задания [67]. Естественно, первостепенной задачей является разработка системы автоматического управления БПЛА, в частности синтез алгоритмов управления при стабилизации траектории полета [68] и др. Однако, как любому сложному техническому устройству с большим количеством механических деталей, подверженных постоянным нагрузкам, БПЛА свойственно ломаться. Кроме того, все БПЛА оснащены сложным программным обеспечением. В каждый из них встроен полноценный компьютер, десятки сенсоров передают информацию о положении дрона в пространстве, скорости ветра, высоте и многое другое. Нельзя забывать и о высокой стоимости, ответственности за качество выполняемых задач в обычных условиях и агрессивных воздействиях среды [69]. В силу этих причин актуальным является рассмотрение надежности БПЛА с точки зрения механических отказов, работы программного обеспечения и решение проблемы по повышению надежности БПЛА.

Одним из методов повышения надежности БПЛА может служить управление на этапе проектирования. Это управление может осуществляться в ходе системного проектирования в процессе создания БПЛА [70] и как планирование проведения ТО.

Основные виды отказов аппаратной части БПЛА:

1. Разрядка аккумуляторных батарей. Необходима их подзарядка или замена на новые.
2. Отказ двигателя. Необходима проверка проводов, идущих к двигателю и контактов. Если с ними все в порядке, то двигатель сгорел и его необходимо заменить на новый.

3. После того, как БПЛА потерпел крушение, возможны механические повреждения.

Вал одного или нескольких двигателей может вращаться со скрежетом и чрезмерным усилием. Скорей всего необходима замена мотора.

При полетах БПЛА или запуске двигателей наблюдаются посторонние шумы и вибрация. Вероятнее всего имеются повреждения корпуса или пропеллеров и нужна их замена.

Сдвинуты лучи. Необходимо сдвинуть лучи в первоначальное положение.

Основные виды отказов программной части БПЛА:

1. Нет связи передатчика и БПЛА.
2. Система стабилизации БПЛА работает плохо или неправильно. Необходимо посадить БПЛА на ровную поверхность и подождать некоторое время, после чего осуществить повторный взлет. Также на плохую работу стабилизации БПЛА оказывает влияние низкое напряжение от разряжающегося аккумулятора.

3. Некорректность данных, передаваемых с БПЛА.

Соответственно, ТО БПЛА включает контрольный осмотр с целью обнаружения отказов аппаратной и/или программной части, а также решение обнаруженных проблем: подзарядка аккумуляторных батарей, замена или ремонт двигателя, сдвиг лучей, проверка корректности передаваемых данных, переустановка программного обеспечения, обновление системы безопасности и др.

В подразделе 2.4 построена модель одноканальной СО с учетом проведения ПВ ОП по наработке. ПВ осуществляется после окончания выполнения очередного задания, во время которого достигнут определенный уровень наработки ОП. Рассмотрим функционирование БПЛА Геоксан 201 самолетного типа в соответствии с этой моделью. Такие БПЛА лучше всего подходят для работы на обширных территориях, съемок протяженных объектов на значительном удалении. Геоскан 201 способен летать до 180 минут с полезной нагрузкой (камерой), снимая до 22 км^2 за один вылет. Однако из-за особенностей конструкции аппарат должен постоянно двигаться, он не сможет зависнуть в необходимой точке или работать в ограниченном пространстве. Поэтому эффективно применяется в съемке сельскохозяйственных территорий. Пусть задания для БПЛА поступают простейшим потоком в среднем 1 раз в 7 часов. Длительность выполнения задания БПЛА имеет распределение Эрланга третьего порядка со средним значением 30 часов (имеется ввиду, что одно задание может включать несколько вылетов БПЛА). Во время выполнения задания может произойти отказ аппаратной или программной части, после чего сразу начинается АВ, включающее работы по обнаружению аппарата, его транспортировке, анализу отказа аппарата и др. Предполагается, что отказ аппарата происходит при достижении наработки, которая является СВ, имеющей распределение Эрланга четвертого порядка со средним значением 300 час. Нарботкой БПЛА на отказ считается суммарное время, затраченное аппаратом на выполнение заданий (без учета времени пребывания в состоянии ожидания задания). Отсчет наработки ведется с момента начала выполнения первого задания после окончания АВ аппарата. Длительность АВ — СВ со средним временем 4 часа. К заданию, во время выполнения которого произошел отказ, после восстановления аппарат не возвращается. ТО начинается сразу же после завершения выполнения задания, во время выполнения которого суммарное время безотказной работы аппарата после последнего АВ или ТО достигло заданного уровня τ . Отсчет наработки, как на отказ, так и на ТО аппарата, начинается в момент начала выполнения первого после ТО или АВ задания. Считается, что после проведения любого вида ремонтных работ надежность БПЛА полностью восстанавливается. Длительность проведения ТО — СВ со средним временем 1 час. При этом предполагается, что СВ, описывающие процесс функционирования БПЛА, независимы, имеют плотности распределения вероятностей, конечные математические ожидания и дисперсии соответственно. Доход за полностью

выполненное задание составляет $C_{ser} = 2000$ руб., затраты в единицу времени на проведение АВ и ТО аппарата соответственно равны $c_a = 1200$ руб./час и $c_p = 200$ руб./час.

В качестве критериев оптимальности (3.1) функционирования БПЛА приняты:

- 1) позитивный критерий — средняя удельная прибыль в единицу календарного времени $S(\tau)$, определяемая по формуле (2.40);
- 2) негативный критерий — средние удельные затраты в единицу времени исправного функционирования БПЛА $C(\tau)$ (формула (2.41));
- 3) позитивный критерий — стационарный коэффициент доступности БПЛА $K^+(\tau)$; $K^+(\tau) = p_0^*$ в (2.39);
- 4) негативный критерий — финальная вероятность пребывания БПЛА в состоянии ТО или АВ $P^-(\tau)$; $P^-(\tau) = p_2^* + p_3^*$ в (2.39);

Ограничение: показатель $P^-(\tau)$ не должен превышать определенное значение $P^- = 0,05$;

$$\left\{ \begin{array}{l} S(\tau) \rightarrow \max, \\ \tau \in T \\ C(\tau) \rightarrow \min, \\ \tau \in T \\ K^+(\tau) \rightarrow \max, \\ \tau \in T \\ P^-(\tau) \rightarrow \min, \\ \tau \in T \\ T = \{\tau \mid P^-(\tau) \leq 0,05\}. \end{array} \right. \quad (3.8)$$

В рассматриваемой задаче ограничение $\tau \in T$, $T = \{\tau \mid P^-(\tau) \leq 0,02\}$ эквивалентно $\tau \in (0; \infty)$.

Применяя общий алгоритм многокритериальной оптимизации из подраздела 3.1 к характеристикам СО, определенным в разделе 2.4, при конкретных данных, получаем следующие результаты решения задачи оптимизации в системе Maple. Программный код решения задачи многокритериальной оптимизации периодичности ТО БПЛА в Maple приведен в Приложении А.

1) При отсутствии ТО БПЛА показатели равны $S(\infty) = 42,231$ руб./час, $C(\infty) = 9,639$ руб./час, $K^+(\infty) = 0,19522$ и $P^-(\infty) = 0,00797$.

2) Оптимальные значения частных критериев (3.1) составляют $S(\tau_{opt}^S) = 51,036$ руб./час при $\tau_{opt}^S = 81,395$ час; $C(\tau_{opt}^C) = 2,402$ руб./час при $\tau_{opt}^C = 81,066$ час; $K^+(\tau_{opt}^{K^+}) = K^+(\infty) = 0,19522$ при $\tau \rightarrow \infty$ и $P^-(\tau_{opt}^{P^-}) = 0,00594$ при $\tau_{opt}^{P^-} = 206,306$ час.

3) Множество значений периодичности ТО оптимальных по Парето (3.2) для данной задачи $T = [\tau_{opt}^C; \infty) = [81,066; \infty)$.

4) Аддитивная свертка (3.3) частных критериев (3.1) при равных весовых коэффициентах $v_s = v_c = v_k = 1/4$ достигает наибольшего значения в точке $\tau_{opt}^V = 170,022$ час; при этом $S(\tau_{opt}^V) = 49,766$ руб./час, $C(\tau_{opt}^V) = 3,446$ руб./час, $K^+(\tau_{opt}^V) = 0,19005$, $P^-(\tau_{opt}^V) = 0,00604$. По абсолютной величине эти значения отличаются от оптимальных значений соответствующих частных критериев для $S(\tau)$ на 2,5%, для $C(\tau)$ на 43,4%, для $K^+(\tau)$ на 2,6%, для $P^-(\tau)$ на 1,8%.

5) Мультипликативная свертка (3.4) частных критериев (3.1) при равных весовых коэффициентах $w_s = \frac{1}{4}$, $w_c = \frac{1}{4}$, $w_p = \frac{1}{4}$ достигает наименьшего значения в точке $\tau_{opt}^W = 146,221$ час; при этом $S(\tau_{opt}^W) = 50,262$ руб./час, $C(\tau_{opt}^W) = 3,040$ руб./час, $K^+(\tau_{opt}^W) = 0,18958$, $P^-(\tau_{opt}^W) = 0,00628$. По абсолютной величине эти значения отличаются от оптимальных значений соответствующих частных критериев для $S(\tau)$ на 1,52%, для $C(\tau)$ на 26,52%, для $K^+(\tau)$ на 2,82%, для $P^-(\tau)$ на 5,75%.

6) Максиминная свертка (3.5) частных критериев (3.1) достигает наибольшего значения в точке $\tau_{opt}^R = 173,201$ час; при этом $S(\tau_{opt}^R) = 49,696$ руб./час, $C(\tau_{opt}^R) = 3,503$ руб./час, $K^+(\tau_{opt}^R) = 0,19011$, $P^-(\tau_{opt}^R) = 0,00602$. По абсолютной величине эти значения отличаются от оптимальных значений соответствующих частных критериев для $S(\tau)$ на 2,6%, для $C(\tau)$ на 45,8%, для $K^+(\tau)$ на 2,5%, для $P^-(\tau)$ на 1,5%.

7) Максиминная свертка (3.6) функций принадлежности критериев при параметрах $a_s = 5$, $a_c = 5$, $a_{K^+} = 500$, $a_{P^-} = 120$; $b_s = 49$; $b_c = 3,5$; $b_{K^+} = 0,185$; $b_{P^-} = 0,07$ достигает наибольшего значения в точке $\tau_{opt}^Q = 146,390$ час; при этом $S(\tau_{opt}^Q) = 50,258$ руб./час., $C(\tau_{opt}^Q) = 3,042$ руб./час., $p^0(\tau_{opt}^Q) = 0,18958$, $p^-(\tau_{opt}^Q) = 0,00627$. По абсолютной величине эти значения отличаются от оптимальных значений соответствующих частных критериев: для $S(\tau)$ на 1,52%, для $C(\tau)$ на 26,63%, для $p^0(\tau)$ на 2,82%, для $p^-(\tau)$ на 5,71%.

На рисунках 3.2, 3.3 приведены графики зависимостей критериев оптимальности от периодичности ТО БПЛА по наработке. На рисунке 3.4 приведены графики зависимости нормированных критериев оптимальности (относительные значения их отклонений от оптимальных значений) от периодичности ТО БПЛА по наработке. На рисунке 3.5 приведены

графики зависимости аддитивной свертки $V(\tau)$ (3.3) и мультипликативной свертки $W(\tau)$ (3.4) при равных весовых коэффициентах от периодичности ТО БПЛА по наработке. Графики зависимостей функций $\frac{S(\tau)}{S_{opt}}, \frac{C(\tau)}{C_{opt}}, \frac{K^+(\tau)}{K_{opt}^+}, \frac{P^-(\tau)}{P_{opt}^-}$ и функции их минимума $R(\tau)$ (3.5) от периодичности проведения ТО БПЛА приведены на рисунке 3.6. Графики зависимостей функций принадлежности частных критериев (1.26) от значений этих критериев $\mu_S(S), \mu_C(C), \mu_{K^+}(K^+), \mu_{P^-}(P^-)$ приведены на рисунке 3.7; пунктиром обозначены значения критериев, полученные при оптимизации по нечетким целям и соответствующие уровни функций принадлежности. Графики зависимостей функций принадлежности частных критериев (3.7) от периодичности проведения ТО БПЛА $\mu_S(S(\tau)), \mu_C(C(\tau)), \mu_{K^+}(K^+(\tau)), \mu_{P^-}(P^-(\tau))$ приведены на рисунке 3.8; пунктиром обозначены значения периодичности проведения ТО БПЛА τ , полученные при оптимизации по нечетким целям.

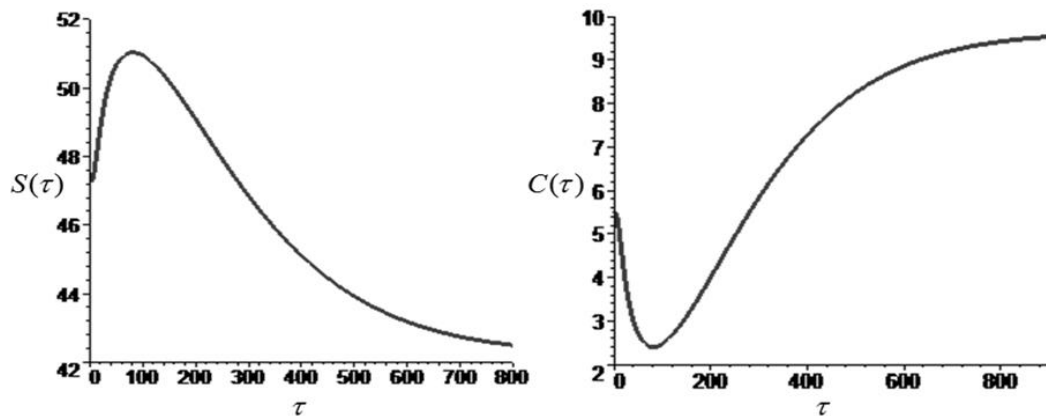


Рисунок 3.2 – Графики зависимостей средней удельной прибыли $S(\tau)$ и средних удельных затрат $C(\tau)$ от периодичности ТО БПЛА τ по наработке.

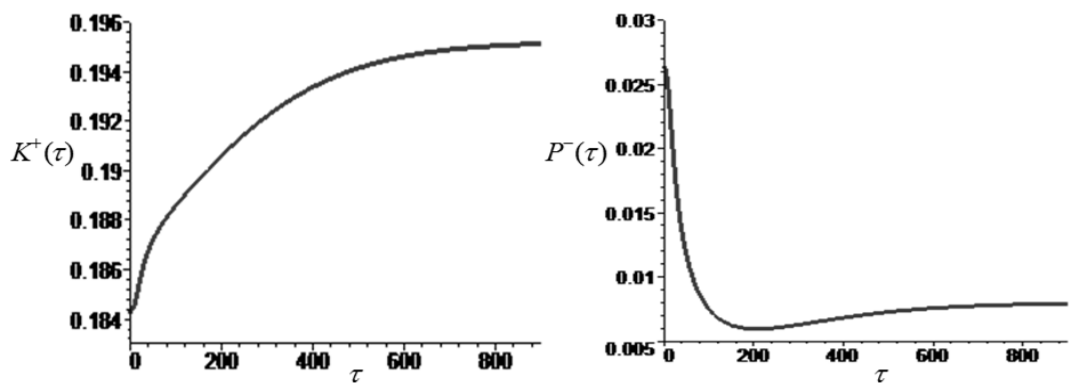


Рисунок 3.3 – Графики зависимостей стационарного коэффициента доступности $K^+(\tau)$ и финальной вероятности пребывания БПЛА в состоянии ТО или АВ $P^-(\tau)$ от периодичности ТО БПЛА τ по наработке.

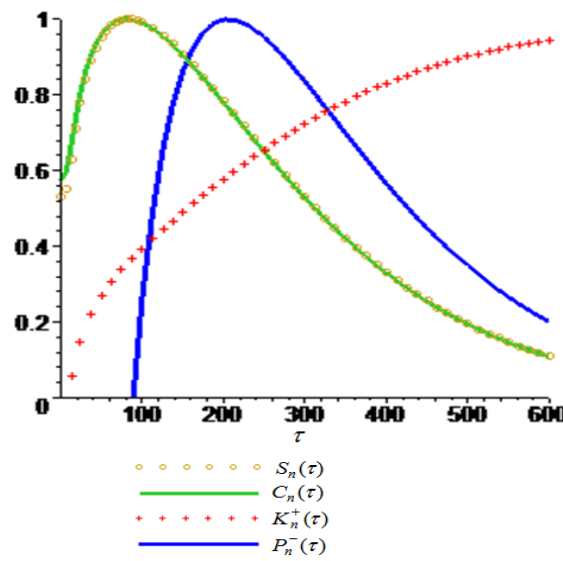


Рисунок 3.4 – Графики зависимостей нормированных критериев $S_n(\tau)$, $C_n(\tau)$, $K_n^+(\tau)$, $P_n^-(\tau)$ от периодичности ТО БПЛА τ по наработке.

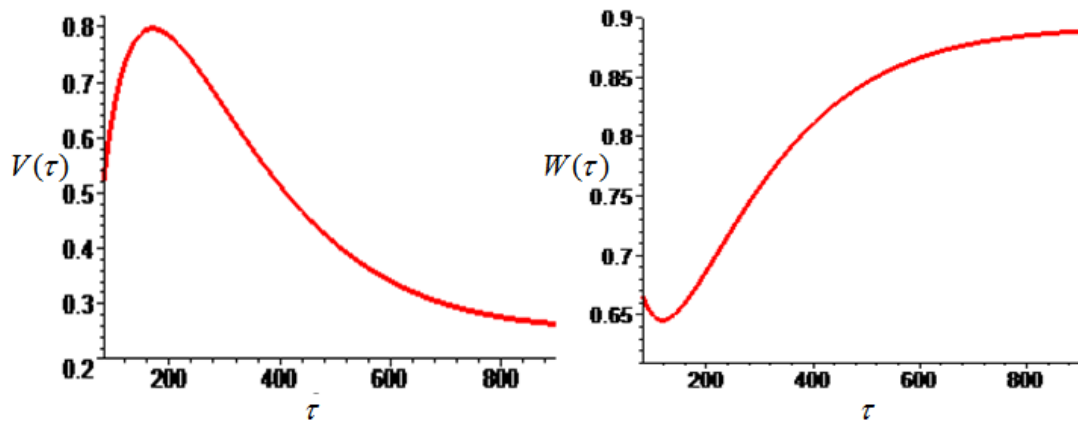


Рисунок 3.5 – Графики зависимостей аддитивной свертки $V(\tau)$ и мультипликативной свертки $W(\tau)$ при равных весовых коэффициентах от периодичности ТО БПЛА τ по наработке.

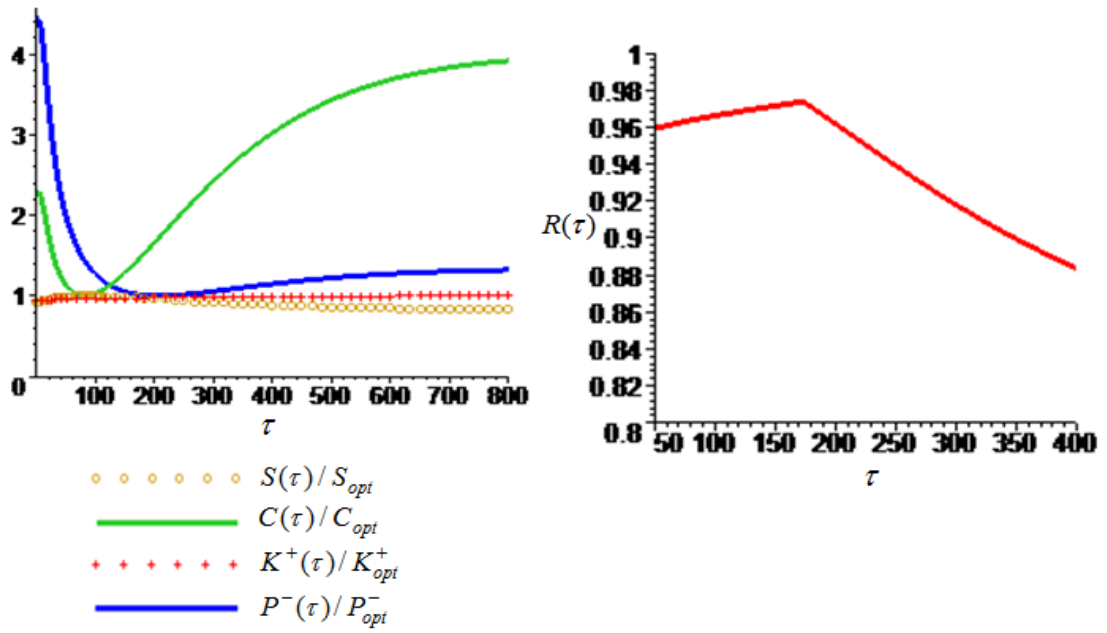


Рисунок 3.6 – Графики зависимостей функций $\frac{S(\tau)}{S_{opt}}, \frac{C(\tau)}{C_{opt}}, \frac{K^+(\tau)}{K_{opt}^+}, \frac{P^-(\tau)}{P_{opt}^-}$ и функции их минимума $R(\tau)$ от периодичности ТО БПЛА τ по наработке.

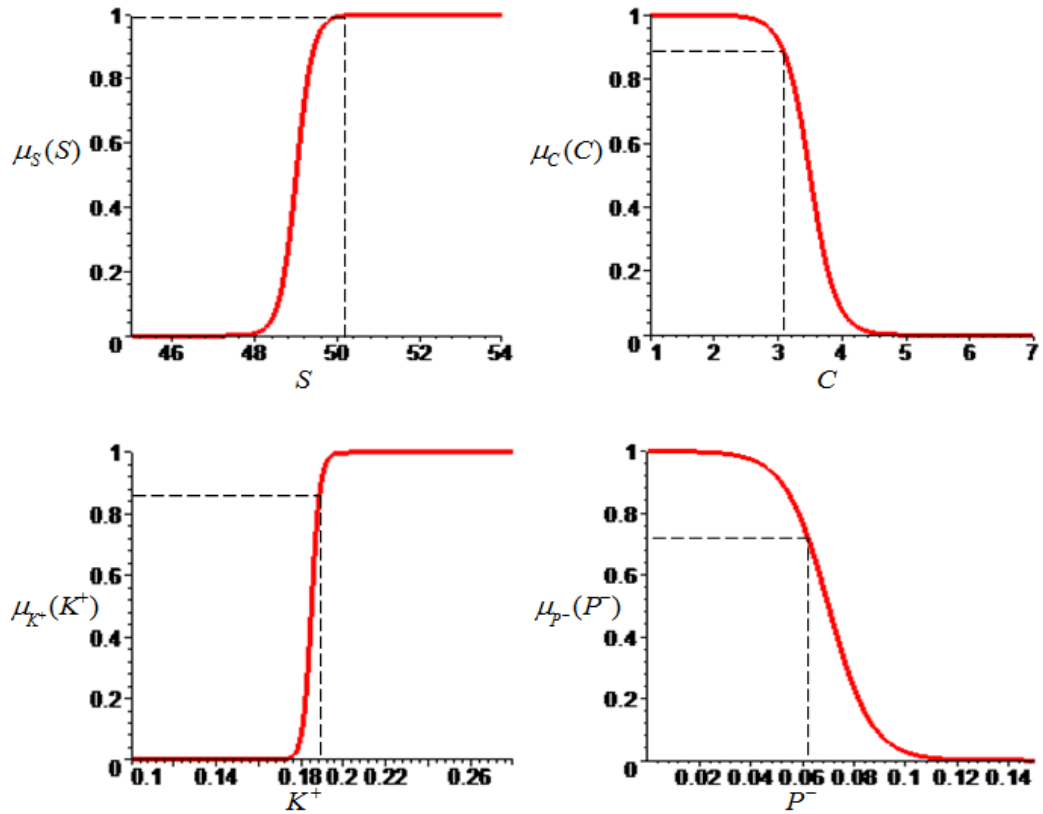


Рисунок 3.7 – Графики зависимостей функций принадлежности частных критериев

$\mu_S(S), \mu_C(C), \mu_{K^+}(K^+), \mu_{P^-}(P^-)$ от значений этих критериев S, C, K^+, P^- .

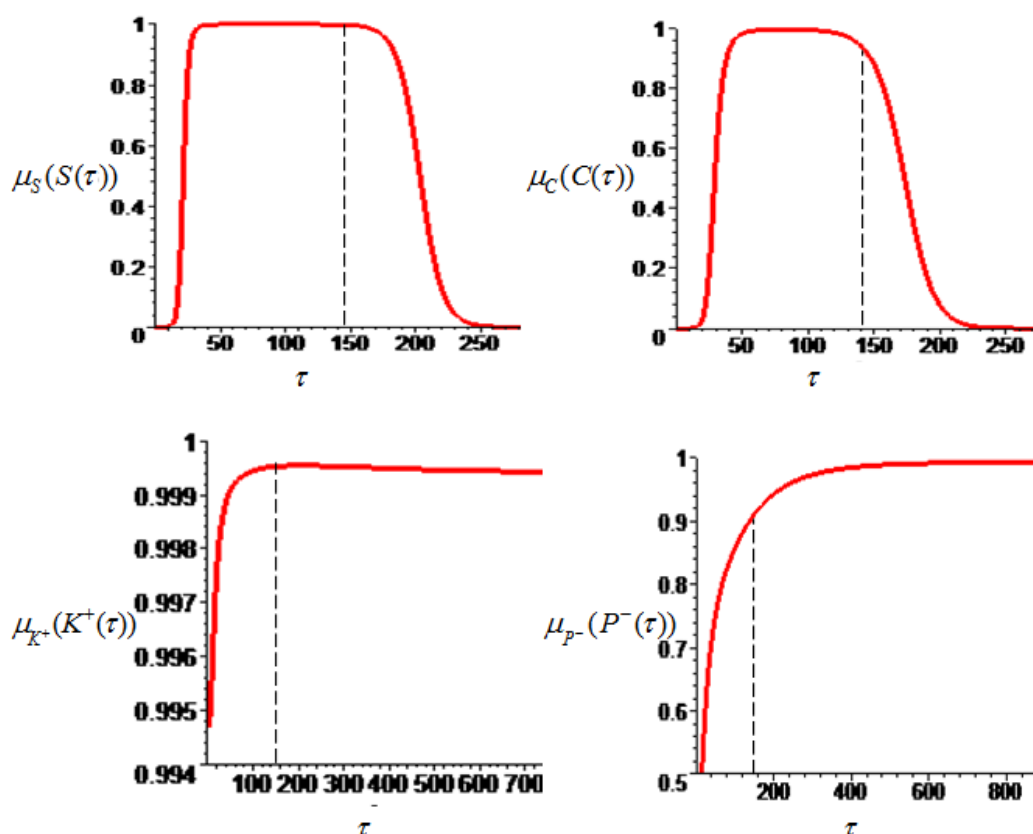


Рисунок 3.8 – Графики зависимостей функций принадлежности частных критериев от периодичности ТО БПЛА τ по наработке.

Таблица 3.1 – Результаты оптимизации периодичности ТО БПЛА

	было (без ТО)	стало (аддитивная свертка) $\tau_{opt}^V = 170,022$ (час)	стало (мультиплика- тивная свертка) $\tau_{opt}^W = 146,221$ (час)	стало (оптимизация по нечетким целям) $\tau_{opt}^Q = 146,390$ (час)	стало (максиминная свертка) $\tau_{opt}^R = 173,201$ (час)
S, руб./час	42,231	49,766	50,262	50,258	49,696
C, руб./час	9,639	3,446	3,040	3,042	3,503
K^+	0,1952	0,1901	0,1896	0,1896	0,19011
P^-	0,0080	0,0060	0,0063	0,0063	0,0060
ΔS (ε , %)		7,535 (17,8%)	8,031 (19,0%)	8,027 (19,0%)	7,465 (17,7%)
ΔC (ε , %)		6,193 (64,2%)	6,595 (68,4%)	6,597 (68,4%)	6,136 (63,7%)
ΔK^+ (ε , %)		0,0051 (2,6%)	0,0056 (2,9%)	0,0056 (2,9%)	0,0051 (2,6%)
ΔP^- (ε , %)		0,0020 (25%)	0,0017 (21,3%)	0,0017 (21,3%)	0,0020 (25%)

Заметим, что, если в условии рассмотренного примера, наработка БПЛА на отказ имеет показательное распределение с тем же средним значением, то задача оптимизации не имеет

решения, т.е. проведение ТО БПЛА не улучшает стационарные операционные и экономические показатели функционирования СО.

Зависимость оптимальной величины периодичности ТО БПЛА τ по наработке от стоимости ТО и интенсивности входящего потока заявок.

Исследуем зависимость оптимальной величины периодичности ТО БПЛА τ от исходных параметров, а именно от затрат на проведения ТО в единицу времени, c_p и интенсивности входящего потока заданий λ для БПЛА.

На рисунках 3.9 и 3.10 представлены графики зависимостей экономических характеристик от периодичности проведения ТО БПЛА при различных значениях c_p .

С увеличением значения c_p :

- увеличивается значение оптимальной периодичности проведения ТО. (Это в большей мере проявляется для частных экономических критериев, в меньшей — для многокритериальной оптимизации);
- уменьшается значение средней удельной прибыли в единицу функционирования аппарата;

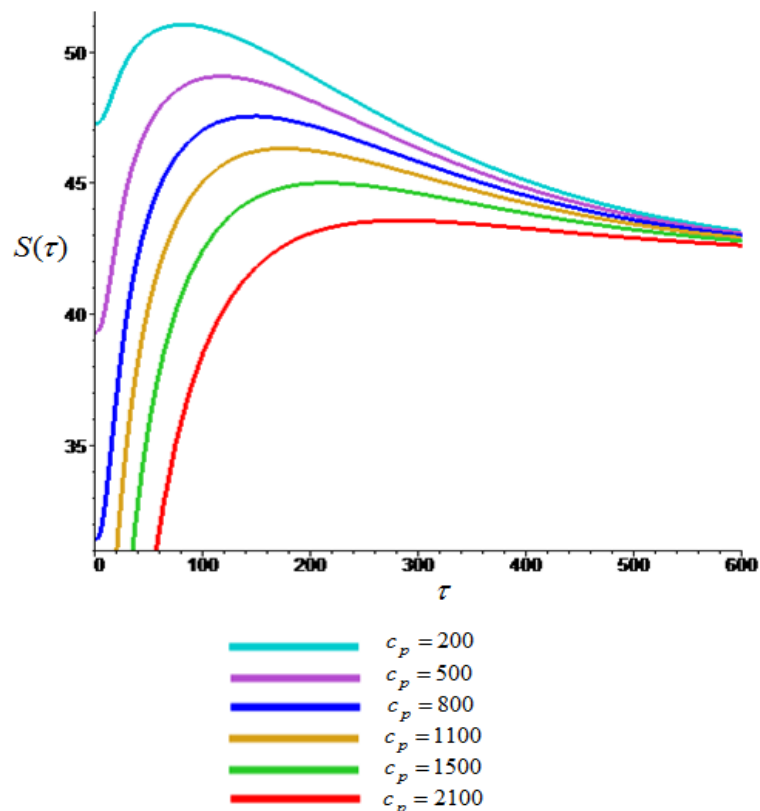


Рисунок 3.9 – Графики зависимостей средней удельной прибыли $S(\tau)$ от периодичности ТО БПЛА τ по наработке при различных значениях c_p .

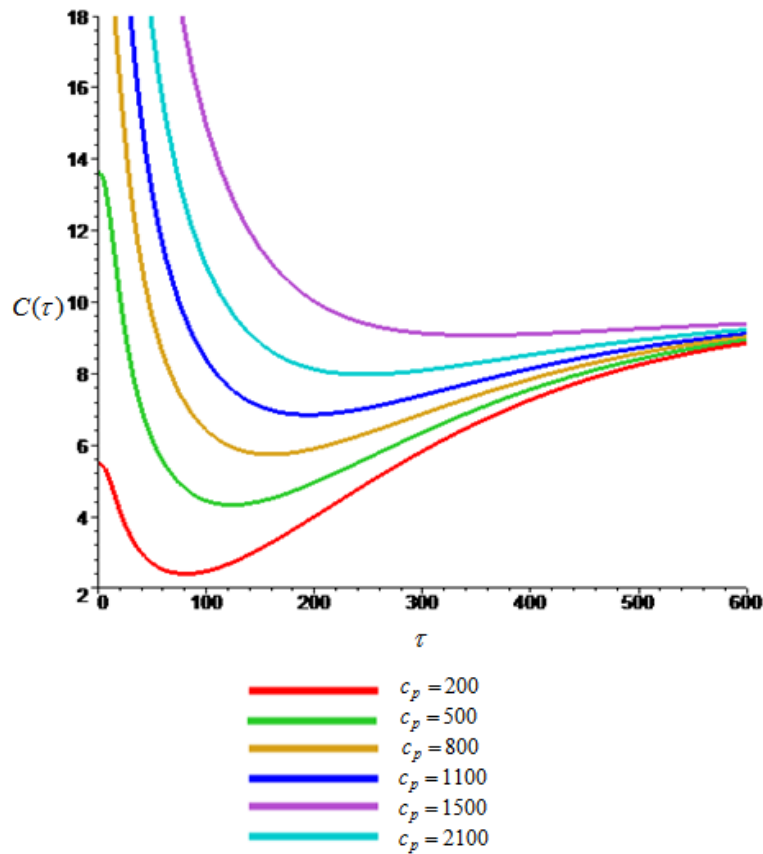


Рисунок 3.10 – Графики зависимостей средних удельных затрат $C(\tau)$ от периодичности ТО БПЛА τ по наработке при различных значениях c_p .

- увеличивается значение средних удельных затрат в единицу исправного функционирования аппарата;

- оптимум частных критериев становится менее выраженным (при значении около $c_p = 3000$ руб./час монотонной становится характеристика затрат, а при $c_p = 3650$ руб./час — характеристика прибыли).

В таблице 3.2 для сравнения приведены результаты оптимизации при двух значениях $c_p = 200$ руб./час и $c_p = 800$ руб./час с помощью аддитивной, мультипликативной и максиминной сверток, а также при нечетких целях.

В таблице 3.3 приведены значения оптимальных периодов ТО БПЛА по наработке, полученных при помощи аддитивной и мультипликативной сверток при значениях c_p от 100 руб./час до 2000 руб./час. При стоимости часа ТО 2000 руб./час значения оптимальных периодов ТО приближаются к среднему значению наработки аппарата — 300 час.

На рисунках 3.11, 3.12, 3.13 и 3.14 демонстрируется изменение вида графиков экономических и надежностных характеристик функционирования БПЛА в зависимости от интенсивности входящего потока заданий λ .

С увеличением значения λ :

- значение оптимальной периодичности ТО БПЛА по наработке для частных критериев и сверток значительно не изменяется (для значений λ из выбранного диапазона);
- увеличивается значение средней удельной прибыли в единицу функционирования БПЛА;
- увеличивается значение средних удельных затрат в единицу исправного функционирования БПЛА;
- оптимум частных экономических критериев становится более выраженным, а вероятности пребывания в состоянии АВ или ТО — менее выраженным (уже при $\lambda = \frac{1}{3}$ этот критерий достигает оптимума при $\tau \rightarrow \infty$).

В таблице 3.4 для сравнения приведены результаты оптимизации при двух значениях $\lambda = \frac{1}{7}$ и $\lambda = \frac{1}{13}$ ($c_p = 200$, все остальные данные из описанного выше примера) с помощью аддитивной, мультипликативной и максиминной сверток, а также по нечетким целям.

Таблица 3.2 – Результаты оптимизации при $c_p = 200$ руб./час и $c_p = 800$ руб./час

$c_p = 200; v_s = v_c = v_p = \frac{1}{4};$ $W_s = W_c = W_p = \frac{1}{4};$ $a_1 = 5; a_2 = 5; a_3 = 500; a_4 = 120;$ $b_1 = 49; b_2 = 3,5; b_3 = 0,185; b_4 = 0,07;$				$c_p = 800; v_s = v_c = v_p = \frac{1}{4};$ $W_s = W_c = W_p = \frac{1}{4};$ $a_1 = 5; a_2 = 5; a_3 = 500; a_4 = 120;$ $b_1 = 45; b_2 = 6,5; b_3 = 0,185; b_4 = 0,07;$			
$S(\infty)$		42,231		$S(\infty)$		42,231	
$C(\infty)$		9,639		$C(\infty)$		9,639	
$K^+(\infty)$		0,19522		$K^+(\infty)$		0,19522	
$P^-(\infty)$		0,00797		$P^-(\infty)$		0,00797	
$S(\tau_{opt}^S)$	51,036	τ_{opt}^S	81,395	$S(\tau_{opt}^S)$	47,555	τ_{opt}^S	146,221
$C(\tau_{opt}^C)$	2,402	τ_{opt}^C	81,066	$C(\tau_{opt}^C)$	5,741	τ_{opt}^C	159,238
$K^+(\tau_{opt}^{K^+})$	0,19522	$\tau_{opt}^{K^+}$	∞	$K^+(\tau_{opt}^{K^+})$	0,19522	$\tau_{opt}^{K^+}$	∞
$P^-(\tau_{opt}^{P^-})$	0,00594	$\tau_{opt}^{P^-}$	206,306	$P^-(\tau_{opt}^{P^-})$	0,00594	$\tau_{opt}^{P^-}$	206,306
$T = [\tau_{opt}^C; \infty) = [81,066; \infty)$				$T = [\tau_{opt}^S; \infty) = [146,221; \infty)$			

Продолжение таблицы 3.2

$S(\tau_{opt}^V)$	49,766	τ_{opt}^V	170,022	$S(\tau_{opt}^V)$	47,334	τ_{opt}^V	186,937
$C(\tau_{opt}^V)$	3,446			$C(\tau_{opt}^V)$	5,821		
$K^+(\tau_{opt}^V)$	0,18958			$K^+(\tau_{opt}^V)$	0,19037		
$P^-(\tau_{opt}^V)$	0,00628			$P^-(\tau_{opt}^V)$	0,00596		
$\frac{ S(\infty) - S(\tau_{opt}^V) }{S(\tau_{opt}^V)} \cdot 100\%$		15,1%		$\frac{ S(\infty) - S(\tau_{opt}^V) }{S(\tau_{opt}^V)} \cdot 100\%$		10,8%	
$\frac{ C(\infty) - C(\tau_{opt}^V) }{C(\tau_{opt}^V)} \cdot 100\%$		179,1%		$\frac{ C(\infty) - C(\tau_{opt}^V) }{C(\tau_{opt}^V)} \cdot 100\%$		65,6%	
$\frac{ K^+(\infty) - K^+(\tau_{opt}^V) }{K^+(\tau_{opt}^V)} \cdot 100\%$		2,7%		$\frac{ K^+(\infty) - K^+(\tau_{opt}^V) }{K^+(\tau_{opt}^V)} \cdot 100\%$		2,6%	
$\frac{ P^-(\infty) - P^-(\tau_{opt}^V) }{P^-(\tau_{opt}^V)} \cdot 100\%$		0,008%		$\frac{ P^-(\infty) - P^-(\tau_{opt}^V) }{P^-(\tau_{opt}^V)} \cdot 100\%$		0,009%	
$\frac{ S(\tau_{opt}^S) - S(\tau_{opt}^V) }{S(\tau_{opt}^S)} \cdot 100\%$		2,5%		$\frac{ S(\tau_{opt}^S) - S(\tau_{opt}^V) }{S(\tau_{opt}^S)} \cdot 100\%$		0,5%	
$\frac{ C(\tau_{opt}^C) - C(\tau_{opt}^V) }{C(\tau_{opt}^C)} \cdot 100\%$		43,7%		$\frac{ C(\tau_{opt}^C) - C(\tau_{opt}^V) }{C(\tau_{opt}^C)} \cdot 100\%$		1,4%	
$\frac{ K^+(\tau_{opt}^{K^+}) - K^+(\tau_{opt}^V) }{K^+(\tau_{opt}^{K^+})} \cdot 100\%$		2,6%		$\frac{ K^+(\tau_{opt}^{K^+}) - K^+(\tau_{opt}^V) }{K^+(\tau_{opt}^{K^+})} \cdot 100\%$		2,4%	
$\frac{ P^-(\tau_{opt}^{P^-}) - P^-(\tau_{opt}^V) }{P^-(\tau_{opt}^{P^-})} \cdot 100\%$		1,7%		$\frac{ P^-(\tau_{opt}^{P^-}) - P^-(\tau_{opt}^V) }{P^-(\tau_{opt}^{P^-})} \cdot 100\%$		0,5%	
$S(\tau_{opt}^W)$	50,755	τ_{opt}^W	117,199	$S(\tau_{opt}^W)$	47,388	τ_{opt}^W	181,045
$C(\tau_{opt}^W)$	2,635			$C(\tau_{opt}^W)$	5,792		
$K^+(\tau_{opt}^W)$	0,18898			$K^+(\tau_{opt}^W)$	0,19026		
$P^-(\tau_{opt}^W)$	0,00687			$P^-(\tau_{opt}^W)$	0,00598		
$\frac{ S(\infty) - S(\tau_{opt}^W) }{S(\tau_{opt}^W)} \cdot 100\%$		16,8%		$\frac{ S(\infty) - S(\tau_{opt}^W) }{S(\tau_{opt}^W)} \cdot 100\%$		10,9%	
$\frac{ C(\infty) - C(\tau_{opt}^W) }{C(\tau_{opt}^W)} \cdot 100\%$		265,7%		$\frac{ C(\infty) - C(\tau_{opt}^W) }{C(\tau_{opt}^W)} \cdot 100\%$		66,4%	
$\frac{ K^+(\infty) - K^+(\tau_{opt}^W) }{K^+(\tau_{opt}^W)} \cdot 100\%$		3,3%		$\frac{ K^+(\infty) - K^+(\tau_{opt}^W) }{K^+(\tau_{opt}^W)} \cdot 100\%$		2,6%	
$\frac{ P^-(\infty) - P^-(\tau_{opt}^W) }{P^-(\tau_{opt}^W)} \cdot 100\%$		0,005%		$\frac{ P^-(\infty) - P^-(\tau_{opt}^W) }{P^-(\tau_{opt}^W)} \cdot 100\%$		0,009%	

Продолжение таблицы 3.2

$\frac{ S(\tau_{opt}^S) - S(\tau_{opt}^W) }{S(\tau_{opt}^S)} \cdot 100\%$		0,5%		$\frac{ S(\tau_{opt}^S) - S(\tau_{opt}^W) }{S(\tau_{opt}^S)} \cdot 100\%$		0,4%	
$\frac{ C(\tau_{opt}^C) - C(\tau_{opt}^W) }{C(\tau_{opt}^C)} \cdot 100\%$		9,7%		$\frac{ C(\tau_{opt}^C) - C(\tau_{opt}^W) }{C(\tau_{opt}^C)} \cdot 100\%$		0,9%	
$\frac{ K^+\left(\tau_{opt}^{K^+}\right) - K^+\left(\tau_{opt}^W\right) }{K^+\left(\tau_{opt}^{K^+}\right)} \cdot 100\%$		3,1%		$\frac{ K^+\left(\tau_{opt}^{K^+}\right) - K^+\left(\tau_{opt}^W\right) }{K^+\left(\tau_{opt}^{K^+}\right)} \cdot 100\%$		2,5%	
$\frac{ P^-\left(\tau_{opt}^{P^-}\right) - P^-\left(\tau_{opt}^W\right) }{P^-\left(\tau_{opt}^{P^-}\right)} \cdot 100\%$		15,8%.		$\frac{ P^-\left(\tau_{opt}^{P^-}\right) - P^-\left(\tau_{opt}^W\right) }{P^-\left(\tau_{opt}^{P^-}\right)} \cdot 100\%$		0,8%	
$S(\tau_{opt}^Q)$	50,258	τ_{opt}^Q	146,390	$S(\tau_{opt}^Q)$	47,150	τ_{opt}^Q	204,150
$C(\tau_{opt}^Q)$	3,042			$C(\tau_{opt}^Q)$	5,932		
$K^+\left(\tau_{opt}^Q\right)$	0,18958			$K^+\left(\tau_{opt}^Q\right)$	0,19069		
$P^-\left(\tau_{opt}^Q\right)$	0,00627			$P^-\left(\tau_{opt}^Q\right)$	0,00594		
$\frac{ S(\infty) - S(\tau_{opt}^Q) }{S(\tau_{opt}^Q)} \cdot 100\%$		15,97%		$\frac{ S(\infty) - S(\tau_{opt}^Q) }{S(\tau_{opt}^Q)} \cdot 100\%$		10,43%	
$\frac{ C(\infty) - C(\tau_{opt}^Q) }{C(\tau_{opt}^Q)} \cdot 100\%$		216,82%		$\frac{ C(\infty) - C(\tau_{opt}^Q) }{C(\tau_{opt}^Q)} \cdot 100\%$		62,49%	
$\frac{ K^+(\infty) - K^+\left(\tau_{opt}^Q\right) }{K^+\left(\tau_{opt}^Q\right)} \cdot 100\%$		2,97%		$\frac{ K^+(\infty) - K^+\left(\tau_{opt}^Q\right) }{K^+\left(\tau_{opt}^Q\right)} \cdot 100\%$		2,38%	
$\frac{ P^-(\infty) - P^-\left(\tau_{opt}^Q\right) }{P^-\left(\tau_{opt}^Q\right)} \cdot 100\%$		0,007%		$\frac{ P^-(\infty) - P^-\left(\tau_{opt}^Q\right) }{P^-\left(\tau_{opt}^Q\right)} \cdot 100\%$		0,009%	
$\frac{ S(\tau_{opt}^S) - S(\tau_{opt}^Q) }{S(\tau_{opt}^S)} \cdot 100\%$		1,52%		$\frac{ S(\tau_{opt}^S) - S(\tau_{opt}^Q) }{S(\tau_{opt}^S)} \cdot 100\%$		0,85%	
$\frac{ C(\tau_{opt}^C) - C(\tau_{opt}^Q) }{C(\tau_{opt}^C)} \cdot 100\%$		26,63%		$\frac{ C(\tau_{opt}^C) - C(\tau_{opt}^Q) }{C(\tau_{opt}^C)} \cdot 100\%$		3,3%	
$\frac{ K^+\left(\tau_{opt}^{K^+}\right) - K^+\left(\tau_{opt}^Q\right) }{K^+\left(\tau_{opt}^{K^+}\right)} \cdot 100\%$		2,82%		$\frac{ K^+\left(\tau_{opt}^{K^+}\right) - K^+\left(\tau_{opt}^Q\right) }{K^+\left(\tau_{opt}^{K^+}\right)} \cdot 100\%$		2,3%	

Продолжение таблицы 3.2

$\frac{\left P^{-}\left(\tau_{opt}^{P^{-}}\right)-P^{-}\left(\tau_{opt}^{Q}\right)\right }{P^{-}\left(\tau_{opt}^{P^{-}}\right)} \cdot 100 \%$		5,71%.		$\frac{\left P^{-}\left(\tau_{opt}^{P^{-}}\right)-P^{-}\left(\tau_{opt}^{Q}\right)\right }{P^{-}\left(\tau_{opt}^{P^{-}}\right)} \cdot 100 \%$		0,01%	
$S\left(\tau_{opt}^R\right)$	49,695	τ_{opt}^R	173,20 1	$S\left(\tau_{opt}^R\right)$	46,617	τ_{opt}^R	244,603
$C\left(\tau_{opt}^R\right)$	3,503			$C\left(\tau_{opt}^R\right)$	6,293		
$K^{+}\left(\tau_{opt}^R\right)$	0,19011			$K^{+}\left(\tau_{opt}^R\right)$	0,19138		
$P^{-}\left(\tau_{opt}^R\right)$	0,00602			$P^{-}\left(\tau_{opt}^R\right)$	0,00601		
$\frac{\left S\left(\infty\right)-S\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{S\left(\tau_{opt}^R\right)} \cdot 100 \%$		15,0%		$\frac{\left S\left(\infty\right)-S\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{S\left(\tau_{opt}^R\right)} \cdot 100 \%$		9,4%	
$\frac{\left C\left(\infty\right)-C\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{C\left(\tau_{opt}^R\right)} \cdot 100 \%$		175,2%		$\frac{\left C\left(\infty\right)-C\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{C\left(\tau_{opt}^R\right)} \cdot 100 \%$		53,2%	
$\frac{\left K^{+}\left(\infty\right)-K^{+}\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{K^{+}\left(\tau_{opt}^R\right)} \cdot 100 \%$		2,7%		$\frac{\left K^{+}\left(\infty\right)-K^{+}\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{K^{+}\left(\tau_{opt}^R\right)} \cdot 100 \%$		2,0%	
$\frac{\left P^{-}\left(\infty\right)-P^{-}\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{P^{-}\left(\tau_{opt}^R\right)} \cdot 100 \%$		0,009%		$\frac{\left P^{-}\left(\infty\right)-P^{-}\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{P^{-}\left(\tau_{opt}^R\right)} \cdot 100 \%$		0,009%	
$\frac{\left S\left(\tau_{opt}^S\right)-S\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{S\left(\tau_{opt}^S\right)} \cdot 100 \%$		2,6%		$\frac{\left S\left(\tau_{opt}^S\right)-S\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{S\left(\tau_{opt}^S\right)} \cdot 100 \%$		1,9%	
$\frac{\left C\left(\tau_{opt}^C\right)-C\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{C\left(\tau_{opt}^C\right)} \cdot 100 \%$		45,8%		$\frac{\left C\left(\tau_{opt}^C\right)-C\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{C\left(\tau_{opt}^C\right)} \cdot 100 \%$		3,3%	
$\frac{\left K^{+}\left(\tau_{opt}^{K^{+}}\right)-K^{+}\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{K^{+}\left(\tau_{opt}^{K^{+}}\right)} \cdot 100 \%$		2,5%		$\frac{\left K^{+}\left(\tau_{opt}^{K^{+}}\right)-K^{+}\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{K^{+}\left(\tau_{opt}^{K^{+}}\right)} \cdot 100 \%$		9,6%	
$\frac{\left P^{-}\left(\tau_{opt}^{P^{-}}\right)-P^{-}\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{P^{-}\left(\tau_{opt}^{P^{-}}\right)} \cdot 100 \%$		1,5%		$\frac{\left P^{-}\left(\tau_{opt}^{P^{-}}\right)-P^{-}\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{P^{-}\left(\tau_{opt}^{P^{-}}\right)} \cdot 100 \%$		1,3%	

Таблица 3.3 – Значения оптимальных периодов ТО БПЛА по наработке при значениях c_p от 100 руб/час. до 2000 руб/час.

c_p	100	150	200	250	300	350	400	450	500
τ_{opt}^V	169,301	169,551	170,022	170,675	171,486	172,443	173,538	174,764	176,119
τ_{opt}^W	92,920	106,626	117,199	125,918	133,405	140,012	145,959	151,392	156,413
τ_{opt}^R	157,901	165,891	173,201	180,112	186,605	192,894	198,994	204,921	210,852

Продолжение таблицы 3.3

c_p	550	600	650	700	750	800	850	900
τ_{opt}^V	177,601	179,211	180,947	182,813	184,808	186,937	189,201	191,605
τ_{opt}^W	161,097	165,500	169,665	173,627	177,413	181,043	184,542	187,920
τ_{opt}^R	216,573	222,268	227,846	233,481	239,048	244,619	250,286	255,865

Продолжение таблицы 3.3

c_p	950	1000	1050	1100	1150	1200	1300	1400
τ_{opt}^V	194,152	196,847	199,696	202,703	205,875	209,220	216,457	224,488
τ_{opt}^W	191,192	194,368	197,460	200,475	203,422	206,305	211,909	217,325
τ_{opt}^R	261,436	267,182	272,830	278,528	284,450	290,351	302,371	314,748

Продолжение таблицы 3.3

c_p	1500	1600	1700	1800	1900	2000
τ_{opt}^V	233,400	243,301	254,324	266,634	280,440	296,010
τ_{opt}^W	222,589	227,728	232,765	237,722	242,619	247,472
τ_{opt}^R	327,629	340,914	354,356	369,470	384,702	400,911

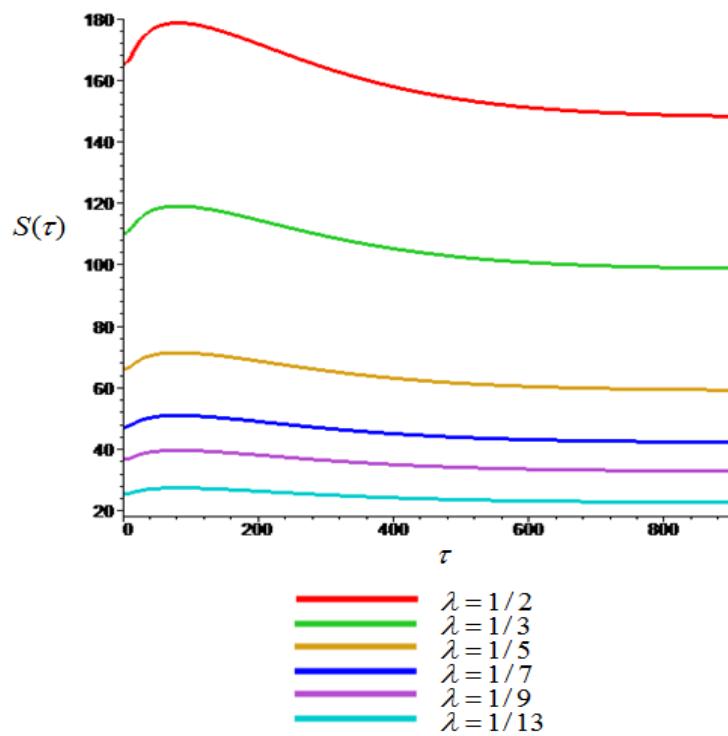


Рисунок 3.11 – Графики зависимостей средней удельной прибыли $S(\tau)$ от величины периодичности ТО БПЛА τ по наработке при различных значениях λ .

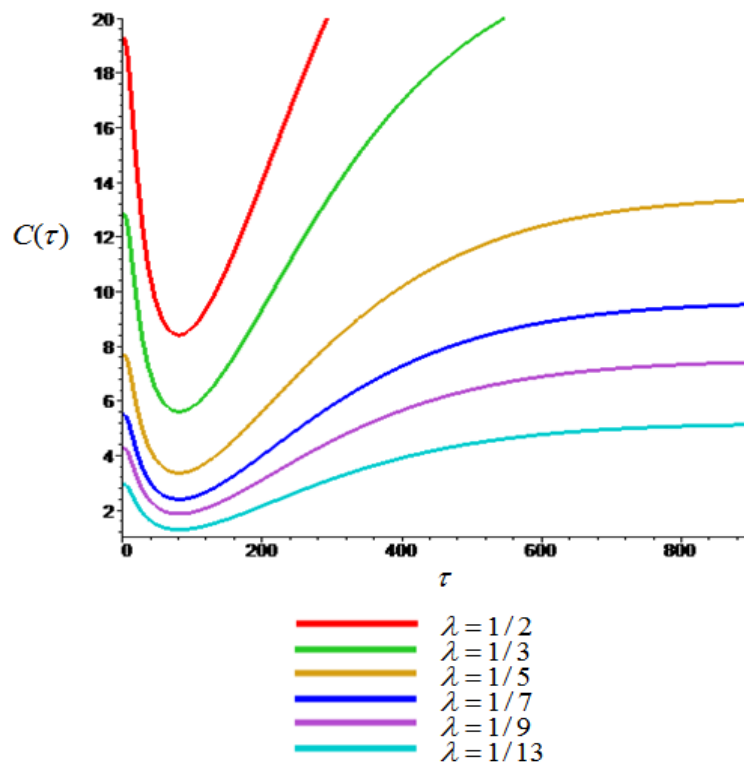


Рисунок 3.12 – Графики зависимости средних удельных затрат $C(\tau)$ от величины периодичности ТО БПЛА τ по наработке при различных значениях λ .

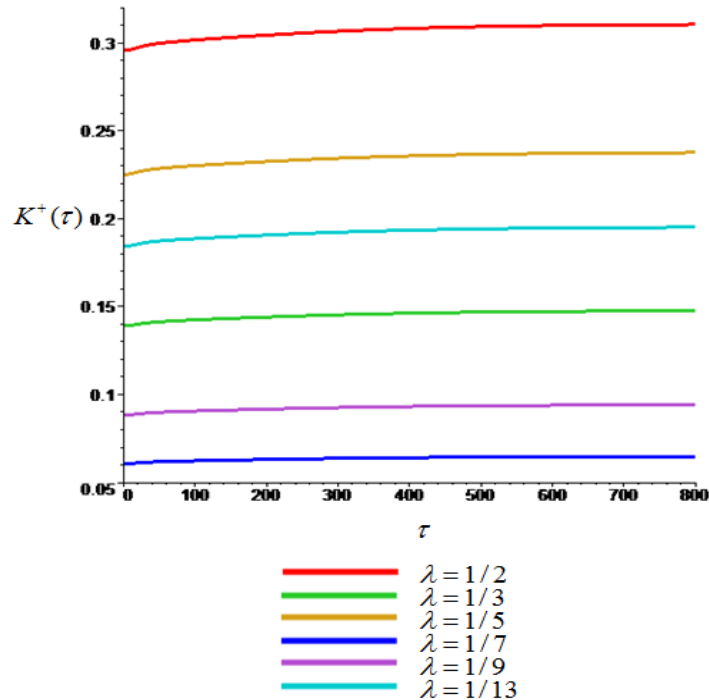


Рисунок 3.13 – Графики зависимости финальной вероятности пребывания аппарата в состоянии ожидания задания $K^+(\tau)$ от величины периодичности ТО БПЛА τ по наработке при различных значениях λ .

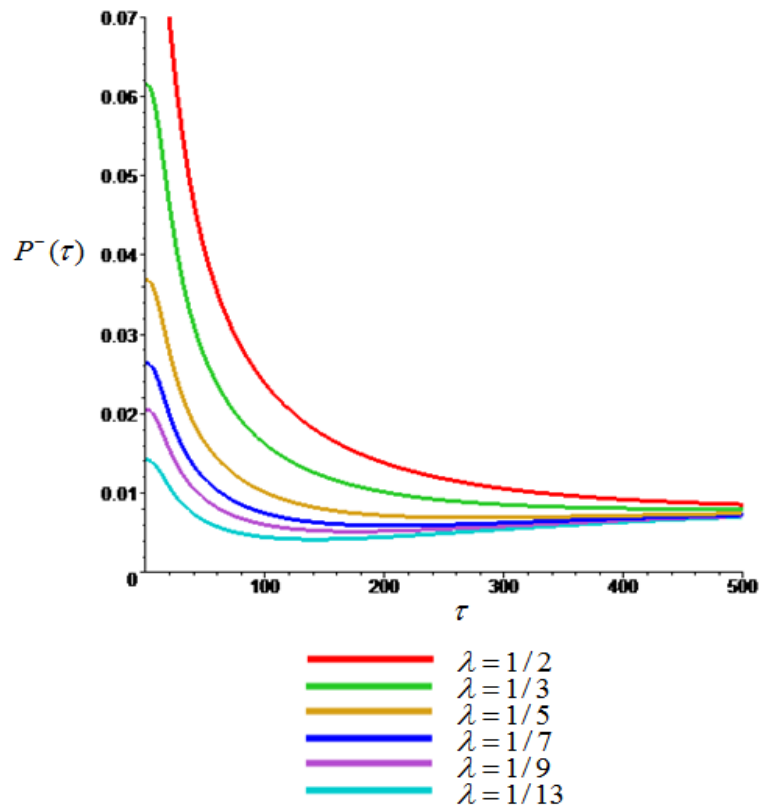


Рисунок 3.14 – Графики зависимости финальной вероятности пребывания аппарата в состоянии ТО или АВ $P^-(\tau)$ от величины периодичности ТО БПЛА τ по наработке при различных значениях λ .

На рисунке 3.15 отображена зависимость, заданная в таблице 3.3.

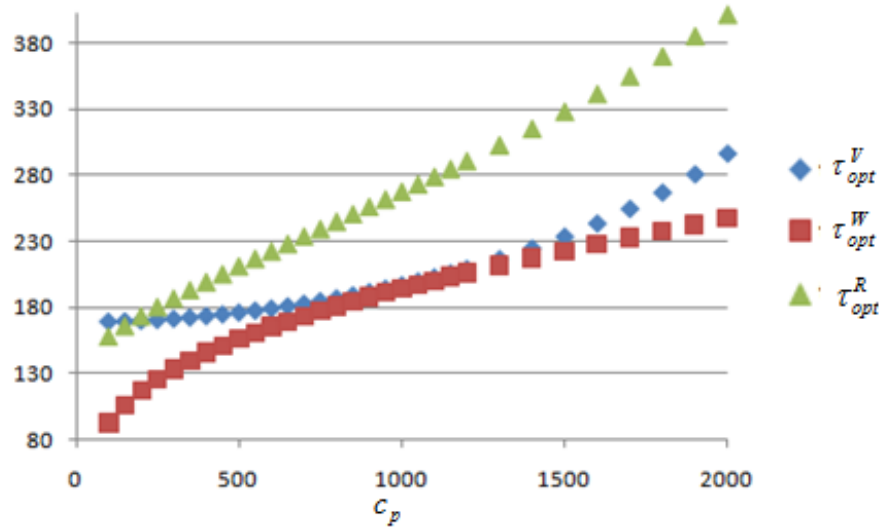


Рисунок 3.15 – Графики зависимостей оптимальных значений периодичности ТО БПЛА по наработке от величины стоимости ТО c_p .

τ_{opt}^V — при использовании аддитивной свертки;

τ_{opt}^W — при использовании мультипликативной свертки.

Таблица 3.4 – Результаты оптимизации при двух значениях $\lambda = \frac{1}{7}$ и $\lambda = \frac{1}{13}$

$\lambda = \frac{1}{7}; \ v_s = v_c = v_p = \frac{1}{4}; \ W_s = W_c = W_p = \frac{1}{4};$ $a_1 = 5; a_2 = 5; a_3 = 500; a_4 = 120;$ $b_1 = 49; b_2 = 3,5; b_3 = 0,185; b_4 = 0,07;$				$\lambda = \frac{1}{13}; \ v_s = v_c = v_p = \frac{1}{4}; \ W_s = W_c = W_p = \frac{1}{4};$ $a_1 = 5; a_2 = 5; a_3 = 500; a_4 = 120;$ $b_1 = 42; b_2 = 3; b_3 = 0,3; b_4 = 0,07;$			
$S(\infty)$		42,231		$S(\infty)$		36,178	
$C(\infty)$		9,639		$C(\infty)$		8,247	
$K^+(\infty)$		0,19522		$K^+(\infty)$		0,31058	
$P^-(\infty)$		0,00797		$P^-(\infty)$		0,00683	
$S(\tau_{opt}^S)$	51,036	τ_{opt}^S	81,395	$S(\tau_{opt}^S)$	43,949	τ_{opt}^S	79,737
$C(\tau_{opt}^C)$	2,402	τ_{opt}^C	81,066	$C(\tau_{opt}^C)$	2,066	τ_{opt}^C	81,114
$K^+(\tau_{opt}^{K^+})$	0,19522	$\tau_{opt}^{K^+}$	∞	$K^+(\tau_{opt}^{K^+})$	0,31058	$\tau_{opt}^{K^+}$	∞
$P^-(\tau_{opt}^{P^-})$	0,00594	$\tau_{opt}^{P^-}$	206,306	$P^-(\tau_{opt}^{P^-})$	0.00510	$\tau_{opt}^{P^-}$	206,927
$T = [\tau_{opt}^C; \infty) = [81,066; \infty)$				$T = [\tau_{opt}^S; \infty) = [79,737; \infty)$			
$S(\tau_{opt}^V)$	49,766	τ_{opt}^V	170,022	$S(\tau_{opt}^V)$	42,786	τ_{opt}^V	170,472
$C(\tau_{opt}^V)$	3,446			$C(\tau_{opt}^V)$	2,967		
$K^+(\tau_{opt}^V)$	0,18958			$K^+(\tau_{opt}^V)$	0,30352		
$P^-(\tau_{opt}^V)$	0,00628			$P^-(\tau_{opt}^V)$	0,00519		
$\frac{ S(\infty) - S(\tau_{opt}^V) }{S(\tau_{opt}^V)} \cdot 100\%$		15,1%		$\frac{ S(\infty) - S(\tau_{opt}^V) }{S(\tau_{opt}^V)} \cdot 100\%$		15,4%	
$\frac{ C(\infty) - C(\tau_{opt}^V) }{C(\tau_{opt}^V)} \cdot 100\%$		179,1%		$\frac{ C(\infty) - C(\tau_{opt}^V) }{C(\tau_{opt}^V)} \cdot 100\%$		177,9%	
$\frac{ K^+(\infty) - K^+(\tau_{opt}^V) }{K^+(\tau_{opt}^V)} \cdot 100\%$		2,7%		$\frac{ K^+(\infty) - K^+(\tau_{opt}^V) }{K^+(\tau_{opt}^V)} \cdot 100\%$		2,3%	
$\frac{ P^-(\infty) - P^-(\tau_{opt}^V) }{P^-(\tau_{opt}^V)} \cdot 100\%$		0,008%		$\frac{ P^-(\infty) - P^-(\tau_{opt}^V) }{P^-(\tau_{opt}^V)} \cdot 100\%$		0,007%	
$\frac{ S(\tau_{opt}^S) - S(\tau_{opt}^V) }{S(\tau_{opt}^S)} \cdot 100\%$		2,5%		$\frac{ S(\tau_{opt}^S) - S(\tau_{opt}^V) }{S(\tau_{opt}^S)} \cdot 100\%$		2,7%	
$\frac{ C(\tau_{opt}^C) - C(\tau_{opt}^V) }{C(\tau_{opt}^C)} \cdot 100\%$		43,7%		$\frac{ C(\tau_{opt}^C) - C(\tau_{opt}^V) }{C(\tau_{opt}^C)} \cdot 100\%$		43,6%	
$\frac{ K^+(\tau_{opt}^{K^+}) - K^+(\tau_{opt}^V) }{K^+(\tau_{opt}^{K^+})} \cdot 100\%$		2,6%		$\frac{ K^+(\tau_{opt}^{K^+}) - K^+(\tau_{opt}^V) }{K^+(\tau_{opt}^{K^+})} \cdot 100\%$		2,2%	

Продолжение таблицы 3.4

$\frac{\left P^{-}\left(\tau_{opt}^{P^{-}}\right)-P^{-}\left(\tau_{opt}^{V}\right)\right }{P^{-}\left(\tau_{opt}^{P^{-}}\right)} \cdot 100 \%$		1,7%		$\frac{\left P^{-}\left(\tau_{opt}^{P^{-}}\right)-P^{-}\left(\tau_{opt}^{V}\right)\right }{P^{-}\left(\tau_{opt}^{P^{-}}\right)} \cdot 100 \%$		1,8%	
$S\left(\tau_{opt}^{W}\right)$	50,755	τ_{opt}^{W}	117,199	$S\left(\tau_{opt}^{W}\right)$	43,674	τ_{opt}^{W}	117,632
$C\left(\tau_{opt}^{W}\right)$	2,635			$C\left(\tau_{opt}^{W}\right)$	2,270		
$K^{+}\left(\tau_{opt}^{W}\right)$	0,18898			$K^{+}\left(\tau_{opt}^{W}\right)$	0,30204		
$P^{-}\left(\tau_{opt}^{W}\right)$	0,00687			$P^{-}\left(\tau_{opt}^{W}\right)$	0,00590		
$\frac{\left S(\infty)-S\left(\tau_{opt}^{W}\right)\right }{S\left(\tau_{opt}^{W}\right)} \cdot 100 \%$		16,8%		$\frac{\left S(\infty)-S\left(\tau_{opt}^{W}\right)\right }{S\left(\tau_{opt}^{W}\right)} \cdot 100 \%$		17,2%	
$\frac{\left C(\infty)-C\left(\tau_{opt}^{W}\right)\right }{C\left(\tau_{opt}^{W}\right)} \cdot 100 \%$		265,7%		$\frac{\left C(\infty)-C\left(\tau_{opt}^{W}\right)\right }{C\left(\tau_{opt}^{W}\right)} \cdot 100 \%$		263,3%	
$\frac{\left K^{+}(\infty)-K^{+}\left(\tau_{opt}^{W}\right)\right }{K^{+}\left(\tau_{opt}^{W}\right)} \cdot 100 \%$		3,3%		$\frac{\left K^{+}(\infty)-K^{+}\left(\tau_{opt}^{W}\right)\right }{K^{+}\left(\tau_{opt}^{W}\right)} \cdot 100 \%$		2,8%	
$\frac{\left P^{-}(\infty)-P^{-}\left(\tau_{opt}^{W}\right)\right }{P^{-}\left(\tau_{opt}^{W}\right)} \cdot 100 \%$		0,005%		$\frac{\left P^{-}(\infty)-P^{-}\left(\tau_{opt}^{W}\right)\right }{P^{-}\left(\tau_{opt}^{W}\right)} \cdot 100 \%$		0,004%	
$\frac{\left S\left(\tau_{opt}^{S}\right)-S\left(\tau_{opt}^{W}\right)\right }{S\left(\tau_{opt}^{S}\right)} \cdot 100 \%$		0,5%		$\frac{\left S\left(\tau_{opt}^{S}\right)-S\left(\tau_{opt}^{W}\right)\right }{S\left(\tau_{opt}^{S}\right)} \cdot 100 \%$		0,6%	
$\frac{\left C\left(\tau_{opt}^{C}\right)-C\left(\tau_{opt}^{W}\right)\right }{C\left(\tau_{opt}^{C}\right)} \cdot 100 \%$		9,7%		$\frac{\left C\left(\tau_{opt}^{C}\right)-C\left(\tau_{opt}^{W}\right)\right }{C\left(\tau_{opt}^{C}\right)} \cdot 100 \%$		0,9%	
$\frac{\left K^{+}\left(\tau_{opt}^{K^{+}}\right)-K^{+}\left(\tau_{opt}^{W}\right)\right }{K^{+}\left(\tau_{opt}^{K^{+}}\right)} \cdot 100 \%$		3,1%,		$\frac{\left K^{+}\left(\tau_{opt}^{K^{+}}\right)-K^{+}\left(\tau_{opt}^{W}\right)\right }{K^{+}\left(\tau_{opt}^{K^{+}}\right)} \cdot 100 \%$		9,9%	
$\frac{\left P^{-}\left(\tau_{opt}^{P^{-}}\right)-P^{-}\left(\tau_{opt}^{W}\right)\right }{P^{-}\left(\tau_{opt}^{P^{-}}\right)} \cdot 100 \%$		15,8%.		$\frac{\left P^{-}\left(\tau_{opt}^{P^{-}}\right)-P^{-}\left(\tau_{opt}^{W}\right)\right }{P^{-}\left(\tau_{opt}^{P^{-}}\right)} \cdot 100 \%$		15,7%	
$S\left(\tau_{opt}^{Q}\right)$	50,258	τ_{opt}^{Q}	146,390	$S\left(\tau_{opt}^{Q}\right)$	43,128	τ_{opt}^{Q}	152,320
$C\left(\tau_{opt}^{Q}\right)$	3,042			$C\left(\tau_{opt}^{Q}\right)$	2,698		
$K^{+}\left(\tau_{opt}^{Q}\right)$	0,18958			$K^{+}\left(\tau_{opt}^{Q}\right)$	0,30302		
$P^{-}\left(\tau_{opt}^{Q}\right)$	0,00627			$P^{-}\left(\tau_{opt}^{Q}\right)$	0,00533		
$\frac{\left S(\infty)-S\left(\tau_{opt}^{Q}\right)\right }{S\left(\tau_{opt}^{Q}\right)} \cdot 100 \%$		15,97%		$\frac{\left S(\infty)-S\left(\tau_{opt}^{Q}\right)\right }{S\left(\tau_{opt}^{Q}\right)} \cdot 100 \%$		16,12%	
$\frac{\left C(\infty)-C\left(\tau_{opt}^{Q}\right)\right }{C\left(\tau_{opt}^{Q}\right)} \cdot 100 \%$		216,82%		$\frac{\left C(\infty)-C\left(\tau_{opt}^{Q}\right)\right }{C\left(\tau_{opt}^{Q}\right)} \cdot 100 \%$		205,74%	
$\frac{\left K^{+}(\infty)-K^{+}\left(\tau_{opt}^{Q}\right)\right }{K^{+}\left(\tau_{opt}^{Q}\right)} \cdot 100 \%$		2,97%		$\frac{\left K^{+}(\infty)-K^{+}\left(\tau_{opt}^{Q}\right)\right }{K^{+}\left(\tau_{opt}^{Q}\right)} \cdot 100 \%$		2,49%	

Продолжение таблицы 3.4

$\frac{ P^-(\infty)-P^-(\tau_{opt}^Q) }{P^-(\tau_{opt}^Q)}.100\%$		0,007%		$\frac{ P^-(\infty)-P^-(\tau_{opt}^Q) }{P^-(\tau_{opt}^Q)}.100\%$		0,007%	
$\frac{ S(\tau_{opt}^S)-S(\tau_{opt}^Q) }{S(\tau_{opt}^S)}.100\%$		1,52%		$\frac{ S(\tau_{opt}^S)-S(\tau_{opt}^Q) }{S(\tau_{opt}^S)}.100\%$		1,87%	
$\frac{ C(\tau_{opt}^C)-C(\tau_{opt}^Q) }{C(\tau_{opt}^C)}.100\%$		26,63%		$\frac{ C(\tau_{opt}^C)-C(\tau_{opt}^Q) }{C(\tau_{opt}^C)}.100\%$		30,55%	
$\frac{ K^+(\tau_{opt}^{K^+})-K^+(\tau_{opt}^Q) }{K^+(\tau_{opt}^{K^+})}.100\%$		2,82%		$\frac{ K^+(\tau_{opt}^{K^+})-K^+(\tau_{opt}^Q) }{K^+(\tau_{opt}^{K^+})}.100\%$		2,37%	
$\frac{ P^-(\tau_{opt}^{P^-})-P^-(\tau_{opt}^Q) }{P^-(\tau_{opt}^{P^-})}.100\%$		5,71%.		$\frac{ P^-(\tau_{opt}^{P^-})-P^-(\tau_{opt}^Q) }{P^-(\tau_{opt}^{P^-})}.100\%$		4,53%	
$S(\tau_{opt}^R)$	49,695	τ_{opt}^R	173,201	$S(\tau_{opt}^R)$	42,919	τ_{opt}^R	163,598
$C(\tau_{opt}^R)$	3,503			$C(\tau_{opt}^R)$	2,863		
$K^+(\tau_{opt}^R)$	0,19011			$K^+(\tau_{opt}^R)$	0,30333		
$P^-(\tau_{opt}^R)$	0,00602			$P^-(\tau_{opt}^R)$	0,00524		
$\frac{ S(\infty)-S(\tau_{opt}^R) }{S(\tau_{opt}^R)}.100\%$		15,0%		$\frac{ S(\infty)-S(\tau_{opt}^R) }{S(\tau_{opt}^R)}.100\%$		15,7%	
$\frac{ C(\infty)-C(\tau_{opt}^R) }{C(\tau_{opt}^R)}.100\%$		175,2%		$\frac{ C(\infty)-C(\tau_{opt}^R) }{C(\tau_{opt}^R)}.100\%$		188,1%	
$\frac{ K^+(\infty)-K^+(\tau_{opt}^R) }{K^+(\tau_{opt}^R)}.100\%$		2,7%		$\frac{ K^+(\infty)-K^+(\tau_{opt}^R) }{K^+(\tau_{opt}^R)}.100\%$		2,4%	
$\frac{ P^-(\infty)-P^-(\tau_{opt}^R) }{P^-(\tau_{opt}^R)}.100\%$		0,009%		$\frac{ P^-(\infty)-P^-(\tau_{opt}^R) }{P^-(\tau_{opt}^R)}.100\%$		0,007%	
$\frac{ S(\tau_{opt}^S)-S(\tau_{opt}^R) }{S(\tau_{opt}^S)}.100\%$		2,6%		$\frac{ S(\tau_{opt}^S)-S(\tau_{opt}^R) }{S(\tau_{opt}^S)}.100\%$		2,3%	
$\frac{ C(\tau_{opt}^C)-C(\tau_{opt}^R) }{C(\tau_{opt}^C)}.100\%$		45,8%		$\frac{ C(\tau_{opt}^C)-C(\tau_{opt}^R) }{C(\tau_{opt}^C)}.100\%$		2,3%	
$\frac{ K^+(\tau_{opt}^{K^+})-K^+(\tau_{opt}^R) }{K^+(\tau_{opt}^{K^+})}.100\%$		2,5%		$\frac{ K^+(\tau_{opt}^{K^+})-K^+(\tau_{opt}^R) }{K^+(\tau_{opt}^{K^+})}.100\%$		38,5%	
$\frac{ P^-(\tau_{opt}^{P^-})-P^-(\tau_{opt}^R) }{P^-(\tau_{opt}^{P^-})}.100\%$		1,5%.		$\frac{ P^-(\tau_{opt}^{P^-})-P^-(\tau_{opt}^R) }{P^-(\tau_{opt}^{P^-})}.100\%$		2,6%	

В таблице 3.5 приведены значения оптимальных периодов ТО БПЛА по наработке, полученных при помощи аддитивной и мультипликативной сверток при значениях λ от 0,05 до 1,00. На рисунке 3.16 отображена зависимость, заданная в таблице 3.5.

Таблица 3.5 – Значения оптимальных периодов ТО БПЛА при значениях λ от 0,05 до 1,00

λ	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
τ_{opt}^V	170,871	170,262	169,993	169,842	169,745	169,678	169,628	169,590	169,560	169,536
τ_{opt}^W	118,009	117,431	117,171	117,023	116,928	116,861	116,812	116,774	116,774	116,720
τ_{opt}^R	155,052	168,119	173,905	177,043	179,239	180,730	181,820	182,679	183,230	183,871

Продолжение таблицы 3.5

λ	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
τ_{opt}^V	169,515	169,498	169,484	169,471	169,461	169,451	169,443	169,435	169,428	169,422
τ_{opt}^W	116,700	116,683	116,668	116,656	116,645	116,635	116,627	116,619	116,612	116,606
τ_{opt}^R	184,218	184,609	184,983	185,208	185,429	185,609	185,821	186,028	186,128	186,201

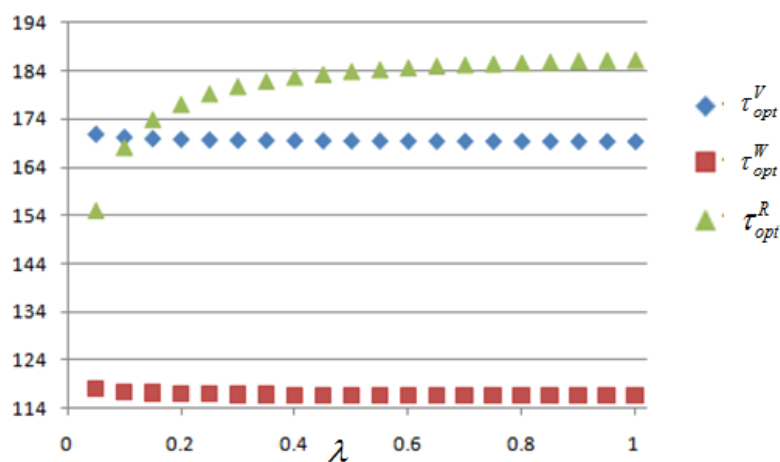


Рисунок 3.16 – Графики зависимости оптимальных значений периодичности ТО БПЛА по наработке от величины интенсивности входящего потока λ .

τ_{opt}^V — при использовании аддитивной свертки;

τ_{opt}^W — при использовании мультипликативной свертки.

Дискретно-событийное имитационное моделирование в Anylogic

На рисунке 3.17 видно, как выглядит модель функционирования БПЛА на рабочем листе программы Anylogic. Программный код имитационного моделирования работы БПЛА в Anylogic приведен в Приложении Б. При этом вся схема состоит из основных блоков, значение которых подписано, и вспомогательных, которые необходимы для корректного написания условий дискретно-событийного моделирования и вывода результатов (такие блоки не подписаны). Все блоки объединены в 3 главных физических состояния БПЛА: обслуживание, АВ и ТО.

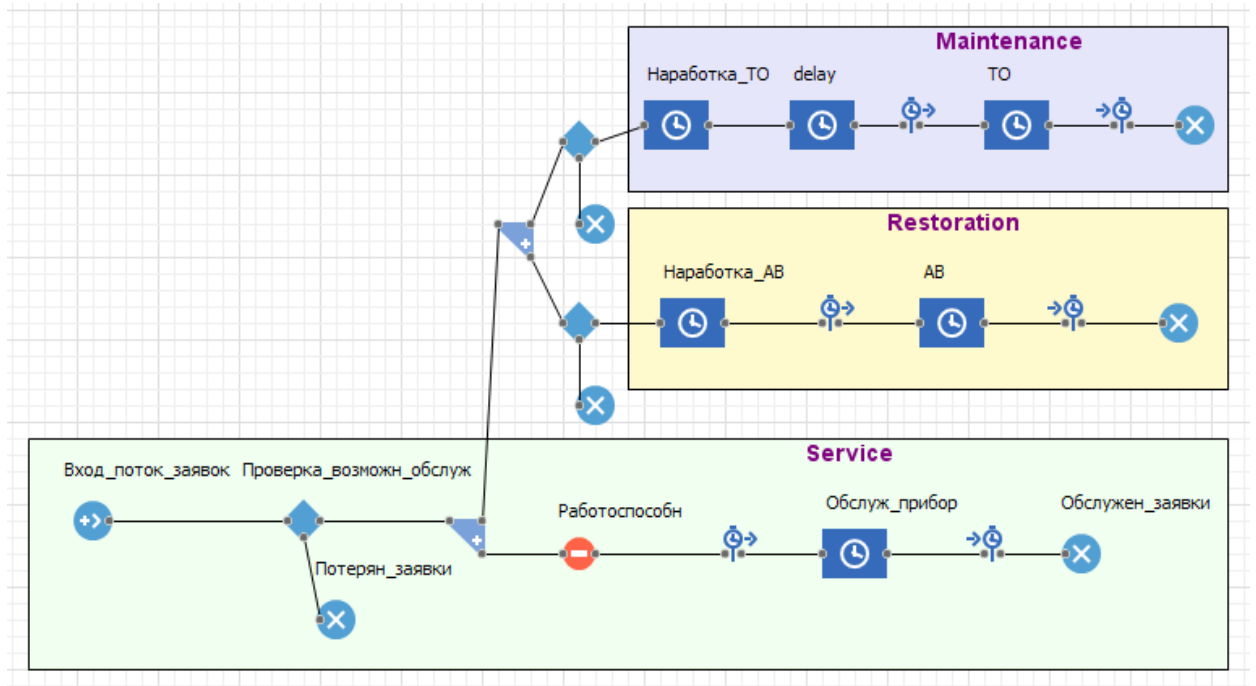


Рисунок 3.17 – Имитационная модель функционирования БПЛА

Работа этой модели показана на рисунке 3.18. В левом верхнем углу заданы постоянные (Parameters). Справа от блочной модели можно видеть текущие результаты расчетов характеристик БПЛА (Results).

Определение характеристик переходного режима

Нестационарные операционные и экономические показатели работы БПЛА вычисляются в процессе моделирования по следующим формулам:

$$S(t) = \frac{c_1 T_1(t) - c_a T_a(t) - c_p T_p(t)}{t}, \quad C(t) = \frac{c_a T_a(t) + c_p T_p(t)}{T_1(t)},$$

$$K^+(t) = \frac{T_1(t)}{t}, \quad P^-(t) = \frac{T_a(t) + T_p(t)}{t},$$

(3.9)

здесь $S(t)$ — удельная прибыль в единицу времени функционирования БПЛА; $C(t)$ — удельные затраты в единицу времени исправного функционирования БПЛА; $K^+(t)$ — нестационарный коэффициент загрузки БПЛА; $P^-(t)$ — вероятность неисправности БПЛА; $T_1(t)$ — суммарное время выполнения заданий к моменту времени t ; $T_a(t)$ — суммарное время пребывания БПЛА в состоянии АВ к моменту времени t ; $T_p(t)$ — суммарное время пребывания БПЛА в состоянии ТО к моменту времени t ; c_1, c_a, c_p — прибыль в единицу времени выполнения задания, затраты в единицу времени АВ и ТО БПЛА соответственно.

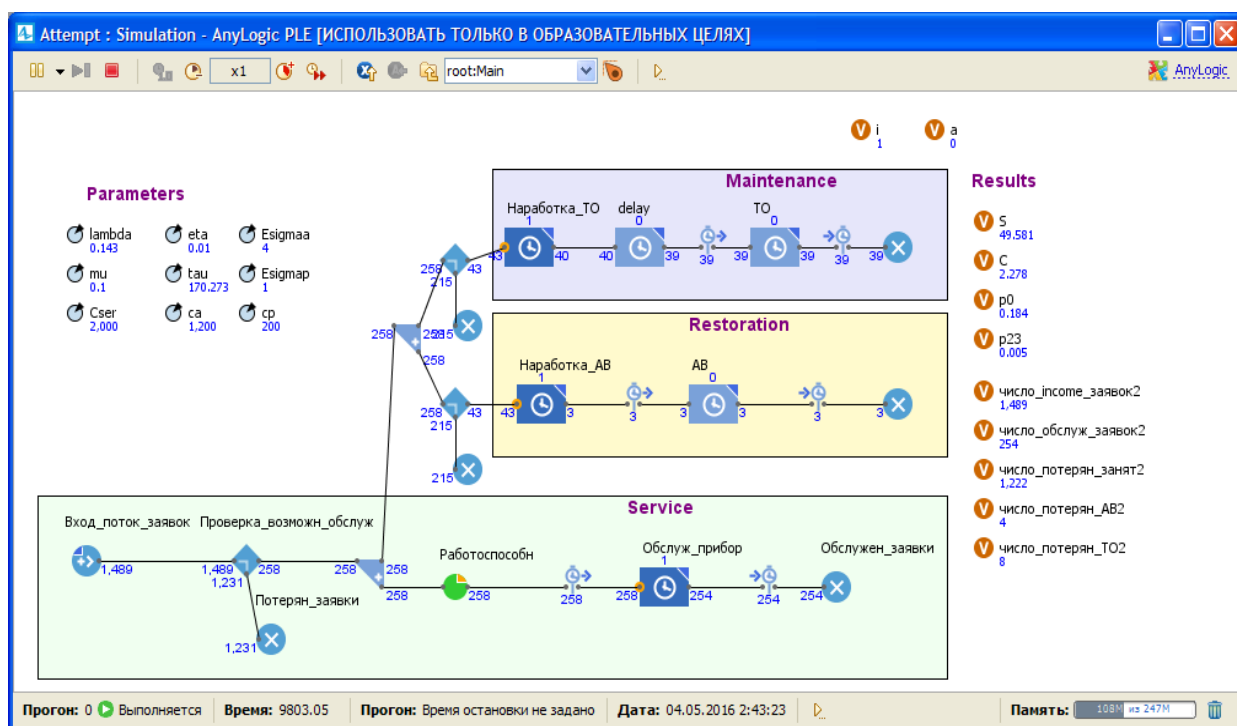


Рисунок 3.18 – Процесс имитационного моделирования функционирования БПЛА.

С помощью данной модели можно анализировать стационарные, нестационарные характеристики БПЛА, осуществлять оптимизационные эксперименты и статистическую визуализацию.

На рисунке 3.19 приведены гистограммы числа потерянных и выполненных заданий за период регенерации (период между двумя ТО и/или АВ БПЛА).

Выполнено 10 реализаций функционирования БПЛА до 10000 секунд для определения характеристик переходного режима по формулам (3.9). Графики зависимостей характеристик (3.2) от времени t при различных реализациях приведены на рисунках 3.20 – 3.23.

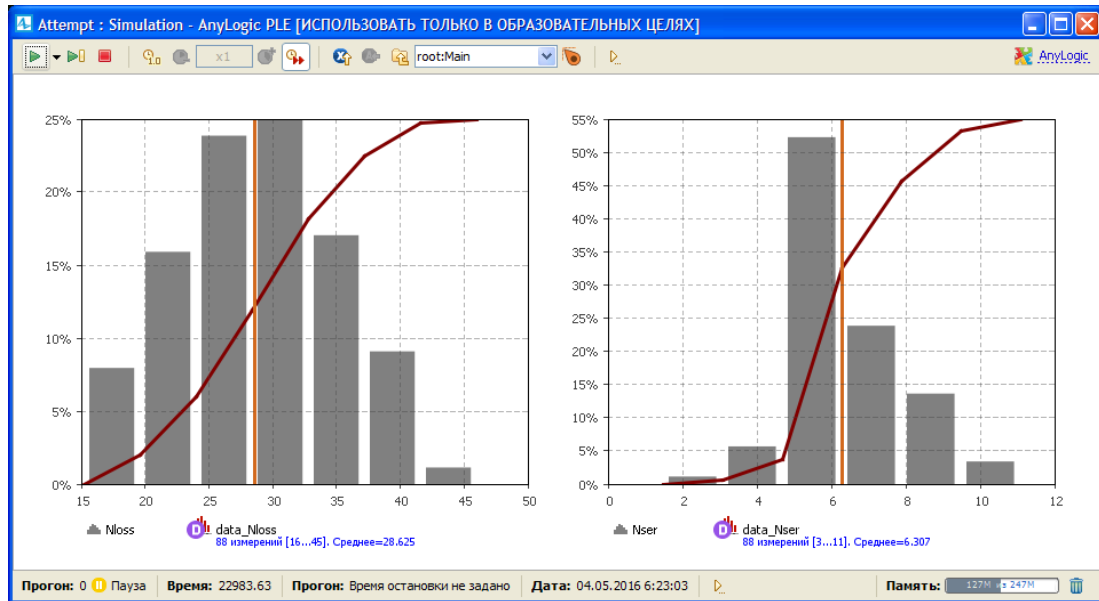


Рисунок 3.19 – Гистограммы числа потерянных и обслуженных (слева направо соответственно) заявок за период регенерации.

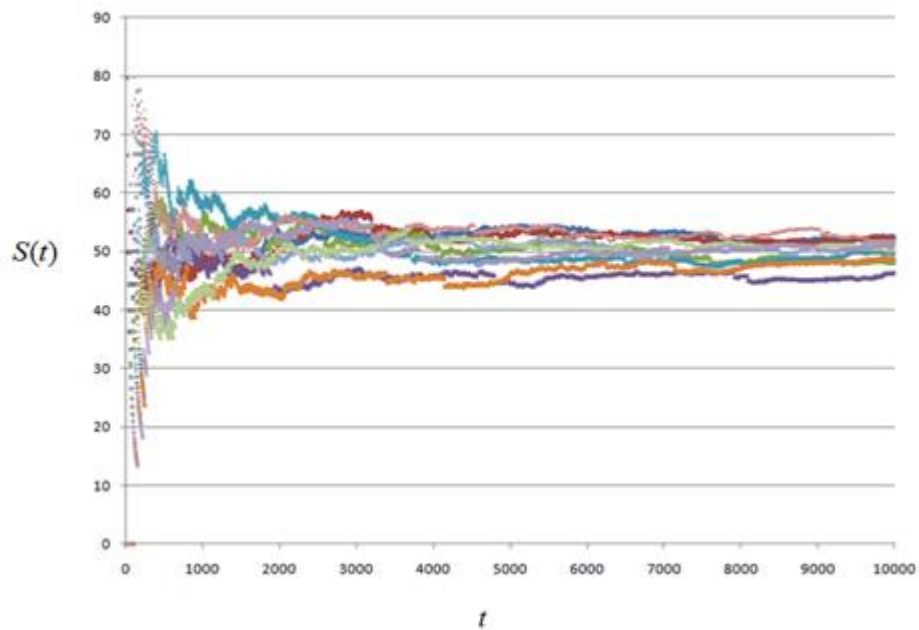


Рисунок 3.20 – Графики зависимости средней удельной прибыли $S(t)$ в единицу времени функционирования БПЛА от времени t (10 реализаций).

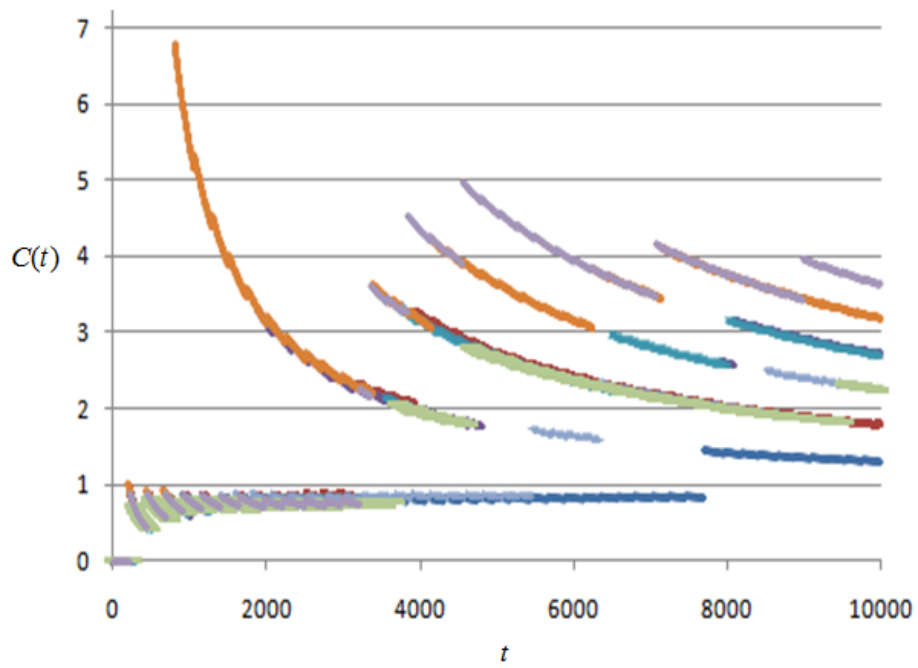


Рисунок 3.21 – Графики зависимости средних удельных затрат $C(t)$ в единицу времени исправного функционирования БПЛА от времени t (10 реализаций).

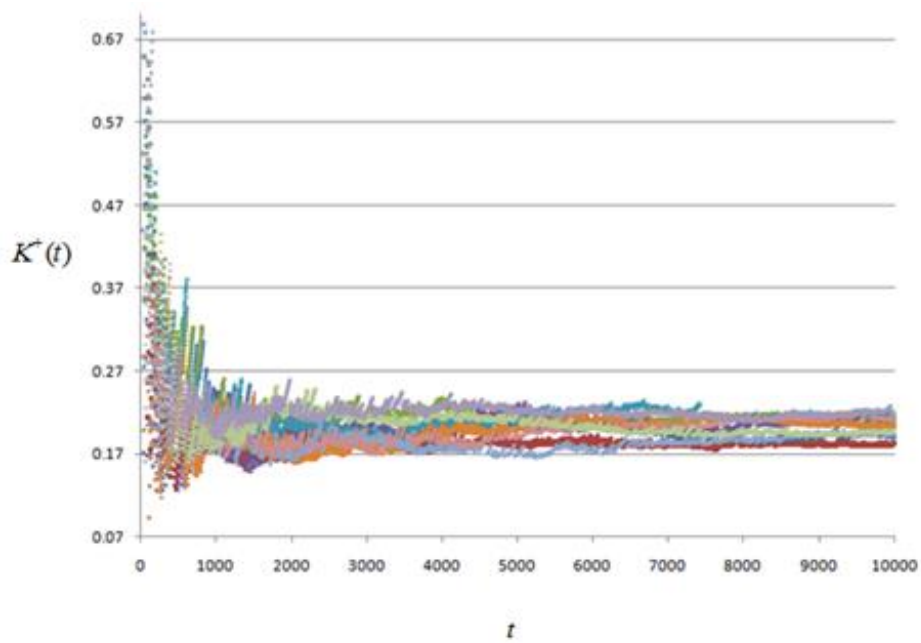


Рисунок 3.22 – Графики зависимости коэффициента доступности БПЛА $K^+(t)$ от времени t (10 реализаций).

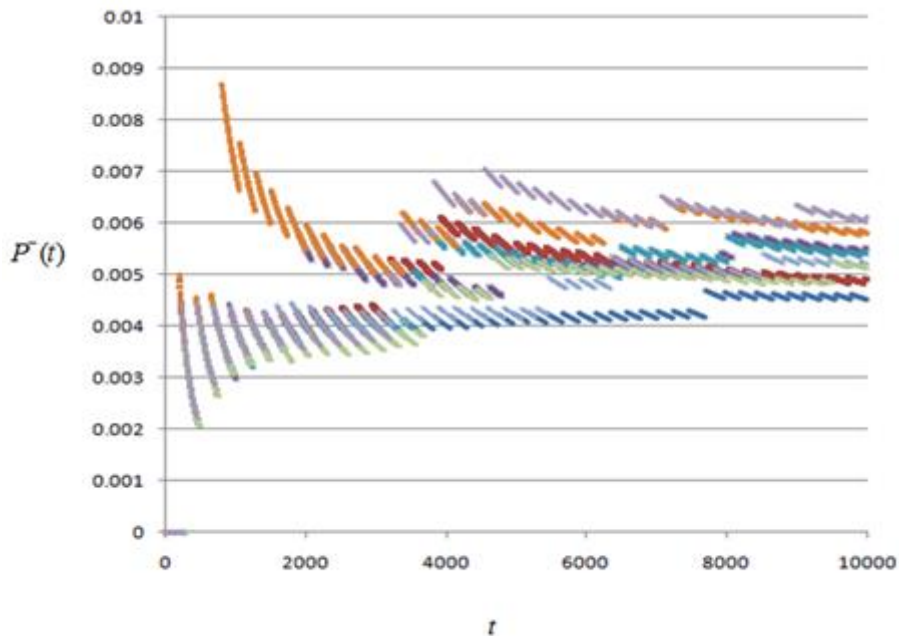


Рисунок 3.23 – Графики зависимости вероятности неисправности БПЛА $P^-(t)$ от времени t (10 реализаций).

Численно-аналитический способ приближенного определения количества БПЛА, необходимого для эффективного выполнения заданий.

Из таблицы 3.1 видно, что коэффициент доступности БПЛА составляет не более 0,2. Значит для выполнения заданий большей вероятностью одного БПЛА недостаточно. В связи с этим требуется введение в эксплуатацию нескольких БПЛА. Рассмотрим многоканальную СО с отказами каналов, каждый из которых имитирует работу БПЛА согласно модели из раздела 2.4.

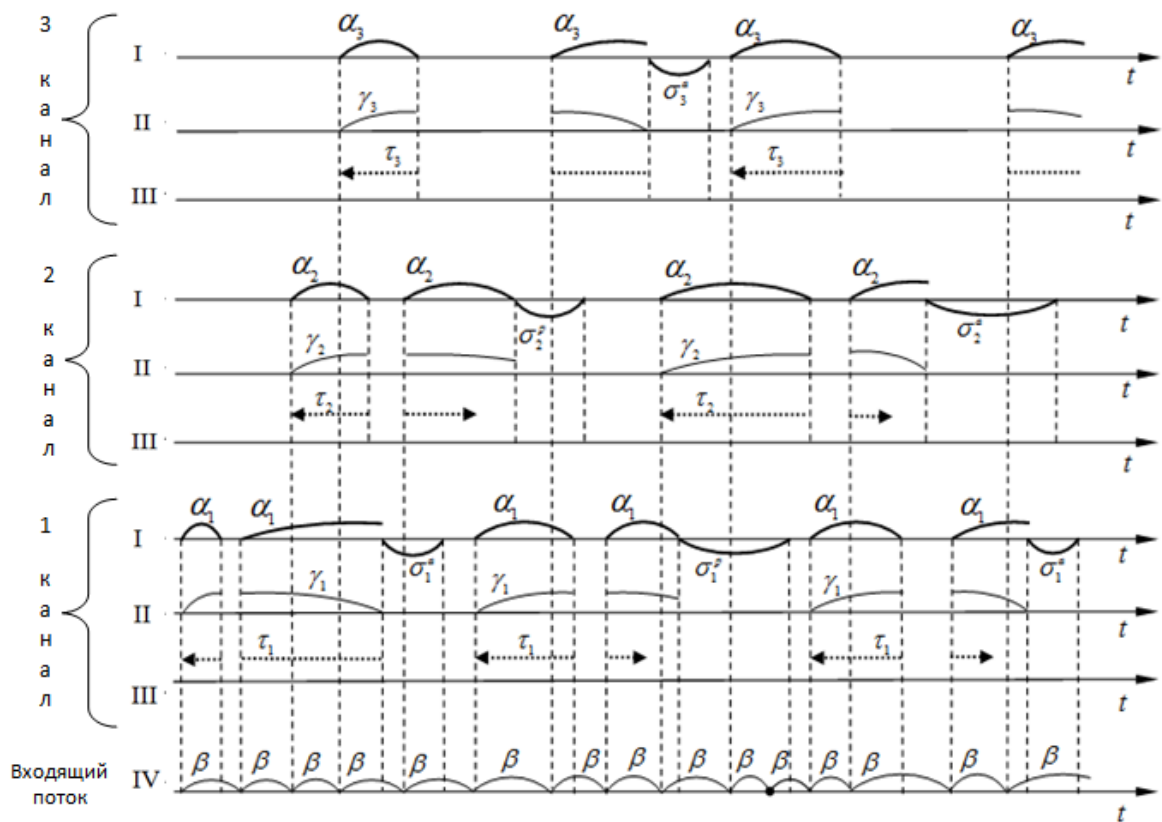
Пусть каналы упорядочены, то есть каждое поступившее задание направляется на свободный канал с наименьшим номером по порядку. В таком случае каналы являются связанными только входящим потоком заданий. На рисунке 3.24 (для примера изображен случай трёх каналов) видно, как отдельные каналы взаимосвязаны в рамках одной такой многоканальной СО.

Аналитически задача декомпозиции входящего потока заявок общего вида представляет сложность. Но численно-аналитический способ, предложенный в п. 1.3.2 подраздела 1.3 позволяет рассматривать вместо многоканальной СО последовательность одноканальных систем. Процесс имитационного моделирования двухканальной СО показан на рисунке 3.25.

На рисунках 3.26 – 3.29 демонстрируются результаты имитационного моделирования работы двух, трех, четырех и пяти БПЛА, с помощью которых приближается среднее время между моментами поступлений заданий на следующий БПЛА и аппроксимируется функция восстановления, соответствующая входящему потоку заданий на следующий БПЛА. Такие

результаты необходимо получать несколько раз, чтобы усреднить результаты реализаций. В данном случае проводилось по 4 эксперимента для каждого набора БПЛА.

В таблице 3.6 приведены результаты имитационного моделирования работы нескольких БПЛА. Оптимизация на каждом шаге осуществляется с помощью аддитивной свертки. Вероятностные характеристики $K^+(\tau_{opt}^V)$ и $P^-(\tau_{opt}^V)$ определены для «последнего» БПЛА каждой совокупности аппаратов. Вероятность потери заявки в n -канальной системе соответствует вероятности потери заявки в n -ой одноканальной подсистеме $P^{loss}(\tau_{opt}^V)$. Экономические характеристики функционирования совокупности БПЛА определяются формулами (1.19).



I — обслуживание заявок, II — наработка на отказ, III — проведение ПВ,
IV — входящий поток заявок.

Рисунок 3.24 – Временная диаграмма функционирования трёхканальной СО с отказами каналов

Attempt : Simulation - AnyLogic [ИСПОЛЬЗОВАТЬ ТОЛЬКО В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ЦЕЛЯХ]

root:Main

— Nlost

Tloss

data_Tloss
1.748 измерений [0...68.628]. Среднее=8.486

Прогон: 0 Пауза
Время: 14865.60
Прогон: Вреня остановки не задано
Дата: 04.05.2016 4:07:45

Память: 9M из 247M

Рисунок 3.26 – Результаты имитационного моделирования работы двух БПЛА: зависимость числа поступающих на второй прибор заданий от времени (слева) гистограмма времен между поступлением заданий на второй аппарат (справа)

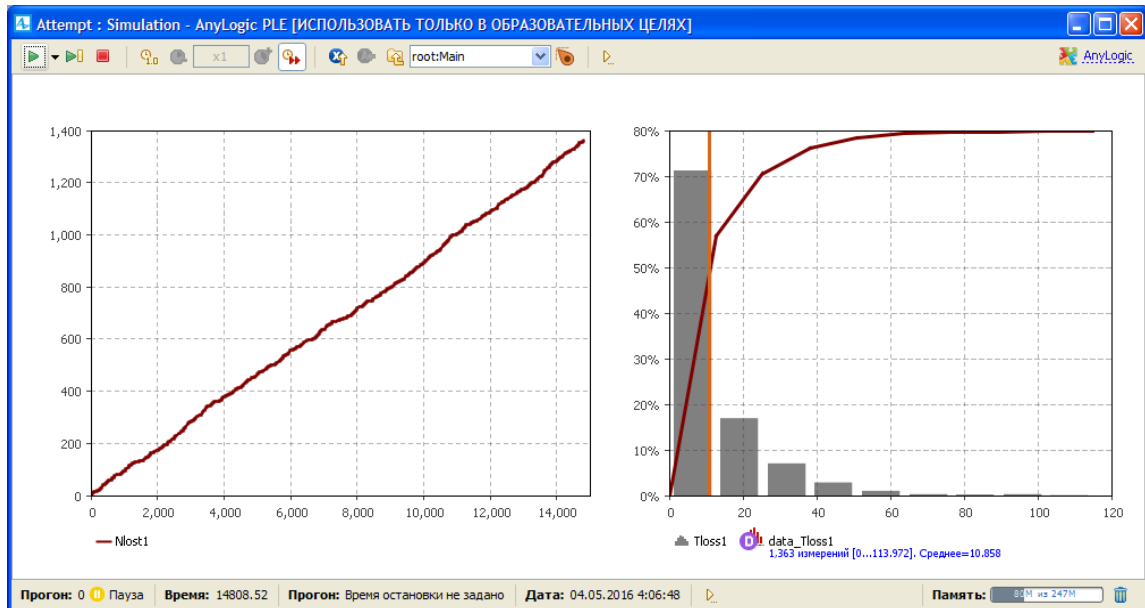


Рисунок 3.27 – Результаты имитационного моделирования работы трех БПЛА: зависимость числа поступающих на третий прибор заданий от времени (слева) гистограмма времен между поступлением заданий на третий аппарат (справа)

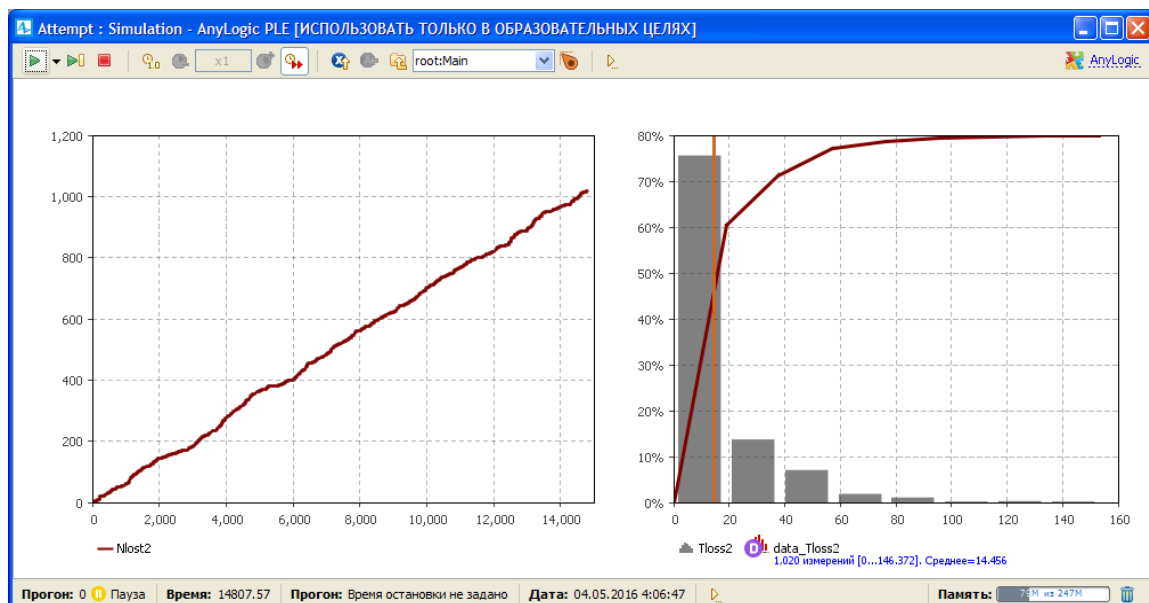


Рисунок 3.28 – Результаты имитационного моделирования работы четырех БПЛА: зависимость числа поступающих на четвертый прибор заданий от времени (слева) гистограмма времен между поступлением заданий на четвертый аппарат (справа)

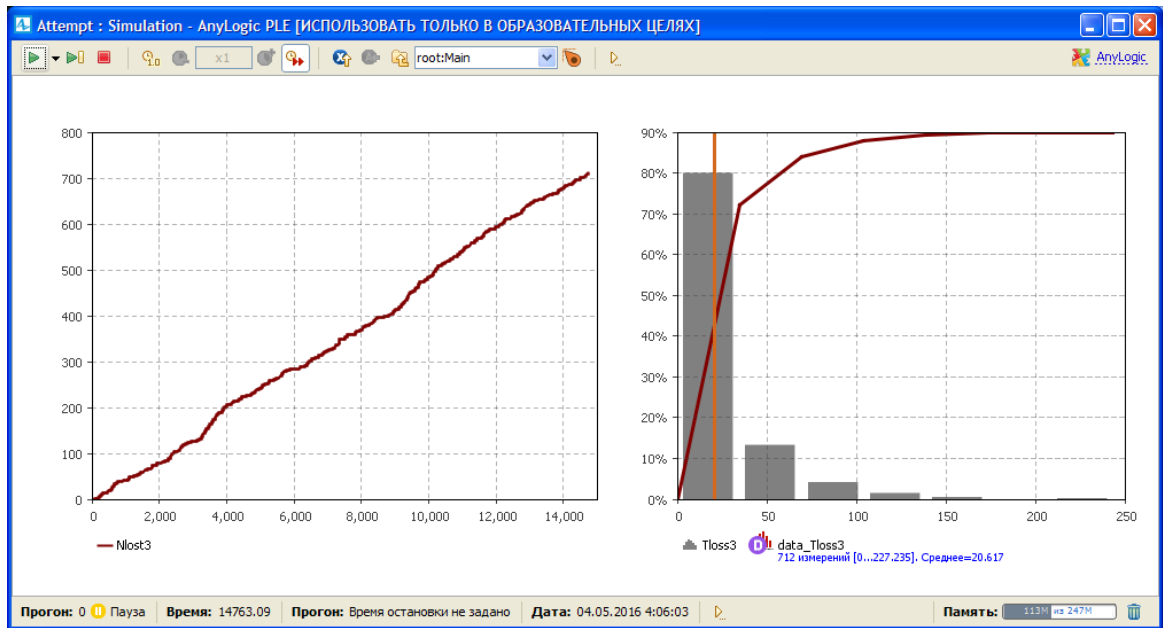


Рисунок 3.29 – Результаты имитационного моделирования работы пяти БПЛА: зависимость числа поступающих на пятый прибор заданий от времени (слева) гистограмма времен между поступлением заданий на пятый аппарат (справа)

Таблица 3.6 – Результаты имитационного моделирования работы нескольких БПЛА

Число БПЛА	1	2	3	4	5
τ_{opt}^V	170,273	170,416	170,620	170,823	171,21
$S(\tau_{opt}^V)$	49,760	97,625	143,262	184,334	220,846
$C(\tau_{opt}^V)$	3,453	6,773	9,942	12,795	15,336
$P^{loss}(\tau_{opt}^V)$	0,81384	0,62755	0,44108	0,25444	0,06746
$K^+(\tau_{opt}^V)$	0,18958	0,22086	0,25707	0,33133	0,40546
$P^-(\tau_{opt}^V)$	0,00628	0,00581	0,00554	0,00498	0,00443

Результаты данного подраздела приведены в работе автора диссертации [11].

3.3. Оптимизация периодичности обновления службы безопасности в информационной системе

Моделирование процессов, связанных с информационной безопасностью, является важной составляющей обеспечения безопасного функционирования информационных систем [71 – 75]. Одним из видов моделирования таких систем является стохастическое моделирование. Большинство работ в этой области посвящено лишь оценке рисков, надежности и вероятностных показателей, возможность управления и оптимизации этих показателей практически не рассматривается. В работе [12, 13] построена стохастическая

модель, описывающая работу базы данных с учетом ее резервного копирования. Приведен пример оптимизации периодичности резервного копирования.

Постановка задачи. Рассмотрим информационную систему, функционирующую согласно модели из подраздела 2.6. Попытки злоумышленника получить доступ к конфиденциальной информации образуют простейший поток со средним временем между моментами попыток доступа к информации равным 1 сутки. При этом с вероятностью $p(t) = e^{-\frac{1}{8}t}$, зависящей от времени, прошедшего с момента обновления системы безопасности, попытка не удаётся, а с вероятностью $q(t) = 1 - p(t)$ — завершается успехом. С целью повышения надежности информационной системы через детерминированное время τ проводится обновление системы безопасности. Среднее время проведения обновления 1 час. После этого обновления вероятность успешной атаки становится равной нулю и отсчет времени для функции вероятности успеха попыток начинается заново. Попытки атак прекращаются либо в случае получения доступа к информации, либо в момент начала обновления системы безопасности. В момент окончания обновления системы безопасности атаки возобновляются. Средний удельный доход в единицу времени безопасного функционирования $c_1 = 1500$ руб./сут.; средние удельные затраты в единицу времени работы системы, к которой получен доступ $c_0 = 3800$ руб./сут.; средние удельные затраты в единицу времени обновления службы безопасности $c_2 = 2450$ руб./сут.

Определение оптимальной периодичности обновления службы безопасности. В качестве критериев оптимальности (3.1) функционирования рассматриваемой системы приняты:

- 1) вероятность $P^+(\tau)$ безопасного функционирования системы (позитивный критерий), определяемая модифицированной формулой (2.56) $p_1^* = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \Omega(x) dx$;
- 2) средняя удельная прибыль в единицу календарного времени $S(\tau)$ (позитивный критерий) — формула (2.57);
- 3) средние удельные затраты в единицу времени безопасного функционирования системы $C(\tau)$ (негативный критерий) — формула (2.57);

$$\begin{cases} S(\tau) \rightarrow \max_{\tau \in (0, \infty)}, \\ C(\tau) \rightarrow \min_{\tau \in (0, \infty)}, \\ P^+(\tau) \rightarrow \max_{\tau \in (0, \infty)}. \end{cases} \quad (3.10)$$

Применяя общий алгоритм многокритериальной оптимизации из подраздела 3.1 к характеристикам СО, определенным в разделе 2.6, при конкретных данных получаем следующие результаты решения задачи оптимизации в системе Maple. Программный код решения задачи многокритериальной оптимизации периодичности обновления службы безопасности информационной системе в Maple приведен в Приложении А.

1) При оптимизации частных критериев: $S(\tau_{opt}^S) = 1243,32$ руб./сут. в точке $\tau_{opt}^S = 21,79$ час; $C(\tau_{opt}^C) = 177,56$ руб./сут. в точке $\tau_{opt}^C = 20,89$ час; $P^+(\tau_{opt}^{P^+}) = 1$ в точке $\tau_{opt}^{P^+} = 0$ час.

2) Множество значений периодичности обновления службы безопасности оптимальных по Парето (3.2) для данной задачи $T = [\tau_{opt}^{P^+}; \tau_{opt}^S] = [0; 21,79]$.

3) Аддитивная свертка (3.3) частных критериев (3.10) при равных весовых коэффициентах $v_s = v_c = 1/3$ достигает наибольшего значения в точке $\tau_{opt}^V = 17,14$ час; при этом $S(\tau_{opt}^V) = 1230,72$ руб./сут., $C(\tau_{opt}^V) = 183,97$ руб./сут., $P^+(\tau_{opt}^V) = 0,9897$.

По абсолютной величине эти результаты отличаются от оптимальных значений, соответствующих частных критериев: финальная вероятность защищенной системы на 1,6%; средняя удельная прибыль на 9,9%; средние удельные затраты на 0,8%.

4) Максиминная свертка (3.5) частных критериев (3.10) достигает наибольшего значения в точке $\tau_{opt}^R = 19,20$ час; при этом $S(\tau_{opt}^R) = 1239,50$ руб./сут., $C(\tau_{opt}^R) = 178,96$ руб./сут., $P^+(\tau_{opt}^R) = 0,9871$.

По абсолютной величине результаты, полученные с помощью максиминной свертки, отличаются от оптимальных значений соответствующих частных критериев: финальная вероятность защищенной системы на 1,3%; средняя удельная прибыль на 0,3%; средние удельные затраты на 0,8%.

5) Максиминная свертка (3.6) функций принадлежности критериев при параметрах $a_1 = 50$; $a_2 = 0,5$; $a_3 = 0,5$; $b_1 = 0,9$; $b_2 = 1100$; $b_3 = 400$; достигает наибольшего значения в точке $\tau_{opt}^Q = 9,84$ час; при этом $S(\tau_{opt}^Q) = 1118,03$ руб./сут., $C(\tau_{opt}^Q) = 263,82$ руб./сут., $P^+(\tau_{opt}^Q) = 0,9963$.

По абсолютной величине эти результаты отличаются от оптимальных значений соответствующих частных критериев: финальная вероятность защищенной системы на 0,4%; средняя удельная прибыль на 10,1%; средние удельные затраты на 48,5%. Естественным образом эти результаты будут меняться в зависимости от параметров функций принадлежности.

На рисунке 3.30 приведены графики зависимостей критериев оптимальности (3.3) от периодичности обновления системы безопасности. На рисунке 3.31 приведены графики зависимостей нормированных критериев оптимальности (относительные значения их отклонений от оптимальных значений) и график зависимости аддитивной свертки $V(\tau)$ (1.22) от периодичности обновления системы безопасности.

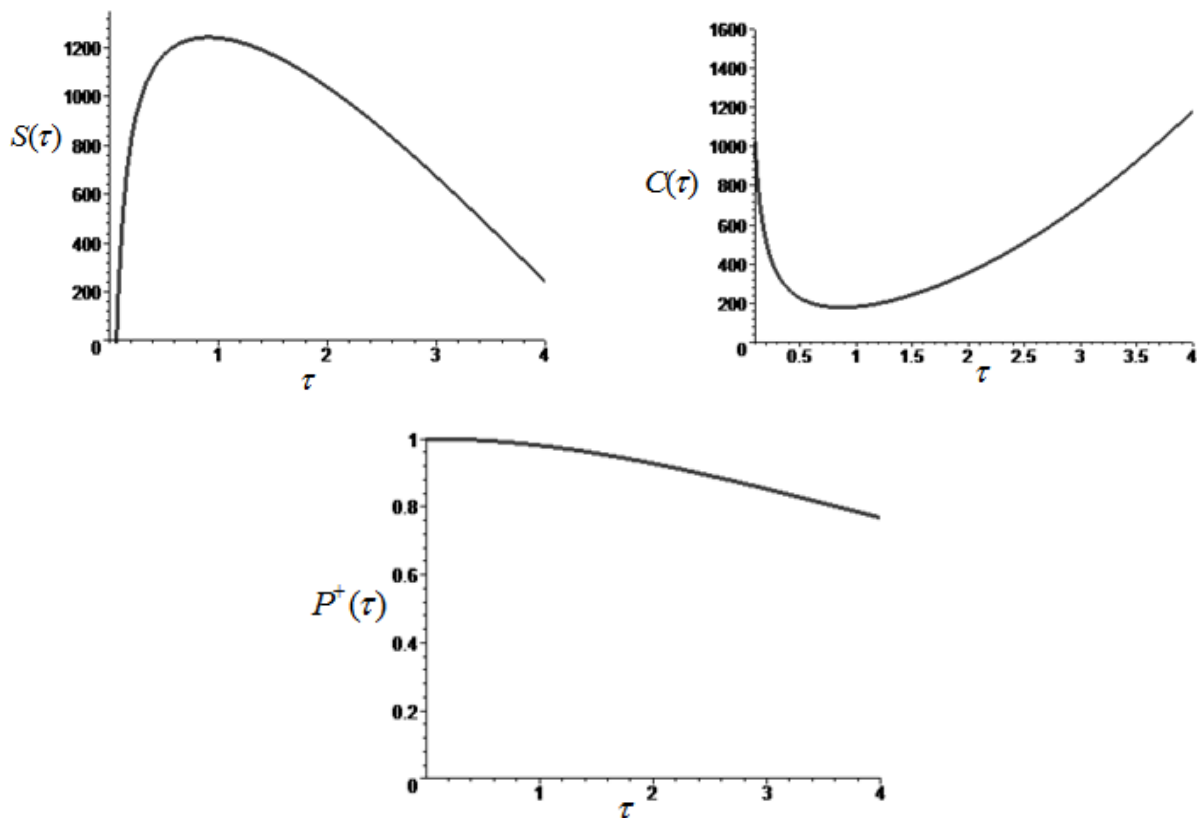


Рисунок 3.30 – Графики зависимостей средней удельной прибыли в единицу времени $S(\tau)$, средних удельных затрат в единицу времени безопасного функционирования $C(\tau)$, финальной вероятности защищенной системы $P^+(\tau)$ от периодичности проведения обновления системы безопасности (в сутках).

Графики зависимостей функций $\frac{S(\tau)}{S_{opt}}, \frac{C(\tau)}{C_{opt}}, \frac{P^+(\tau)}{P_{opt}^+}$ и функции их минимума $R(\tau)$ (3.5) от периодичности проведения обновления системы безопасности приведены на рисунке 3.32. Графики зависимостей функций принадлежности частных критериев (3.7) от значений этих критериев $\mu_S(S), \mu_C(C), \mu_{P^+}(P^+)$ приведены на рисунке 3.33; пунктиром обозначены значения критериев, полученные при оптимизации по нечетким целям и соответствующие уровни функций принадлежности.

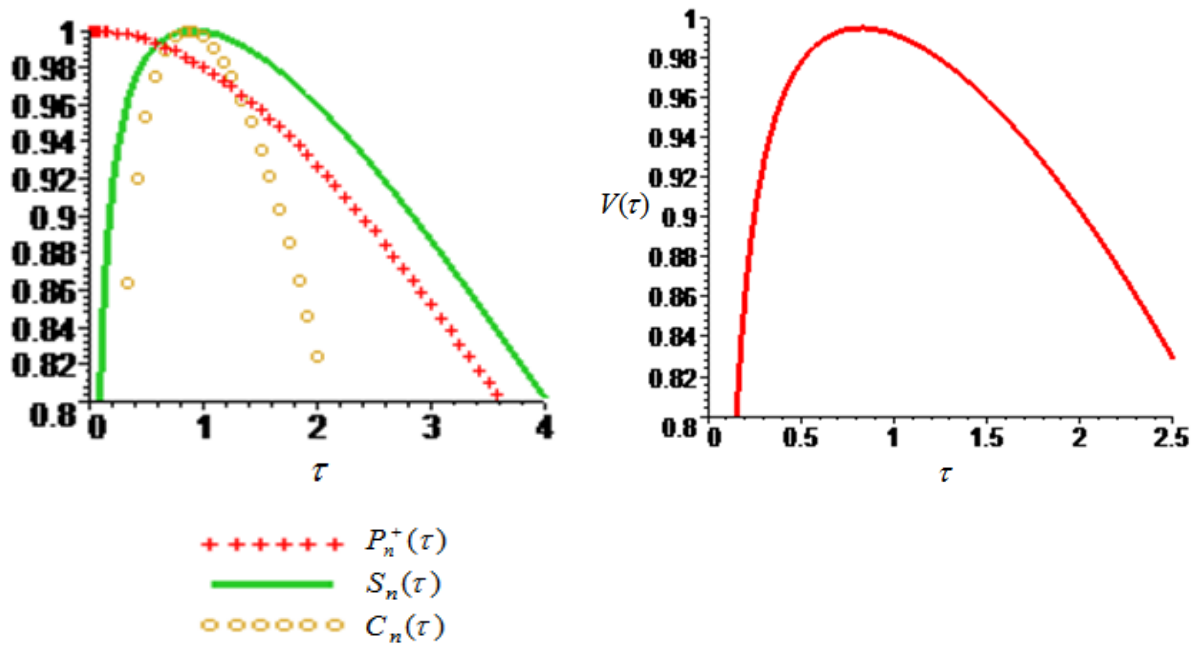


Рисунок 3.31 – Графики зависимостей нормированных критериев оптимальности и аддитивной свертки нормированных критериев от периодичности проведения обновления системы безопасности (в сутках).

В таблице 3.7 приведены результаты оптимизации с помощью аддитивной, максиминной свертки и оптимизации по нечетким критериям.

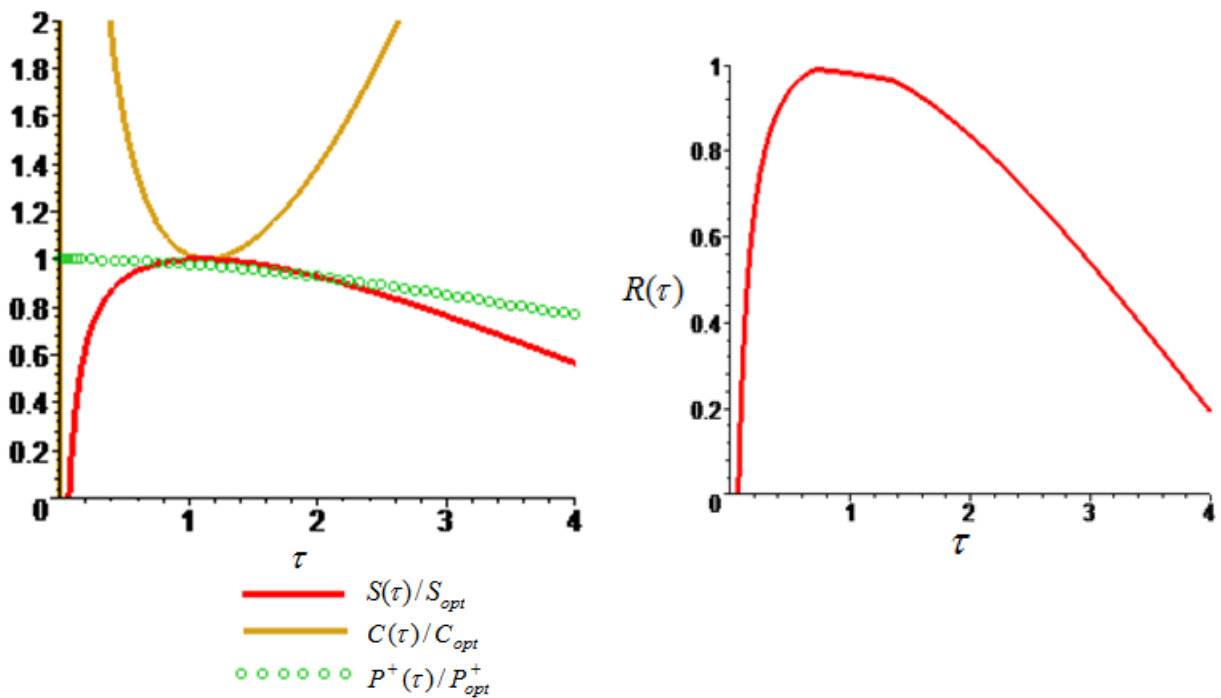


Рисунок 3.32 – Графики зависимостей функций $\frac{S(\tau)}{S_{opt}}$, $\frac{C(\tau)}{C_{opt}}$, $\frac{P^+(\tau)}{P_{opt}^+}$ и функции их минимума $R(\tau)$ от периодичности обновления системы безопасности (в сутках).

Графики зависимостей функций принадлежности частных критериев (3.7) от периодичности обновления системы безопасности $\mu_S(S(\tau))$, $\mu_C(C(\tau))$, $\mu_{P^+}(P^+(\tau))$ приведены на рисунке 3.34; пунктиром обозначены значения периодичности обновления системы безопасности τ , полученные при оптимизации по нечетким целям.

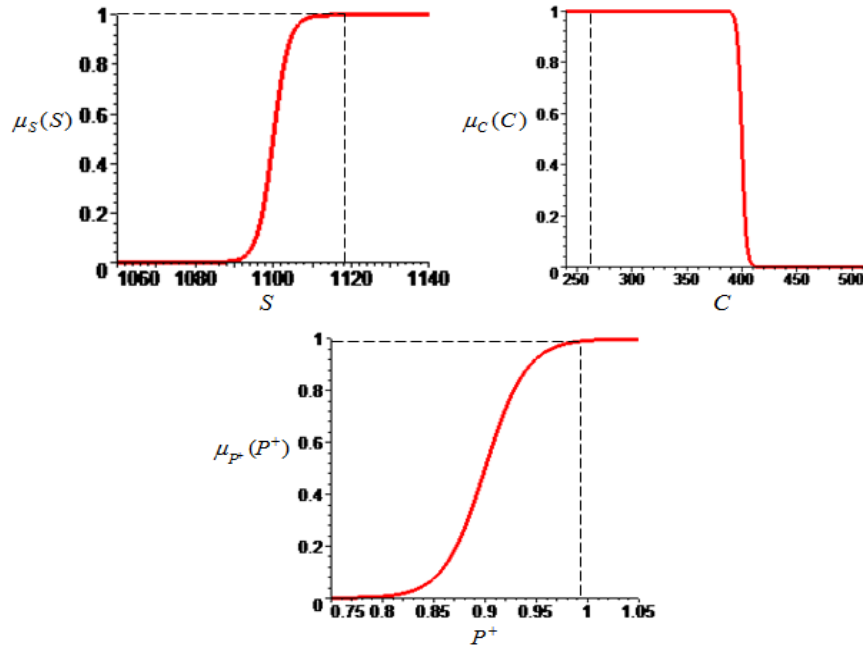


Рисунок 3.33 – Графики зависимостей функций принадлежности частных критериев

$\mu_S(S)$, $\mu_C(C)$, $\mu_{P^+}(P^+)$ от значений этих критериев S , C , P^+ .

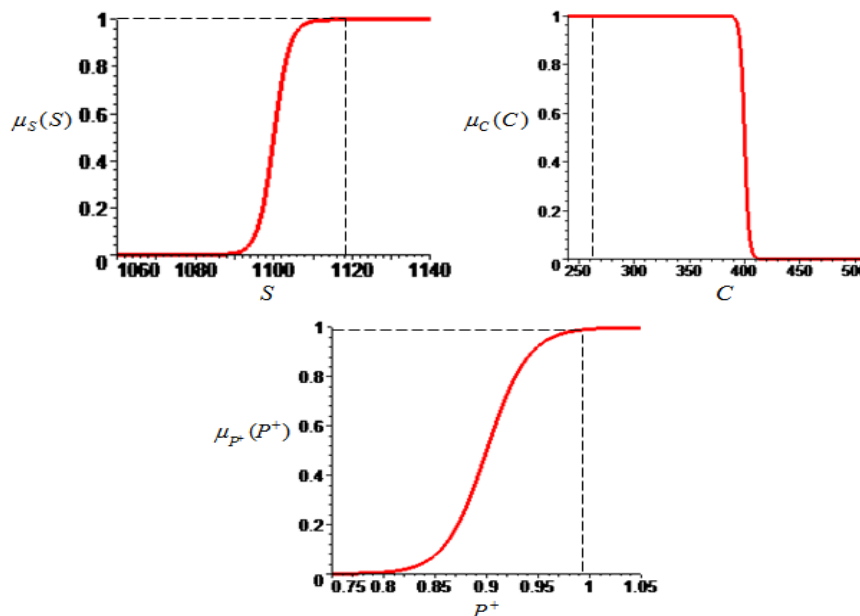


Рисунок 3.34 – Графики зависимостей функций принадлежности средней удельной прибыли $S(\tau)$, средних удельных затрат $C(\tau)$, финальной вероятности защищенной системы $P^+(\tau)$ и функции их минимума от периодичности проведения обновления системы безопасности (в сутках).

Зависимость оптимальной величины периодичности обновления службы безопасности от функции вероятности доступа к информации при каждой попытке.

Для сравнения результатов оптимизации приведем пример с теми же условиями при постоянной вероятности успешной попытки доступа к информации равной 0,98.

1) При оптимизации частных критериев получаем следующие показатели:
 $S(\tau_{opt}^S) = 1318,60$ руб./час в точке $\tau_{opt}^S = 41,76$ час; $C(\tau_{opt}^C) = 125,93$ руб./час в точке $\tau_{opt}^C = 39,12$;
 $P^+(\tau_{opt}^{P^+}) = 1$ в точке $\tau_{opt}^{P^+} = 0$ час.

2) Множество значений периодичности обновления службы безопасности оптимальных по Парето (3.2) для данной задачи $T = [\tau_{opt}^{P^+}; \tau_{opt}^S] = [0; 41,76]$.

3) Аддитивная свертка (3.3) частных критериев (3.10) при равных весовых коэффициентах $v_s = v_c = 1/3$ достигает наибольшего значения в точке $\tau_{opt}^V = 29,42$ час; при этом $S(\tau_{opt}^V) = 1307,82$ руб./сут., $C(\tau_{opt}^V) = 131,08$ руб./сут., $P^+(\tau_{opt}^V) = 0,9878$.

$$4) T = [\tau_{opt}^{P^+}; \infty) = [0; \infty).$$

Таблица 3.7 – Результаты оптимизации периодичности обновления службы безопасности.

Аддитивная свертка $v_s = v_c = \frac{1}{3}$				Максиминная свертка критериев				Максиминная свертка $a_1 = 50; a_2 = 0,5; a_3 = 0,5;$ $b_1 = 0,9; b_2 = 1100; b_3 = 400$.			
$S(\tau_{opt}^S) = 1243,32$ руб./сут.; $\tau_{opt}^S = 21,79$ час											
$C(\tau_{opt}^C) = 177,56$ руб./сут. в точке; $\tau_{opt}^C = 20,89$ час.											
$P^+(\tau_{opt}^{P^+}) = 1; \tau_{opt}^{P^+} = 0$ час											
$S(\tau_{opt}^V)$	1230,72	τ_{opt}^V	17,14	$S(\tau_{opt}^R)$	1239,50	τ_{opt}^R	19,20	$S(\tau_{opt}^Q)$	1118,03	τ_{opt}^Q	9,84
$C(\tau_{opt}^V)$	183,97			$C(\tau_{opt}^R)$	178,96			$C(\tau_{opt}^Q)$	263,82		
$P^+(\tau_{opt}^V)$	0,9897			$P^+(\tau_{opt}^R)$	0,9871			$P^+(\tau_{opt}^Q)$	0,9963		
$T = [\tau_{opt}^{P^+}; \tau_{opt}^S] = [0; 21,79]$											
$\left 1 - \frac{S(\tau_{opt}^V)}{S(\tau_{opt}^S)} \right \cdot 100\%$		9,9%		$\left 1 - \frac{S(\tau_{opt}^R)}{S(\tau_{opt}^S)} \right \cdot 100\%$		0,3%		$\left 1 - \frac{S(\tau_{opt}^Q)}{S(\tau_{opt}^S)} \right \cdot 100\%$		10,1%	
$\left 1 - \frac{C(\tau_{opt}^V)}{C(\tau_{opt}^C)} \right \cdot 100\%$		0,8%		$\left 1 - \frac{C(\tau_{opt}^R)}{C(\tau_{opt}^C)} \right \cdot 100\%$		0,8%		$\left 1 - \frac{C(\tau_{opt}^Q)}{C(\tau_{opt}^C)} \right \cdot 100\%$		48,5%	
$\left 1 - \frac{P^+(\tau_{opt}^V)}{P^+(\tau_{opt}^{P^+})} \right \cdot 100\%$		1,6%		$\left 1 - \frac{P^+(\tau_{opt}^R)}{P^+(\tau_{opt}^{P^+})} \right \cdot 100\%$		1,3%		$\left 1 - \frac{P^+(\tau_{opt}^Q)}{P^+(\tau_{opt}^{P^+})} \right \cdot 100\%$		0,4%	

5) Максиминная свертка (3.5) частных критериев (3.10) достигает наибольшего значения в точке $\tau_{opt}^R = 30,00$ час; при этом $S(\tau_{opt}^R) = 1308,99$ руб./сут., $C(\tau_{opt}^R) = 130,39$ руб./сут., $P^+(\tau_{opt}^R) = 0,9876$.

6) Пусть более близкими к реальности критериями оптимальности являются критерии при непостоянной вероятности доступа к информации $p(t) = e^{-\frac{1}{8}t}$. Тогда, если принять оптимальной стратегию, полученную в модели с постоянной вероятностью, показатели будут следующими: в точке $\tau_{opt}^V = 29,42$ час $S(\tau_{opt}^V) = 1219,69$ руб./сут. (на 0,9% меньше, чем можно получить при оптимальном решении с не постоянной вероятностью), $C(\tau_{opt}^V) = 200,72$ руб./сут. (на 9% больше), $P^+(\tau_{opt}^V) = 0,9706$ (на 2% меньше); в точке $\tau_{opt}^R = 30,00$ час $S(\tau_{opt}^R) = 1216,32$ руб./сут. (на 1,6% меньше), $C(\tau_{opt}^R) = 203,64$ руб./сут. (на 2,2% больше), $P^+(\tau_{opt}^R) = 0,9695$ (на 12,9% меньше).

В таблице 3.8 приведены результаты, демонстрирующие, как меняются реальные критерии в зависимости от того, какой постоянной вероятностью заменять функцию $p(t)$ (аддитивная свертка). В таблице 3.9 приведено сравнение результатов оптимизации по упрощенной модели и с помощью аддитивной свертки.

Таблица 3.8 – Результаты замены переменной вероятности $p(t)$ постоянной

	$p(t) = e^{-\frac{1}{8}t}$	$p(t) = 0,98$	$p(t) = 0,93$	$p(t) = 0,88$	$p(t) = 0,83$	$p(t) = 0,78$	$p(t) = 0,73$
τ_{opt}^V	17,14	29,42	15,50	11,76	9,84	8,64	7,66
$S(\tau_{opt}^V)$	1230,72	1219,69	1219,53	1168,74	1119,03	1080,10	1032,09
$C(\tau_{opt}^V)$	183,97	200,72	191,09	226,21	263,25	292,35	330,64
$P^+(\tau_{opt}^V)$	0,9897	0,9706	0,9918	0,9956	0,9968	0,9979	0,9979

Проведенный анализ указывает на то, что упрощение моделирования (постоянная вероятность успешной попытки доступа к информации, что является отдаленным приближением к реальности, поскольку любой ключ доступа со временем теряет свою надежность) приводит при оптимизации к изменениям стратегии проведения обновления системы безопасности.

Таблица 3.9 Результаты оптимизации периодичности ТО БПЛА

	было (упрощенная модель)	стало (аддитивная свертка) $\tau_{opt}^V = 17,14$
S, руб./час	1219,69	1230,72
C, руб./час	200,72	183,97
P^+	0,9706	0,9897
ΔS (ε, %)		11,03 (0,9%)
ΔC (ε, %)		16,75 (8,3%)
ΔP^+ (ε, %)		0,02 (1,9%)

Зависимость оптимальной величины периодичности обновления от ценности информации. Исследуем зависимость результатов оптимизации от затрат c_0 в единицу времени функционирования системы, к которой получен доступ злоумышленника; На рисунках 3.35, 3.36 демонстрируется изменение вида графиков экономических характеристик в зависимости от затрат c_0 .

С увеличением значения c_0 :

- значение оптимальной периодичности проведения обновления системы безопасности для частных критериев и сверток уменьшается;
- уменьшается значение средней удельной прибыли в единицу функционирования информационной системы;
- увеличивается значение средних удельных затрат в единицу исправного функционирования системы;
- оптимум частных экономических критериев становится более выраженным.

В таблице 3.10 для сравнения приведены результаты оптимизации при двух значениях $c_0 = 500$ руб./сут. $c_0 = 1200$ руб./сут. (все остальные данные из описанного выше примера) с помощью аддитивной свертки критериев.

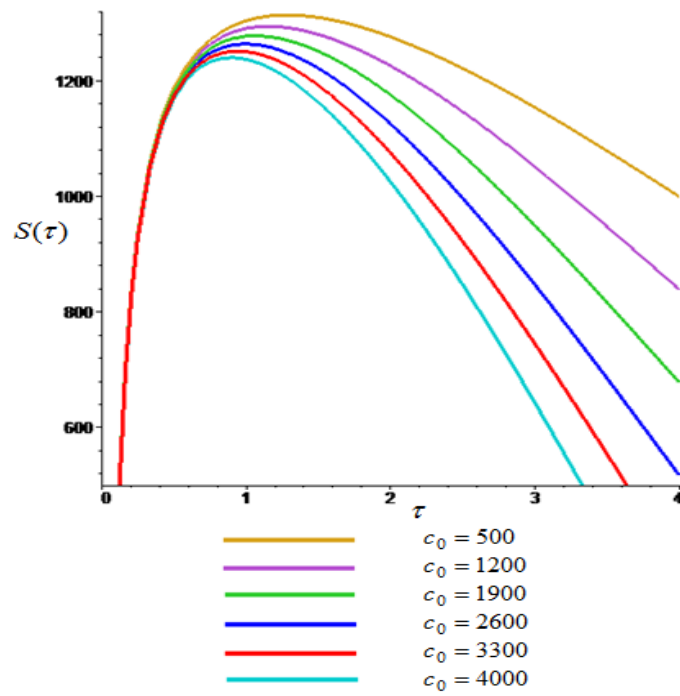


Рисунок 3.35 – Графики зависимости средней удельной прибыли $S(\tau)$ от величины периодичности τ при различных значениях c_0 .

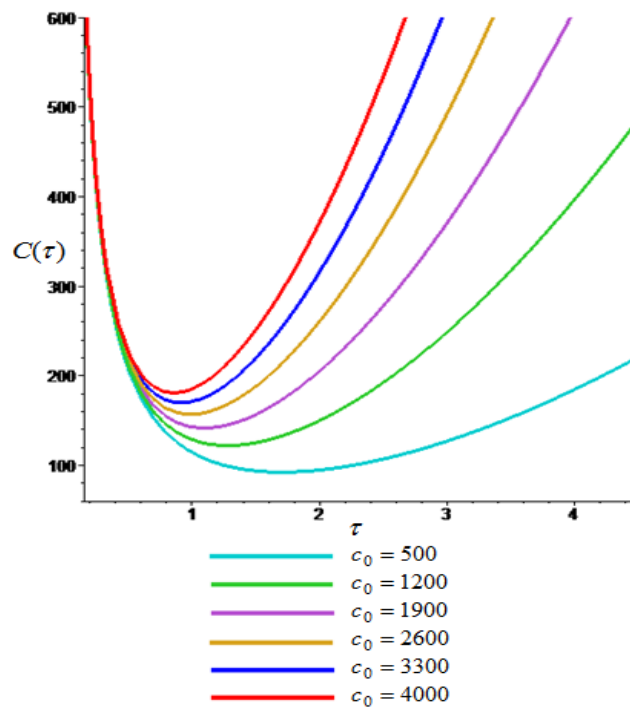


Рисунок 3.36 – Графики зависимости средних удельных затрат $C(\tau)$ от величины периодичности τ при различных значениях c_0 .

Дискретно-событийное имитационное моделирование в Anylogic.

Работа имитационной модели показана на рисунке 3.37. В левом верхнем углу заданы постоянные (Parameters); сверху справа приводятся текущие результаты расчетов характеристик системы. Программный код имитационного моделирования работы информационной системы в Anylogic приведен в Приложении Б.

Определение характеристик переходного режима

Нестационарные операционные и экономические показатели работы информационной системы вычисляются в процессе моделирования по следующим формулам:

$$S(t) = \frac{c_1 T_1(t) - c_0 T_0(t) - c_2 T_2(t)}{t}, \quad C(t) = \frac{c_0 T_0(t) + c_2 T_2(t)}{T_1(t)}, \quad P^+(t) = \frac{T_1(t)}{t}, \quad (3.11)$$

здесь $S(t)$ — удельная прибыль в единицу времени функционирования информационной системы; $C(t)$ — удельные затраты в единицу времени исправного функционирования информационной системы; $P^+(t)$ — вероятность безопасного функционирования информационной системы; $T_1(t)$ — суммарное время безопасного функционирования информационной системы к моменту времени t ; $T_0(t)$ — суммарное время небезопасного функционирования информационной системы к моменту времени t ; $T_2(t)$ — суммарное время пребывания информационной системы в состоянии обновления службы безопасности к моменту времени t ; c_1 — доход в единицу времени безопасного функционирования; c_0, c_2 — затраты в единицу времени небезопасного функционирования и обновления системы безопасности соответственно.

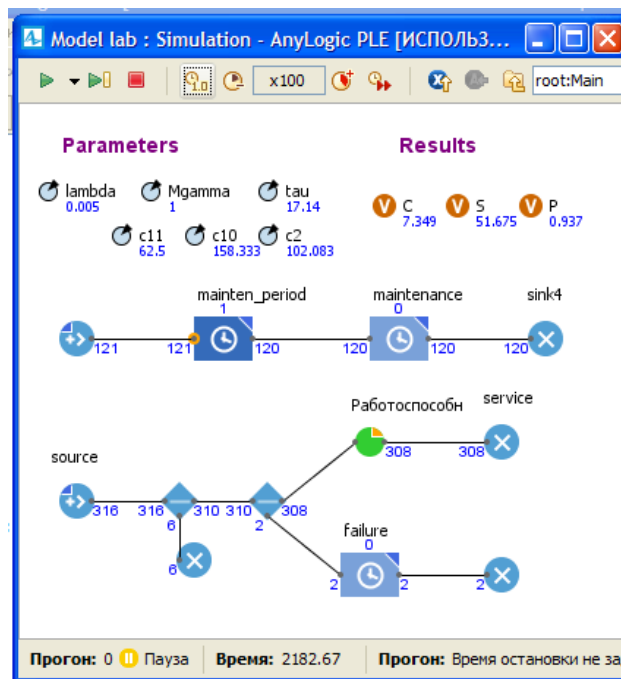


Рисунок 3.37 – Процесс имитационного моделирования функционирования информационной системы.

Таблица 3.10 – Результаты оптимизации периодичности обновления службы безопасности

$c_0 = 500 ; \; v_s = v_c = \frac{1}{3}$				$c_0 = 1200 ; \; v_s = v_c = \frac{1}{3} ;$			
$S(\tau_{opt}^S)$	1313,74	τ_{opt}^S	30,82	$S(\tau_{opt}^S)$	1294,22	τ_{opt}^S	27,67
$C(\tau_{opt}^C)$	92,24	τ_{opt}^C	40,90	$C(\tau_{opt}^C)$	121,88	τ_{opt}^C	30,72
$P^+\left(\tau_{opt}^{P^+}\right)$	1	$\tau_{opt}^{P^+}$	0	$P^+\left(\tau_{opt}^{P^+}\right)$	1	$\tau_{opt}^{P^+}$	0
$S(\tau_{opt}^V)$	1305,14	τ_{opt}^V	24,41	$S(\tau_{opt}^V)$	1284,67	τ_{opt}^V	21,84
$C(\tau_{opt}^V)$	112,97			$C(\tau_{opt}^V)$	134,05		
$P^+\left(\tau_{opt}^V\right)$	0,9795			$P^+\left(\tau_{opt}^V\right)$	0,9835		
$T = \left[\tau_{opt}^{P^+}; \tau_{opt}^C\right] = [0; 40,90]$				$T = \left[\tau_{opt}^{P^+}; \tau_{opt}^C\right] = [0; 30,72]$			
$\frac{\left S(\tau_{opt}^S) - S(\tau_{opt}^V)\right }{S(\tau_{opt}^S)} \cdot 100\%$		0,7%		$\frac{\left S(\tau_{opt}^S) - S(\tau_{opt}^V)\right }{S(\tau_{opt}^S)} \cdot 100\%$		0,7%	
$\frac{\left C(\tau_{opt}^C) - C(\tau_{opt}^V)\right }{C(\tau_{opt}^C)} \cdot 100\%$		22,5%		$\frac{\left C(\tau_{opt}^C) - C(\tau_{opt}^V)\right }{C(\tau_{opt}^C)} \cdot 100\%$		10,0%	
$\frac{\left P^+\left(\tau_{opt}^{P^+}\right) - P^+\left(\tau_{opt}^V\right)\right }{P^+\left(\tau_{opt}^{P^+}\right)} \cdot 100\%$		2,1%		$\frac{\left P^+\left(\tau_{opt}^{P^+}\right) - P^+\left(\tau_{opt}^V\right)\right }{P^+\left(\tau_{opt}^{P^+}\right)} \cdot 100\%$		1,7%	
$S(\tau_{opt}^R)$	1303,94	τ_{opt}^R	24,01	$S(\tau_{opt}^R)$	1287,79	τ_{opt}^R	22,80
$C(\tau_{opt}^R)$	114,26			$C(\tau_{opt}^R)$	131,25		
$P^+\left(\tau_{opt}^R\right)$	0,9802			$P^+\left(\tau_{opt}^R\right)$	0,9821		
$\frac{\left S(\tau_{opt}^S) - S(\tau_{opt}^R)\right }{S(\tau_{opt}^S)} \cdot 100\%$		0,8%		$\frac{\left S(\tau_{opt}^S) - S(\tau_{opt}^R)\right }{S(\tau_{opt}^S)} \cdot 100\%$		0,5%	
$\frac{\left C(\tau_{opt}^C) - C(\tau_{opt}^R)\right }{C(\tau_{opt}^C)} \cdot 100\%$		23,9%		$\frac{\left C(\tau_{opt}^C) - C(\tau_{opt}^R)\right }{C(\tau_{opt}^C)} \cdot 100\%$		7,7%	
$\frac{\left P^+\left(\tau_{opt}^{P^+}\right) - P^+\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{P^+\left(\tau_{opt}^{P^+}\right)} \cdot 100\%$		2,0%		$\frac{\left P^+\left(\tau_{opt}^{P^+}\right) - P^+\left(\tau_{opt}^R\right)\right }{P^+\left(\tau_{opt}^{P^+}\right)} \cdot 100\%$		1,8%	

Выполнено 7 реализаций функционирования информационной системы до 1500 часов для расчета нестационарных операционных и экономических характеристик по формулам (3.4). Графики зависимостей этих характеристик от времени t при различных реализациях приведены на рисунках 3.38 – 3.40.

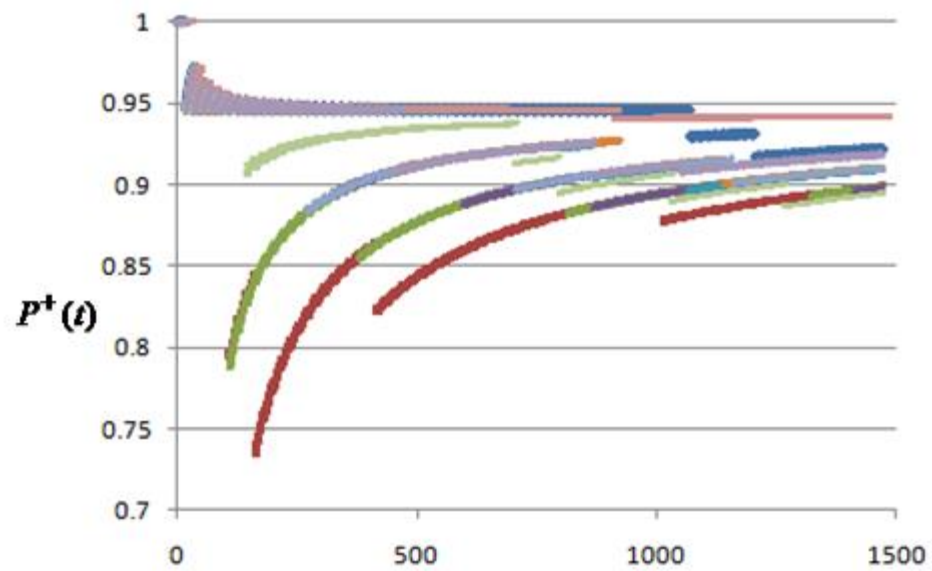


Рисунок 3.38 – Графики зависимости вероятности $P^+(t)$ безопасной работы информационной системы от времени t (7 реализациях).

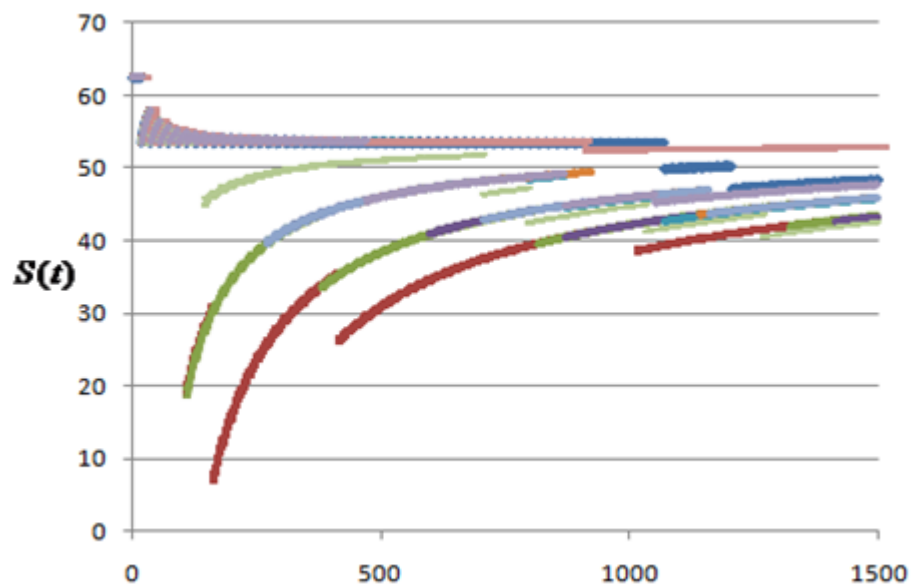


Рисунок 3.39 – Графики зависимости средней удельной прибыли $S(t)$ в единицу времени функционирования информационной системы от времени t (7 реализаций).

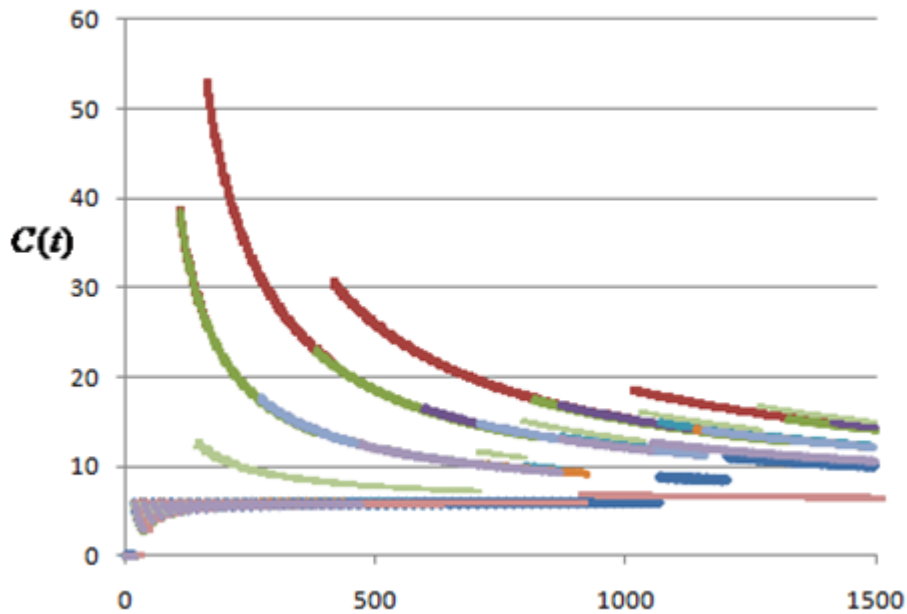


Рисунок 3.40 – Графики зависимости средних удельных затрат $C(t)$ в единицу времени безопасного функционирования информационной системы от времени t (7 реализаций).

Результаты данного подраздела приведены в работе диссертанта [76].

3.4. Сравнение результатов оптимизации периодичности профилактического восстановления для систем обслуживания $GI/G/1/0$ с полным и минимальным аварийным восстановлением

В параграфе 2.1 рассмотрена СО $GI/G/1/0$ с полным АВ. В параграфе 2.2. рассмотрена СО $GI/G/1/0$ с МАВ.

Обе СО функционируют одинаково, но во второй системе при отказе ОП проводится его минимальное (а не полное) АВ. МАВ делает прибор работоспособным, но по его окончании интенсивность отказов ОП такая же, как непосредственно перед отказом. Математически это значит, что в начальный момент времени суммарная наработка ОП на отказ — СВ γ с ФР $\Phi(t) = P\{\gamma \leq t\}$ и плотностью $\varphi(t)$, т.е. интенсивность отказа ОП равна $\lambda_\varphi(t) = \frac{\varphi(t)}{\Phi(t)}$. Если в момент аварийного отказа суммарная наработка на отказ ОП γ принимает значение v , то наработка на отказ восстановленного ОП γ_v имеет функцию распределения [51]

$$\Phi_v(t) = \frac{\Phi(v+t) - \Phi(v)}{\overline{\Phi(v)}}.$$

Соответственно математически выражения стационарных характеристик этих СО совпадают, за исключением замены плотности восстановления $h_{\varphi}(\tau)$ в случае простого АВ на интенсивность отказа ОП $\lambda_{\varphi}(\tau)$ при стратегии с МАВ; функции восстановления $H_{\varphi}(\tau)$ на накопленную интенсивность отказов $\Lambda_{\varphi}(\tau)$; ФР $\Phi(t)$ на условную ФР $\frac{\Phi(t)}{\Phi(\tau-t)}$.

Пример оптимизации периодичности ПВ для СО М/Е₂/1/0. Пусть среднее время между моментами поступлений заявок простейшим потоком равно 12 мин; время обслуживания заявок имеет распределение Эрланга второго порядка со средним значением 20 мин, а суммарная наработка на отказ ОП — распределение Эрланга второго порядка со средним значением 35 час. Среднее время выполнения АВ — 1 час, проведения ПВ — 0,6 час. Доход, получаемый за полное обслуживание одной заявки, и расходы в единицу времени АВ и ПВ ОП соответственно равны $C_1=100$ руб., $c_a=1400$ руб./час, $c_p=380$ руб.

В качестве критериев оптимальности (3.1) функционирования СО приняты:

- 1) позитивный критерий — средняя удельная прибыль в единицу календарного времени $S(\tau)$ (формулы (2.8) и (2.16));
- 2) негативный критерий — средние удельные затраты в единицу времени исправного функционирования системы $C(\tau)$ (формулы (2.8) и (2.16));
- 3) позитивный критерий — стационарный коэффициент доступности ОП СО $K^+(\tau)$ (показатель p_0^* в формулах 2.6 и 2.14);

$$\begin{cases} S(\tau) \rightarrow \max, \\ C(\tau) \rightarrow \min, \\ K^+(\tau) \rightarrow \max. \end{cases} \quad \tau \in T \quad (3.11)$$

Применяя общий алгоритм многокритериальной оптимизации из подраздела 3.1 к характеристикам СО, полученным в подразделах 2.1, 2.2 при конкретных данных, получаем следующие результаты решения задачи оптимизации в системе Maple. Программный код решения задачи многокритериальной оптимизации периодичности ПВ в СО с полным АВ и МАВ в Maple приведен в Приложении А.

Стратегия АВ:

- 1) При отсутствии ПВ ОП показатели СО равны $S_1(\infty)=158,79$ руб./час, $C_1(\infty)=24,93$ руб./час и $K_1^+(\infty)=0,370$.

2) Оптимальные значения частных критериев составляют $S_1(\tau_{opt}^{S_1})=159,19$ руб./час при $\tau_{opt}^{S_1}=37,35$, $C_1(\tau_{opt}^{C_1})=22,15$ руб./час при $\tau_{opt}^{C_1}=19,18$ и $K_1^+(\tau_{opt}^{K_1^+})=K_1^+(\infty)=0,37$ при $\tau \rightarrow \infty$.

3) Множество значений периодичности ПВ оптимальных по Парето (3.2) для данной задачи $T = [\tau_{opt}^{C_1}; \infty) = [19,18; \infty)$

4) Аддитивная свертка $V_1(t)$ (3.3) частных критериев (3.11) при весовых коэффициентах $v_s = v_c = 1/3$ стремится к наибольшему значению при $\tau \rightarrow \infty$ час, то есть при такой постановке задачи проводить ПВ не целесообразно.

Стратегия МАВ

1) При отсутствии ПВ ОП показатели СО равны $S_2(\infty)=131,80$ руб./час, $C_2(\infty)=49,20$ руб./час и $p_2^0(\infty)=0,365$.

2) Оптимальные значения частных критериев составляют $S_2(\tau_{opt}^{S_2})=156,82$ руб./час при $\tau_{opt}^{S_2}=20,16$, $C_2(\tau_{opt}^{C_2})=23,21$ руб./час при $\tau_{opt}^{C_2}=15,25$ и $K_2^+(\tau_{opt}^{K_2^+})=0,368$ при $\tau_{opt}^{K_2^+}=37,33$.

3) Множество значений периодичности ПВ оптимальных по Парето (3.2) для данной задачи $T = [\tau_{opt}^{C_2}; \tau_{opt}^{K_2^+}) = [15,25; 37,33]$.

4) Аддитивная свертка $V_2(t)$ (3.3) частных критериев (3.11) при весовых коэффициентах $v_s = v_c = 1/3$ достигает наибольшего значения при $\tau_{opt}^{V_2} = 24,70$ час; при этом $S_2(\tau_{opt}^{V_2})=158,94$ руб./час, $C_2(\tau_{opt}^{V_2})=22,31$ руб./час, $K_2^+(\tau_{opt}^{V_2})=0,368$.

Графики зависимостей частных критериев (3.11) от периодичности проведения ПВ при одинаковой стоимости в единицу времени АВ и МАВ руб./час представлены на рисунке 3.41.

В таблице 3.11 представлены результаты сравнения СО с полным и МАВ при одинаковой стоимости в единицу времени АВ и МАВ $c_a=1400$ руб./час.

Рассмотрим случай, когда МАВ дешевле, чем АВ. Графики зависимостей частных экономических критериев от периодичности проведения ПВ при различной стоимости в единицу времени АВ и МАВ (стоимость АВ $c_a=1400$ руб./час, стоимость МАВ варьируется в пределах от 1000 до 400 руб./час) представлены на рисунках 3.42, 3.43.

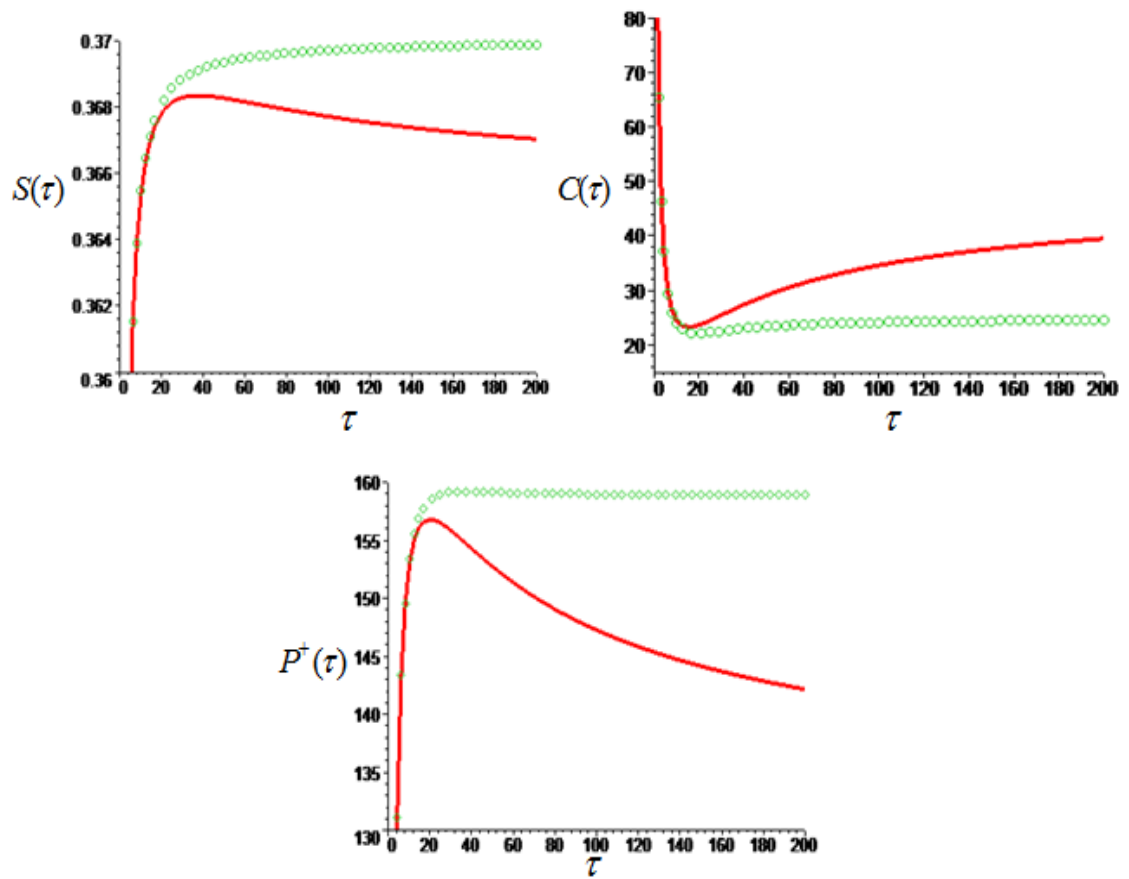


Рисунок 3.41 – Графики зависимостей частных критериев от периодичности ПВ τ при стратегиях АВ и МАВ.

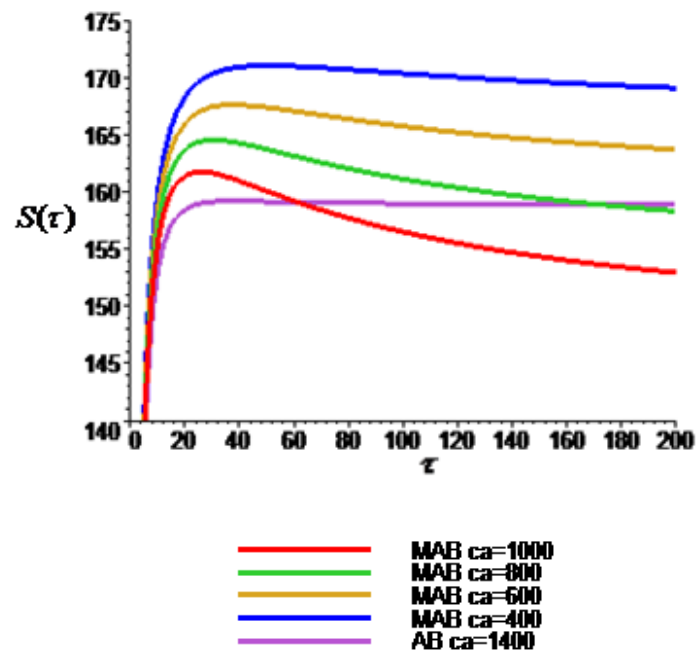


Рисунок 3.42 – Графики зависимости средней удельной прибыли $S(\tau)$ от периодичности ПВ τ в СО с полным АВ и при различных значениях c_a с МАВ

Таблица 3.11 – Результаты оптимизации периодичности ПВ для СО с АВ и МАВ

Стратегия АВ				Стратегия МАВ			
$S_1(\infty)$		158,79		$S_2(\infty)$		131,80	
$C_1(\infty)$		24,93		$C_2(\infty)$		49,20	
$K_1^+(\infty)$		0,370		$K_2^+(\infty)$		0,365	
$S_1(\tau_{opt}^{S_1})$	159,19	$\tau_{opt}^{S_1}$	37,35	$S_2(\tau_{opt}^{S_2})$	156,82	$\tau_{opt}^{S_2}$	20,16
$C_1(\tau_{opt}^{C_1})$	22,15	$\tau_{opt}^{C_1}$	19,18	$C_2(\tau_{opt}^{C_2})$	23,21	$\tau_{opt}^{C_2}$	15,25
$K_1^+(\tau_{opt}^{K_1^+})$	0,370	$\tau_{opt}^{K_1^+}$	∞	$K_2^+(\tau_{opt}^{K_2^+})$	0,368	$\tau_{opt}^{K_2^+}$	37,33
$T = [\tau_{opt}^{C_1}; \infty) = [19,18; \infty)$				$T = [\tau_{opt}^{C_2}; \tau_{opt}^{K_2^+}] = [15,25; 37,33]$			
$S_1(\tau_{opt}^{V_1})$	$S_1(\infty)$	$\tau_{opt}^{V_1}$	∞	$S_2(\tau_{opt}^{V_2})$	158,94	$\tau_{opt}^{V_2}$	24,70
$C_1(\tau_{opt}^{V_1})$	$C_1(\infty)$			$C_2(\tau_{opt}^{V_2})$	22,31		
$K_1^+(\tau_{opt}^{V_1})$	$K_1^+(\infty)$			$K_2^+(\tau_{opt}^{V_2})$	0,368		

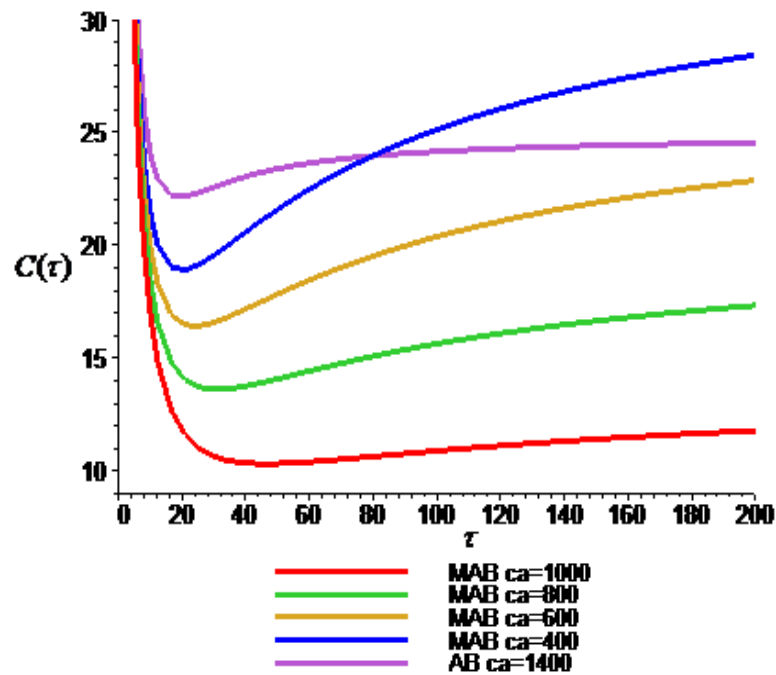


Рисунок 3.43 – Графики зависимости средних удельных затрат $C(\tau)$ от периодичности ПВ τ в СО с полным АВ и при различных значениях c_a с МАВ

С уменьшением значения c_a для обеих СО:

- увеличивается значение оптимальной периодичности проведения ПВ;
- увеличивается значение средней удельной прибыли в единицу функционирования СО;
- уменьшается значение средних удельных затрат в единицу исправного функционирования системы;
- оптимум частных критериев становится менее выраженным.

В таблице 3.12 приведены значения оптимальных периодов ПВ, полученных с помощью аддитивной свертки при значениях стоимости МАВ от 1400 руб./час до 350 руб./час

Таблица 3.12 – Значения оптимальных периодов ПВ при различных значениях стоимости МАВ (аддитивная свертка).

c_a	1400	1250	1100	950	800	650	500	350
τ_{opt}^V	24,70	26,22	28,01	30,07	32,55	35,56	39,35	44,16

3.4. Особенности вычислительных процедур при определении оптимальной периодичности профилактического восстановления

Задачи оптимизации работы конкретных СО решаются в программе Maple по формулам, полученным в разделе 2. При этом могут возникать некоторые преодолимые трудности:

- 1) Наличие в характеристиках СО функций восстановления, которые являются рядами.

Аналитические выражения для некоторых функций восстановления можно найти, например в [51]. В общем случае функции восстановления можно заменить частичными суммами рядов, которые их определяют или аппроксимировать удобными для интегрирования функциями (для многих функций восстановления в справочных материалах приводятся их табличные значения).

- 2) Подинтегральные выражения найденных стационарных характеристик СО могут не интегрироваться в квадратурах.

В таком случае вычисление интегралов (в том числе и кратных) может проводиться численными методами, в основе которых лежит применение квадратурных формул (для кратных интегралов повторное применение квадратурных формул).

- 3) Необходимость интегрирования несобственных интегралов с бесконечными пределами интегрирования.

При этом достаточно взять интеграл в достаточно больших конечных пределах так, чтобы отбрасываемая часть интеграла была значительно меньше точности вычисления.

Предварительно нужно оценить поведение подинтегральной функции при больших значениях аргумента.

Результаты подраздела 3.4. основаны на работах соискателя [4 – 6].

3.5 Выводы по разделу 3.

1. Дороговизна БПЛА, их комплектующих и АВ, а также недоступность непосредственного осмотра технического состояния БПЛА при выполнении ими своих функций приводят к необходимости введения дополнительных средств контроля и повышения надежности аппаратной и программной составляющих. Оптимизация периодичности ТО по стационарным операционным и экономическим критериям дает возможность повысить качество функционирования БПЛА. Имитационное моделирование позволяет осуществить анализ эффективности БПЛА при переходном режиме, а также приближенно определить количество БПЛА, необходимых для выполнения заданий с определенной вероятностью.

Детальный анализ рассмотренного модельного примера показал, что проведение ТО БПЛА в соответствии с полученными в подразделе 3.1 решениями увеличивает среднюю удельную прибыль в единицу времени работы БПЛА не менее чем на 15% и уменьшает средние удельные затраты в единицу времени исправной работы более чем в 1,5 раз. При этом операционный показатель — стационарный коэффициент доступности БПЛА — уменьшается не более чем на 2,7%, а финальная вероятность пребывания БПЛА в состоянии ТО или АВ незначительно уменьшается. Для того, чтобы обеспечить выполнение заданий с вероятностью 0,933, необходимо иметь в наличии 5 аппаратов.

2. В подразделе 3.2 рассмотрена информационная система с защитой информации от несанкционированного доступа. В системе предполагается обновление службы безопасности. Приведен численный пример решения задачи трехкритериальной оптимизации периодичности обновления службы безопасности. Для рассмотренного модельного примера допущение о постоянной вероятности доступа к информации ухудшает все показатели эффективности и надежности функционирования информационной системы: среднюю удельную прибыль на 18%, средние удельные затраты на 2% и вероятность доступа к конфиденциальной информации — на 0,082. Применение аппарата ПМ процессов с общим фазовым пространством состояний позволяет проводить более эффективную оптимизацию этих процессов и избегать указанных потерь.

3. В подразделе 3.3 рассмотрены две модельные СО: с полным АВ и с МАВ.

Обе СО функционируют одинаково, но во второй системе при отказе ОП проводится его минимальное (а не полное) АВ. МАВ делает прибор работоспособным, но по его окончании интенсивность отказов ОП такая же, как непосредственно перед отказом. Для рассмотренного примера в СО с полным АВ нет необходимости проводить ПВ ОП; в СО с МАВ проведение ПВ является рациональным способом повышения эффективности работы СО.

В подразделе 3.3 приведены результаты многокритериальной оптимизации периодичности ПВ в этих СО при одинаковой стоимости в единицу времени АВ и МАВ, а также в случае, когда МАВ дешевле, чем АВ. Проведен анализ зависимости значения оптимального периода ПВ, полученных при помощи аддитивной свертки, от значения стоимости МАВ.

РАЗДЕЛ 4. ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРИОДИЧНОСТИ ПЛАНОВО-ПРОФИЛАКТИЧЕСКИХ РАБОТ В ЛАБОРАТОРИИ ЛИТЕЙНО-ПРОКАТНОГО КОМПЛЕКСА МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОГО ПРЕДПРИЯТИЯ.

Результаты данного раздела изложены в соответствии с работой автора [77].

В данном разделе работа лаборатории литейно-прокатного стана моделируется как одноканальная СО с мгновенным обслуживанием и резервным ОП (оптико-электронным спектрометром). Моменты поступления проб (отбор проб производится в процессе плавки коррозионностойких сталей и горячекатаного проката из рулонов) на анализ приборами образуют пуассоновский поток. Спектральный анализ осуществляется корректно с переменной во времени вероятностью. В лаборатории проводятся планово-предупредительные работы. Найдено стационарное распределение ВЦМ как решение системы интегральных уравнений. Приведена постановка и решение задачи многокритериальной оптимизации существующей на предприятии периодичности проведения ППР. С помощью имитационных моделей определены характеристики переходного режима функционирования ЛЛПК.

4.1. Описание работы ЛЛПК

ЛЛПК является одной из значимых составляющих в процессе высококачественного производства нефтегазовых труб. Моделирование процессов, связанных с профилактическим обслуживанием приборов в лабораториях такого рода, является важной составляющей обеспечения надежного и рационального функционирования ЛЛПК.

В ЛЛПК производится анализ проб в процессе плавки коррозионностойкой стали и горячекатаного проката в рулонах. Для контроля химического состава расплава в ходе плавки и металла в горячекатанных рулонах в ЛЛПК установлены два оптико-электронных спектрометра ARL4460.

В течении 1 часа в ЛЛПК происходят следующие операции при плавке коррозионностойкой стали:

- а) дуговая сталеплавильная печь (в ЛЛПК направляются 1 – 2 пробы в час);
- б) перевод на установку "ковш-печь", разливка в ковши (4 – 5 проб в час);
- в) установка вакуумирования (2 – 3 пробы в час);
- г) машина непрерывного литья (2 пробы в час);
- д) прокат листовой стали в рулоны (80 проб в сутки)

Плавка некоррозионностойкой стали происходит без этапа вакуумирования.

При смене марки стали (4 – 5 раз в сутки) происходит прожиг 5 – 10 стандартных образцов.

В ЛЛПК производятся следующие виды ТО:

- 1) Прожиг стандартных образцов в начале каждой смены для оперативного контроля в соответствии с требованиями ГОСТ Р 54153-2010 (15 – 20 стандартных образцов).
- 2) Сервисное ТО, проводимое персоналом организации-изготовителя два раза в год. При нем выставляют аттенюаторы, регулируют фотоумножители, выставляют зазоры щели, в которую поступает отраженный спектр после вспышки (профилирование).
- 3) ППР проводятся раз в неделю и включают чистку линзы (раз в квартал), замену медных и титановых трубок подачи газа (раз в полгода), чистку/замену высоковольтных изоляторов (при загрязнении происходит короткое замыкание и выходит из строя электроника).
- 4) Текущий ремонт проводится ежегодно, но в разное время, — по факту выхода из строя фотоумножителя, вакуумного насоса, молекулярной помпы, плат электроники (4 штуки в комплекте). Среднее время текущего ремонта — 30 минут.

Стабильность работы приборов зависит от количества прожигов (испытаний), качества газа и своевременности ТО и ППР.

После разливки производится прокат листовой стали в рулоны. Горячекатанный прокат в рулонах вылеживается от 3 суток. Из этого проката в течении суток поступает не более 80 проб. Второй оптико-электронный спектрометр ARL4460 «условно» стоит в резерве и имеет меньшую нагрузку. Каждую неделю осуществляется смена основного прибора и один уходит в резерв.

4.2. Системный анализ и формализация процесса функционирования ЛЛПК

Анализ показывает, что отправка проб на анализ в ЛЛПК происходит почти на всех стадиях производственных процессов плавки и проката коррозионностойкой и некоррозионностойкой стали (рисунок 4.1). Кроме того, неисправность работы ЛЛПК является одной из самых дорогостоящих.

Декомпозиция иерархической структуры технологического литейно-прокатного комплекса позволяет выделить ЛЛПК как подсистему спектрального анализа состава жидких и твердых проб с учетом связей с остальными подсистемами технологического процесса. Была разработана структурная схема (рисунок 4.2) и блок-схема (рисунок 4.3) функционирования ЛЛПК. Концептуальная структурная схема (рисунок 4.4) позволяет сделать анализ причинно-следственных связей характеристик ЛЛПК и литейно-прокатного комплекса в целом и осуществить их качественную оценку [77].



-----> — возврат к технологическому процессу в случае неудовлетворительных результатов анализа пробы.

Рисунок 4.1 – Иерархическая структура литейно-прокатного комплекса

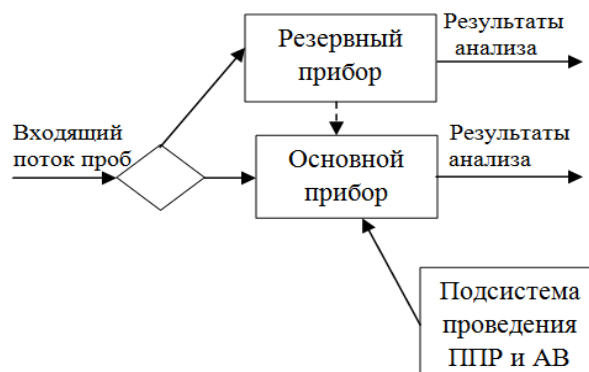


Рисунок 4.2 – Структурная схема функционирования ЛЛПК

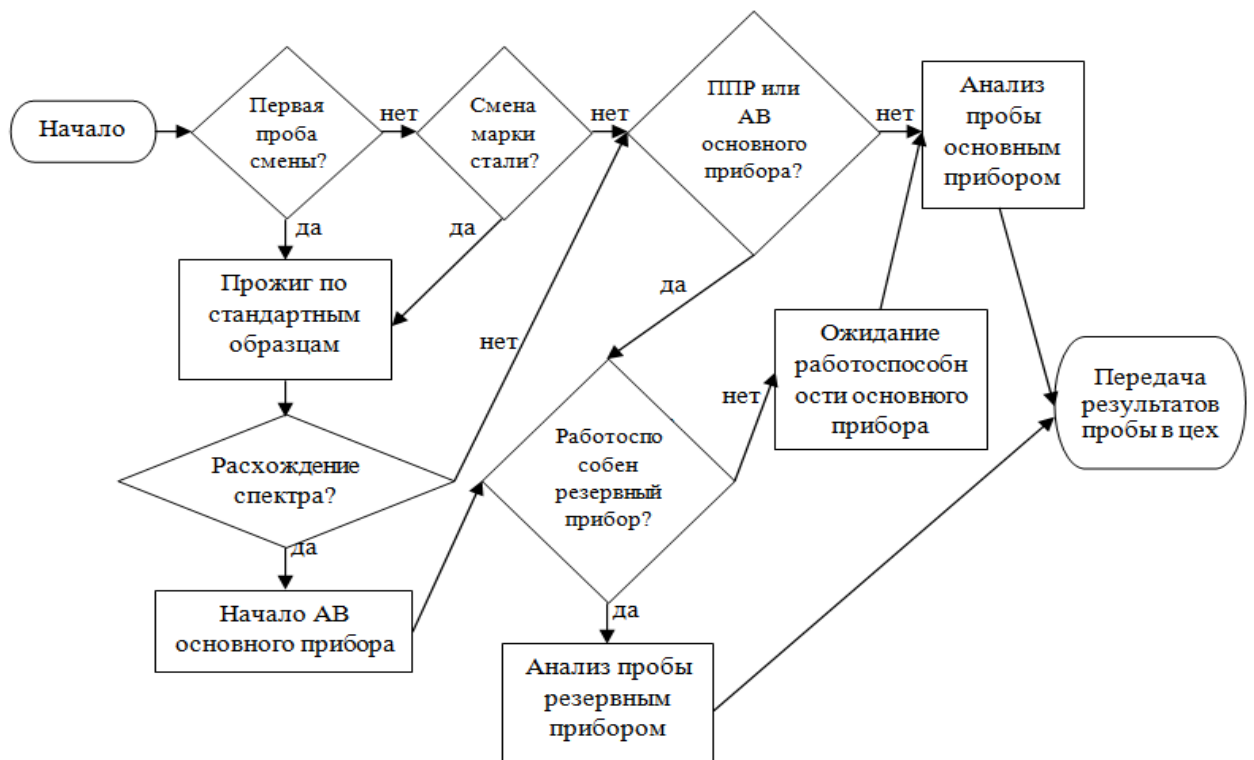
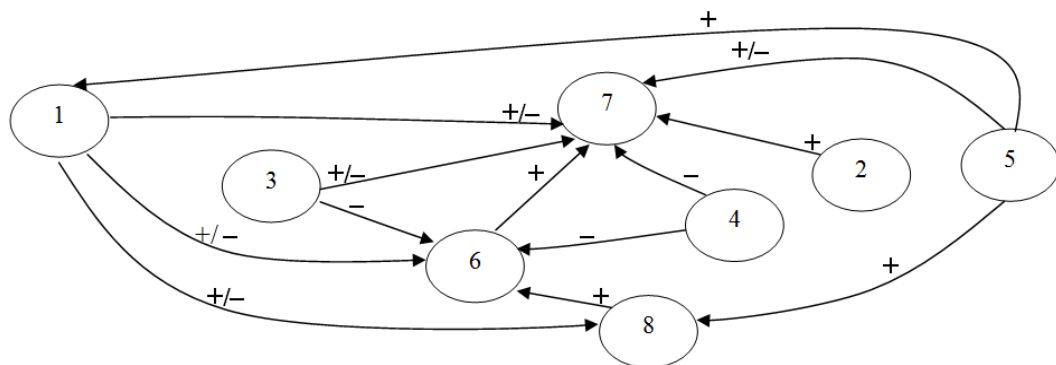


Рисунок 4.3 – Блок-схема функционирования ЛЛПК

Характеристики функционирования ЛЛПК:

1. Периодичность ППР
2. Стоимость ППР
3. Вероятность прожига по стандартным образцам
4. Вероятность безотказной работы резервного спектрометра

Характеристики литейно-прокатного комплекса в целом:

5. Количество отправленных на контроль проб
6. Время простоя печи
7. Стоимость выпуска партии труб
8. Количество возвратов к предыдущему технологическому этапу

Рисунок 4.4 – Концептуальная структурная схема взаимосвязей характеристик функционирования ЛЛПК и литейно-прокатного комплекса

Системный подход к формализации работы ЛЛПК и процесса проведения плановых ППР в ней свидетельствует об адекватности рассмотрения ЛЛПК как системы с отказами каналов обслуживания.

4.3. Аналитическая модель функционирования ЛЛПК

Постановка задачи. На основе системного подхода формализации процесса проведения плановых ППР в ЛЛПК (подраздел 1.2), а также данных, полученных из журналов лаборатории, поставлена задача моделирования работы ЛЛПК.

Моменты поступления проб для спектрального анализа образуют пуассоновский поток с интенсивностью λ . При этом с вероятностью p проводится анализ партии без пробы на стандартном образце, а с вероятностью $q=1-p$ перед непосредственным анализом проб проводится стандартизация (это происходит в начале каждой смены или в случае поступления партии другого типа, отличного от предыдущего). С вероятностью $p(t)$ прибор работает нормально. С вероятностью $q(t)=1-p(t)$ обнаруживается расхождение спектра при проведении стандартизации или случается скрытое отклонение от нормальной работы. Вероятности $p(t)$ и $q(t)$ зависят от времени, прошедшего с момента завершения последнего ТО. Если обнаруживается расхождение спектра при проведении стандартизации, проводится тестирование системы и устранение неполадок. Оно длится время, равное СВ α с ФР $F(t) = P\{\alpha \leq t\}$. С целью повышения надежности функционирования ЛЛПК через время, равное τ , проводятся ППР основного прибора. ППР длится время, равное СВ γ с ФР $\Phi(t) = P\{\gamma \leq t\}$. После ППР вероятность расхождения спектра со стандартным становится равной 0 и отсчет времени для функции вероятности $p(t)$ и для величины τ начинается заново. Отсчет этих величин прерывается на время восстановления прибора. Если во время проведения ремонта первого прибора или его ППР поступает проба для анализа, то анализ осуществляется резервным прибором, который оказывается работоспособным с постоянной вероятностью p_1 и неработоспособным с вероятностью $q_1=1-p_1$.

Полумарковская модель системы. Для описания функционирования ЛЛПК используем процесс марковского восстановления $\{\xi_n, \theta_n, n \geq 0\}$ и соответствующий ему ПМ процесс $\xi(t)$ с дискретно-непрерывным множеством состояний.

Для этого определим фазовое пространство состояний системы:

$$E = \{10, 10x, 10x0, s0x, 20x, 21xy, 22xy, 30, 31y, 32y, 40x; 0 < x < \tau, y > 0\}. \quad (4.1)$$

10 — основной прибор начал функционировать после очередных ППР;

10x — поступила проба для анализа; проба на стандартном образце не проводится, но скрытый отказ не наступил; время x прошло с момента окончания последних ППР прибора;

s0x — поступила проба для анализа; проведена проба на стандартном образце, расхождение спектра не обнаружено; время x прошло с момента окончания последних ППР прибора;

10x0 — окончен ремонт/настройка прибора; время x прошло с момента окончания последних ППР до только что законченного АВ прибора;

20x — начинается АВ прибора, время x прошло с момента окончания последних ППР прибора;

21xy — поступила проба для анализа, при этом основной прибор находится в состоянии ремонта; анализ успешно проводится резервным прибором; время x прошло с момента окончания последних ППР до текущего АВ прибора; время y осталось до конца АВ прибора;

22xy — поступила проба для анализа, при этом основной прибор находится в состоянии АВ; резервный прибор оказался неисправным; время x прошло с момента окончания последних ППР до текущего ремонта прибора; время y осталось до конца АВ прибора;

30 — начало проведения ППР прибора;

31y — поступила проба для анализа, при этом основной прибор находится в состоянии ППР; анализ успешно проводится резервным прибором; время y осталось до конца ППР прибора;

32y — поступила проба для анализа, при этом основной прибор находится в состоянии ППР; резервный прибор оказался неисправным; время y осталось до конца ППР прибора;

40x — поступила проба для анализа; проба на стандартном образце не проводится, наступил скрытый отказ; время x прошло с момента окончания последних ППР прибора.

Времена однократного пребывания системы в соответствующих состояниях определяются формулами:

$$\begin{aligned}\theta_{10} &= \min \left\{ \tau, \frac{1}{\lambda} \right\}, \quad \theta_{10x} = \theta_{s0x} = \theta_{10x0} = \min \left\{ \tau - x, \frac{1}{\lambda} \right\}, \\ \theta_{20x} &= \min \left\{ \alpha, \frac{1}{\lambda} \right\}, \quad \theta_{21xy} = \theta_{22xy} = \min \left\{ y, \frac{1}{\lambda} \right\}, \\ \theta_{30} &= \min \left\{ \gamma, \frac{1}{\lambda} \right\}, \quad \theta_{31y} = \theta_{32y} = \min \left\{ y, \frac{1}{\lambda} \right\}, \quad \theta_{40x} = \min \left\{ \tau - x, \frac{1}{\lambda} \right\}.\end{aligned}$$

Соответственно,

$$\begin{aligned}M\theta_{10} &= \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda\tau}), \quad M\theta_{10x} = M\theta_{s0x} = M\theta_{10x0} = \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda(\tau-x)}), \\ M\theta_{20x} &= \int_0^{\infty} \bar{F}(y) e^{-\lambda y} dy, \quad M\theta_{21xy} = M\theta_{22xy} = \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda y}), \\ M\theta_{30} &= \int_0^{\infty} \bar{\Phi}(y) e^{-\lambda y} dy, \quad M\theta_{31y} = M\theta_{32y} = \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda y}), \quad M\theta_{40x} = \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda(\tau-x)}).\end{aligned}\tag{4.2}$$

Временная диаграмма функционирования ЛЛПК изображена на рисунке 4.5.

Плотности вероятностей переходов из состояний определяются формулами:

$$p_{10}^{10dx} = p \lambda p(x) e^{-\lambda x} dx, \quad p_{10}^{s0dx} = q \lambda p(x) e^{-\lambda x} dx, \quad p_{10}^{40dx} = p \lambda q(x) e^{-\lambda x} dx,$$

$$p_{10}^{20dx} = q \lambda q(x) e^{-\lambda x} dx, \quad P_{10}^{30} = e^{-\lambda \tau};$$

$$p_{10x}^{10dy} = p \lambda p(y) e^{-\lambda(y-x)} dy, \quad p_{10x}^{s0dy} = q \lambda p(y) e^{-\lambda(y-x)} dy, \quad p_{10x}^{40dy} = p \lambda q(y) e^{-\lambda(y-x)} dx,$$

$$p_{10x}^{20dy} = q \lambda q(y) e^{-\lambda(y-x)} dx, \quad x < y < \tau; \quad P_{10x}^{30} = e^{-\lambda(\tau-x)};$$

$$p_{s0x}^{10dy} = p \lambda p(y) e^{-\lambda(y-x)} dy, \quad p_{s0x}^{s0dy} = q \lambda p(y) e^{-\lambda(y-x)} dy, \quad p_{s0x}^{40dy} = p \lambda q(y) e^{-\lambda(y-x)} dy,$$

$$p_{s0x}^{20dy} = q \lambda q(y) e^{-\lambda(y-x)} dy, \quad x < y < \tau; \quad P_{s0x}^{30} = e^{-\lambda(\tau-x)};$$

$$p_{10x0}^{10dy} = p \lambda p(y) e^{-\lambda(y-x)} dy, \quad p_{10x0}^{s0dy} = q \lambda p(y) e^{-\lambda(y-x)} dy, \quad p_{10x0}^{40dy} = p \lambda q(y) e^{-\lambda(y-x)} dx,$$

$$p_{10x0}^{20dy} = q \lambda q(y) e^{-\lambda(y-x)} dx, \quad x < y < \tau; \quad P_{10x0}^{30} = e^{-\lambda(\tau-x)};$$

$$p_{20x}^{21xdy} = p_1 \lambda \int_0^\infty f(t+y) e^{-\lambda t} dt dy, \quad p_{20x}^{22xdy} = q_1 \lambda \int_0^\infty f(t+y) e^{-\lambda t} dt dy, \quad y > 0; \quad P_{20x}^{10x0} = \int_0^\infty f(t) e^{-\lambda t} dt;$$

$$p_{21xy}^{21xdz} = p_1 \lambda e^{-\lambda(y-z)} dz, \quad p_{21xy}^{22xdz} = q_1 \lambda e^{-\lambda(y-z)} dz, \quad 0 < z < y; \quad p_{21xy}^{10x0} = e^{-\lambda y}, \quad y > 0;$$

$$p_{22xy}^{22xdz} = \lambda e^{-\lambda(y-z)} dz, \quad 0 < z < y; \quad p_{22xy}^{10x0} = e^{-\lambda y}, \quad y > 0.$$

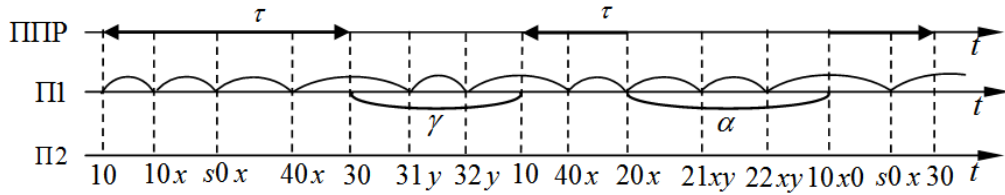
$$p_{30}^{31dy} = p_1 \lambda \int_0^\infty \varphi(t+y) e^{-\lambda t} dt dy, \quad p_{30}^{32dy} = q_1 \lambda \int_0^\infty \varphi(t+y) e^{-\lambda t} dt dy, \quad P_{30}^{10} = \int_0^\infty \varphi(t) e^{-\lambda t} dt, \quad y > 0;$$

$$p_{31v}^{31dy} = p_1 \lambda e^{-\lambda(v-y)} dy, \quad p_{31v}^{32dy} = q_1 \lambda e^{-\lambda(v-y)} dy, \quad 0 < y < v; \quad p_{31v}^{10} = e^{-\lambda y}, \quad y > 0;$$

$$p_{32v}^{32dy} = \lambda e^{-\lambda(v-y)} dy, \quad 0 < y < v; \quad p_{32v}^{10} = e^{-\lambda y}, \quad y > 0;$$

$$p_{40x}^{40dy} = p \lambda e^{-\lambda(y-x)} dy, \quad p_{40x}^{20dy} = q \lambda e^{-\lambda(y-x)} dy, \quad x < y < \tau; \quad p_{40x}^{30} = e^{-\lambda(\tau-x)}.$$

Для всех плотностей вероятностей выполняется $0 < x < \tau$.



П1 — первый прибор (основной), П2 — второй прибор (резервный)

Рисунок 4.5 – Временная диаграмма функционирования системы

Нахождение стационарного распределения ВЦМ. Обозначим через ρ_{10} и ρ_{30} значения стационарного распределения для состояний 10 и 30, а $\rho(10x)$, $\rho(10x0)$, $\rho(s0x)$, $\rho(20x)$, $\rho(21xy)$, $\rho(22xy)$, $\rho(31y)$, $\rho(32y)$ и $\rho(40x)$ — плотности стационарного распределения ВЦМ для состояний 10x, 10x0, s0x, 20x, 21xy, 22xy, 30, 31y, 32y и 40x соответственно.

Составим, учитывая плотности вероятностей переходов из состояний, систему интегральных уравнений для стационарного распределения:

$$\begin{aligned}
\rho(10x) &= p \lambda p(x) \left[\rho_{10} e^{-\lambda x} + \int_0^x \rho(10y) e^{-\lambda(x-y)} dy + \int_0^x \rho(s0y) e^{-\lambda(x-y)} dy + \int_0^x \rho(10y0) e^{-\lambda(x-y)} dy \right], 0 < x < \tau; \\
\rho(s0x) &= q \lambda p(x) \left[\rho_{10} e^{-\lambda x} + \int_0^x \rho(10y) e^{-\lambda(x-y)} dy + \int_0^x \rho(s0y) e^{-\lambda(x-y)} dy + \int_0^x \rho(10y0) e^{-\lambda(x-y)} dy \right], 0 < x < \tau; \\
\rho(20x) &= q \lambda \left[\rho_{10} q(x) e^{-\lambda x} + q(x) \int_0^x \rho(10y) e^{-\lambda(x-y)} dy + q(x) \int_0^x \rho(s0y) e^{-\lambda(x-y)} dy + \right. \\
&\quad \left. + q(x) \int_0^x \rho(10y0) e^{-\lambda(x-y)} dy + \int_0^x \rho(40y) e^{-\lambda(x-y)} dy \right], 0 < x < \tau; \\
\rho(40x) &= p \lambda \left[\rho_{10} q(x) e^{-\lambda x} + q(x) \int_0^x \rho(10y) e^{-\lambda(x-y)} dy + q(x) \int_0^x \rho(s0y) e^{-\lambda(x-y)} dy + \right. \\
&\quad \left. + q(x) \int_0^x \rho(10y0) e^{-\lambda(x-y)} dy + \int_0^x \rho(40y) e^{-\lambda(x-y)} dy \right], 0 < x < \tau; \\
\rho_{30} &= \rho_{10} e^{-\lambda \tau} + \int_0^\tau \rho(10y) e^{-\lambda(\tau-y)} dy + \int_0^\tau \rho(s0y) e^{-\lambda(\tau-y)} dy + \int_0^\tau \rho(10y0) e^{-\lambda(\tau-y)} dy + \int_0^\tau \rho(40y) e^{-\lambda(\tau-y)} dy; \\
\rho(31y) &= p_1 \lambda \rho_{30} \int_0^\infty \varphi(t+y) e^{-\lambda t} dt + p_1 \lambda \int_y^\infty \rho(31t) e^{-\lambda(t-y)} dt, y > 0; \\
\rho(32y) &= q_1 \lambda \rho_{30} \int_0^\infty \varphi(t+y) e^{-\lambda t} dt + q_1 \lambda \int_y^\infty \rho(31t) e^{-\lambda(t-y)} dt + \lambda \int_y^\infty \rho(32t) e^{-\lambda(t-y)} dt, y > 0; \\
\rho(21xy) &= p_1 \lambda \rho(20x) \int_0^\infty f(t+y) e^{-\lambda t} dt + p_1 \lambda \int_y^\infty \rho(21xz) e^{-\lambda(z-y)} dz, 0 < x < \tau, y > 0; \\
\rho(22xy) &= q_1 \lambda \rho(20x) \int_0^\infty f(t+y) e^{-\lambda t} dt + q_1 \lambda \int_y^\infty \rho(21xz) e^{-\lambda(z-y)} dz + \\
&\quad + \lambda \int_y^\infty \rho(22xz) e^{-\lambda(z-y)} dz, 0 < x < \tau, y > 0; \\
\rho(10x0) &= \rho(20x) \int_0^\infty f(t) e^{-\lambda t} dt + \int_0^\infty \rho(21xz) e^{-\lambda z} dz + \int_0^\infty \rho(22xz) e^{-\lambda z} dz, 0 < x < \tau; \\
\rho_{10} &= \rho_{30} \int_0^\infty \varphi(t) e^{-\lambda t} dt + \int_0^\infty \rho(31x) e^{-\lambda x} dx + \int_0^\infty \rho(32x) e^{-\lambda x} dx.
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Постоянная ρ_{30} определяется из условия нормировки.

Выражая из уравнений системы (4.3) плотности, приходим к уравнению восстановления для запаздывающего обрывающегося процесса восстановления, обобщенного на случай непостоянной вероятности обрыва процесса восстановления (1.18):

$$\rho(10x) = \rho_{30} p \lambda p(x) (q + p e^{-\lambda x}) + p \lambda p(x) \int_0^x \rho(10y) e^{-\lambda(x-y)} dy.$$

Поэтому можно записать решение системы уравнений следующим образом:

$$\rho(10x) = \rho_{30} p \lambda P(x), \quad 0 < x < \tau;$$

$$\rho(s0x) = \rho_{30} q \lambda P(x), \quad 0 < x < \tau;$$

$$\begin{aligned}
\rho(10x0) &= \rho(20x) = \rho_{30} q \lambda (1 - P(x)), \quad 0 < x < \tau ; \\
\rho(40x) &= \rho_{30} p \lambda (1 - P(x)), \quad 0 < x < \tau ; \\
\rho(31y) &= \rho_{30} p_1 \lambda \int_0^\infty \varphi(t+y) e^{-\lambda q_1 t} dt, \quad y > 0 ; \\
\rho(32y) &= \rho_{30} \lambda \left[\Phi(y) - p_1 \int_0^\infty \varphi(t+y) e^{-\lambda q_1 t} dt \right], \quad y > 0 ; \\
\rho(21xy) &= \rho_{30} p_1 q \lambda^2 (1 - P(x)) \int_0^\infty f(t+y) e^{-\lambda q_1 t} dt, \quad 0 < x < \tau, \quad y > 0 ; \\
\rho(22xy) &= \rho_{30} q \lambda^2 (1 - P(x)) \left[F(y) - p_1 \int_0^\infty f(t+y) e^{-\lambda q_1 t} dt \right], \quad 0 < x < \tau, \quad y > 0 .
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Постоянная ρ_{30} определяется выражением:

$$\rho_{30} = \left[2 + \lambda(\tau + M_\gamma) + q\lambda(1 + \lambda M_\alpha) \left(\tau - \int_0^\tau P(x) dx \right) \right]^{-1}.$$

Здесь функция $P(x)$ определяется следующим образом:

$$\begin{aligned}
P(x) &= \sum_{n=0}^\infty P^{(n)}(x), \\
P^{(0)}(x) &= p(x)(q + pe^{-\lambda x}), \\
P^{(n)}(x) &= p\lambda p(x) \int_0^x P^{(n-1)}(y) e^{-\lambda(x-y)} dy \quad n=1, 2, \dots,
\end{aligned} \tag{4.5}$$

и удовлетворяет такому тождеству:

$$P(x) = p(x)(q + pe^{-\lambda x}) + p\lambda p(x) \int_0^x P(y) e^{-\lambda(x-y)} dy.$$

Стационарные характеристики ЛЛПК. Разобьем фазовое пространство состояний E (4.1) на непересекающиеся подмножества состояний, соответствующие различным физическим состояниям системы:

$E_1 = \{10, 10x, 10x0, s0x\}$ — основной прибор исправно функционирует, второй прибор в резерве;

$E_2 = \{20x, 21xy\}$ — основной прибор находится в состоянии АВ, резервный прибор работоспособен;

$E_3 = \{30, 31y\}$ — основной прибор находится в состоянии ППР, резервный прибор работоспособен;

$E_4 = \{40x\}$ — основной прибор находится в состоянии скрытого отказа;

$$E_5 = E_{кр}^{(2)} \cup E_{кр}^{(3)},$$

где $E_{кр}^{(2)} = \{22xy\}$ — критическое состояние неисправности системы: основной прибор находится в состоянии АВ, а резервный прибор в это время работает неисправно;

$E_{кр}^{(3)} = \{32y\}$ — критическое состояние неисправности системы: основной прибор находится в состоянии ППР, а резервный прибор в это время работает неисправно.

Определим следующие операционные и экономические показатели ЛЛПК:

- стационарный коэффициент доступности основного прибора

$$K^+ = \int_{E_1} m(x) \rho(dx) \left(\int_E m(x) \rho(dx) \right)^{-1};$$

- финальная вероятность критического состояния (скрытых отказов основного или неисправности второго прибора)

$$P^{kp} = \left[\int_{E_4} m(x) \rho(dx) + \int_{E_5} m(x) \rho(dx) \right] \left(\int_E m(x) \rho(dx) \right)^{-1};$$

- средняя удельная прибыль в единицу календарного времени

$$S = \int_E m(x) f_s(x) \rho(dx) \left(\int_E m(x) \rho(dx) \right)^{-1};$$

- средние удельные затраты в единицу времени исправного функционирования системы (без скрытых отказов и неисправности второго прибора)

$$C = \int_E m(x) f_c(x) \rho(dx) \left(\int_E m(x) \rho(dx) - \int_{E_4} m(x) \rho(dx) - \int_{E_5} m(x) \rho(dx) \right)^{-1}.$$

Здесь

$m(x)$ — математические ожидания (4.2) однократного пребывания в состояниях;

$\rho(dx)$ — полученное в результате решения системы интегральных уравнений стационарное распределение (4.4);

$f_s(x)$ $f_c(x)$ — функции, определяющие соответственно доход и затраты в единицу времени в каждом состоянии.

Пусть для данной системы функции $f_s(x)$ и $f_c(x)$ имеют следующий вид:

$$f_s(x) = \begin{cases} c_1, x \in E_1 \cup E_2 \cup E_3, \\ -c_2, x \in E_2 \cup E_{kp}^{(2)}, \\ -c_3, x \in E_3 \cup E_{kp}^{(3)}, \\ -c_4, x \in E_4, \\ -c_5, x \in E_5. \end{cases} \quad f_c(x) = \begin{cases} 0, x \in E_1, \\ c_2, x \in E_2 \cup E_{kp}^{(2)}, \\ c_3, x \in E_3 \cup E_{kp}^{(3)}, \\ c_4, x \in E_4, \\ c_5, x \in E_5. \end{cases}$$

Здесь c_1 — доход, получаемый в единицу времени исправного функционирования одного из приборов; c_2 — затраты в единицу времени проведения АВ основного прибора; c_3 — затраты в единицу времени проведения ППР основного прибора; c_4 — затраты в единицу времени скрытого отказа основного прибора; c_5 — затраты в единицу времени отказа резервного прибора.

С учетом того, что имеет место тождество

$$p \int_0^\tau P(x) e^{-\lambda(\tau-x)} dx = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{P(\tau)}{p(\tau)} - q - p e^{-\lambda\tau} \right),$$

получаем:

$$\begin{aligned} \int_{E_1} m(x) \rho(dx) &= \rho_{30} \left[q\tau + p \int_0^\tau P(x) dx + \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{P(\tau)}{p(\tau)} \right) \right], \\ \int_{E_2} m(x) \rho(dx) &= \rho_{30} q \lambda \left(\tau - \int_0^\tau P(x) dx \right) \int_0^\infty F(t) e^{-\lambda q_1 t} dt, \quad \int_{E_3} m(x) \rho(dx) = \rho_{30} \int_0^\infty \Phi(t) e^{-\lambda q_1 t} dt, \\ \int_{E_{kp}^{(2)}} m(x) \rho(dx) &= \rho_{30} q \lambda \left(\tau - \int_0^\tau P(x) dx \right) \left[M_\alpha - \int_0^\infty F(t) e^{-\lambda q_1 t} dt \right] \int_{E_{kp}^{(3)}} m(x) \rho(dx) = \rho_{30} \left[M_\gamma - \int_0^\infty \Phi(t) e^{-\lambda q_1 t} dt \right], \\ \int_{E_4} m(x) \rho(dx) &= \rho_{30} \left[p \left(\tau - \int_0^\tau P(x) dx \right) + \frac{1}{\lambda} \left(\frac{P(\tau)}{p(\tau)} - 1 \right) \right], \\ \int_{E_5} m(x) \rho(dx) &= \rho_{30} \left(q \lambda \left(\tau - \int_0^\tau P(x) dx \right) \left[M_\alpha - \int_0^\infty F(t) e^{-\lambda q_1 t} dt \right] + M_\gamma - \int_0^\infty \Phi(t) e^{-\lambda q_1 t} dt \right), \\ \int_E m(x) \rho(dx) &= \tau + M_\gamma + q \lambda M_\alpha \left(\tau - \int_0^\tau P(x) dx \right). \end{aligned}$$

Следовательно,

$$K^+(\tau) = \frac{q\tau + p \int_0^\tau P(x) dx + \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{P(\tau)}{p(\tau)} \right)}{\tau + M_\gamma + q \lambda M_\alpha \left(\tau - \int_0^\tau P(x) dx \right)},$$

$$\begin{aligned}
P^{\kappa p}(\tau) &= \frac{\left(\tau - \int_0^\tau P(x) dx \right) \left(p + q\lambda \left[M_\alpha - \int_0^\infty F(t) e^{-\lambda q_1 t} dt \right] \right) + \frac{1}{\lambda} \left(\frac{P(\tau)}{p(\tau)} - 1 \right) + M_\gamma - \int_0^\infty \Phi(t) e^{-\lambda q_1 t} dt}{\tau + M_\gamma + q\lambda M_\alpha \left(\tau - \int_0^\tau P(x) dx \right)}, \\
S(\tau) &= \frac{\left(p(c_1 + c_4) + q\lambda \left((c_2 + c_5)M_\alpha - (c_1 + c_5) \int_0^\infty F(t) e^{-\lambda q_1 t} dt \right) \right) \left(\int_0^\tau P(x) dx - \tau \right) - (c_3 + c_5)M_\gamma}{\tau + M_\gamma + q\lambda M_\alpha \left(\tau - \int_0^\tau P(x) dx \right)} + \\
&\quad + \frac{c_5 \int_0^\infty \Phi(t) e^{-\lambda q_1 t} dt + \frac{(c_1 + c_4)}{\lambda} \left(1 - \frac{P(\tau)}{p(\tau)} \right) + c_1 \tau}{\tau + M_\gamma + q\lambda M_\alpha \left(\tau - \int_0^\tau P(x) dx \right)}, \\
C(\tau) &= \frac{\left(c_4 p + q\lambda \left(c_2 M_\alpha + c_5 \left[M_\alpha - \int_0^\infty F(t) e^{-\lambda q_1 t} dt \right] \right) \right) \left(\tau - \int_0^\tau P(x) dx \right) + (c_3 + c_5)M_\gamma}{\tau - \frac{1}{\lambda} \left(\frac{P(\tau)}{p(\tau)} - 1 \right) + \int_0^\infty \Phi(t) e^{-\lambda q_1 t} dt + \left(\tau - \int_0^\tau P(x) dx \right) \left[q\lambda \int_0^\infty F(t) e^{-\lambda q_1 t} dt - p \right]} + \\
&\quad + \frac{\frac{c_4}{\lambda} \left(\frac{P(\tau)}{p(\tau)} - 1 \right) - c_5 \int_0^\infty \Phi(t) e^{-\lambda q_1 t} dt +}{\tau - \frac{1}{\lambda} \left(\frac{P(\tau)}{p(\tau)} - 1 \right) + \int_0^\infty \Phi(t) e^{-\lambda q_1 t} dt + \left(\tau - \int_0^\tau P(x) dx \right) \left[q\lambda \int_0^\infty F(t) e^{-\lambda q_1 t} dt - p \right]}.
\end{aligned}$$

4.3. Многокритериальная оптимизация периодичности ППР ЛЛПК

В качестве критериев оптимальности функционирования рассматриваемой системы приняты:

- 4) $K^+(\tau)$ — позитивный критерий;
- 5) $P^{\kappa p}(\tau)$ — негативный критерий;
- 6) $S(\tau)$ — позитивный критерий;
- 7) $C(\tau)$ — негативный критерий;

$$\begin{cases} K^+(\tau) \rightarrow \max_{\tau \in (0, \infty)} \\ P^{\kappa p}(\tau) \rightarrow \min_{\tau \in (0, \infty)} \\ S(\tau) \rightarrow \max_{\tau \in (0, \infty)} \\ C(\tau) \rightarrow \min_{\tau \in (0, \infty)} \end{cases}. \quad (4.6)$$

Из записей в журналах лаборатории (Приложение В) можно сделать вывод, что вероятность того, что при поступлении очередной пробы прибор сработает некорректно, не постоянна и зависит от времени, прошедшего с момента окончания последних ППР. В ходе обработки и аппроксимации данных определено, что лучше всего эту зависимость описывает такая функция времени $p(t)=1-0,0001t$ ($q(t)=0,0001t$). На рисунке 4.6 изображена линейная аппроксимация функции вероятности корректной работы прибора.

Согласно имеющимся данным, общее количество проб, поступающее с одной печи в течение часа, равно 8 – 12 при плавке коррозионностойкой стали и 7 – 9 при плавке некоррозионностойкой стали. Учтем также 80 проб в сутки при прокате листовой стали в рулоны, т.е. в среднем 3,4 пробы в час.

Пусть в среднем количество проб из некоррозионной и коррозионной стали одинаково. Тогда, приняв нагрузку на приборы максимальной по обоим видам стали, получим, что в среднем в час потупает $(12 + 9)/2 + 3,4 = 13,9$ пробы.

Согласно данным журналов лаборатории можно сделать предположение, что моменты поступления проб образуют простейший поток с интенсивностью $\lambda = 13,9$; при этом иногда производятся прожиги по стандартным образцам, по результатам которых можно выявить неисправную или некорректную работу прибора: это происходит в начале смены и при смене марки стали. Примем средние значения числа прожигов: 20 в начале каждой смены и 10 при смене марки стали, $(20 \cdot 2 + 10 \cdot 5)/24 = 90/24 = 3,75$ в час. Если в среднем 3,75 раз из 13,9 производится прожиг по СО, то вероятность этого события $q = 0,27$, соответственно $p = 0,63$.

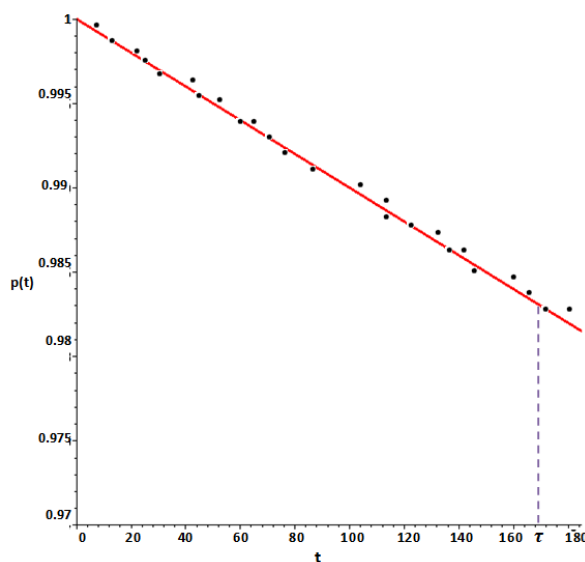


Рисунок 4.6 – Линейная аппроксимация функции вероятности работоспособности основного прибора

Среднее время проведения текущего ремонта (по факту выявления неисправности) составляет $M_{\alpha} = 0,5$ часа (распределение Эрланга 2-го порядка); среднее время проведения ППР

составляет $M_{\gamma} = 2$ часа (распределение Эрланга 2-го порядка). Согласно существующей стратегии проведения ППР, период ППР равен 1 неделе, т.е. $\tau_0 = 168$ час.

Будем считать, что текущий ремонт и ППР относятся к первому прибору, второй же прибор, ввиду более редкого его использования как резервного, с определенной (постоянной) вероятностью $p_1 = 0,96$ выполняет анализ партии корректно. Если оба прибора не могут справиться с задачей, это приводит к экономическим потерям c_5 . Положим, что $c_1 = 800$ руб./час, $c_2 = 1400$ руб./час, $c_3 = 700$ руб./час, $c_4 = 4600$ руб./час, $c_5 = 5600$ руб./час.

Численное решение задачи в пакете Maple при учете 20 слагаемых функции $P(x)$ (4.5) приводит к следующим результатам. (Программный код решения задачи многокритериальной оптимизации периодичности ППР в приборах в ЛЛПК приведен в Приложении А)

1) Стандартная стратегия проведения ППР ($\tau_0 = 168$ час) приводит к следующим показателям: $S(\tau_{st}^V) = 550,90$ руб./час, $C(\tau_{st}^V) = 233,20$ руб./час, $K^+(\tau_{st}^V) = 0,922$, $P^{kp}(\tau_{st}^V) = 0,028$.

2) При оптимизации частных критериев (4.6) результаты таковы: $S(\tau_{opt}^S) = 608,06$ руб./час в точке $\tau_{opt}^S = 76,42$ час; $C(\tau_{opt}^C) = 177,75$ руб./час в точке $\tau_{opt}^C = 75,90$ час; $K^+(\tau_{opt}^{K^+}) = 0,944$ в точке $\tau_{opt}^{K^+} = 68,90$ час; $P^{kp}(\tau_{opt}^{P_{kp}}) = 0,023$ в точке $\tau_{opt}^{P_{kp}} = 83,30$ час.

3) Множество значений периодичности ППР оптимальных по Парето (1.21) для данной задачи $T = [\tau_{opt}^{K^+}; \tau_{opt}^{P_{kp}}] = [68,90; 83,30]$.

4) Линейная свертка (1.22) частных критериев (4.6) при весовых коэффициентах $v_p = v_s = v_k = 1/4$ достигает наибольшего значения в точке $\tau_{opt}^V = 76,34$ час; при этом $S(\tau_{opt}^V) = 608,056$ руб./час, $C(\tau_{opt}^V) = 177,75$ руб./час, $K^+(\tau_{opt}^V) = 0,943$, $P^{kp}(\tau_{opt}^V) = 0,023$.

Таким образом, средняя удельная прибыль при оптимизации сведением к линейной свертке критериев увеличивается на 10,4%, средние удельные затраты уменьшаются на 23,8%, коэффициент доступа к основному прибору увеличивается на 2,3%, а критическая вероятность неисправного функционирования системы уменьшается на 18,6%. Полученные значения критериев по абсолютной величине отличаются от оптимальных значений соответствующих частных критериев не более чем на 0,4%.

5) Максиминная свертка (1.24) критериев (4.6) достигает наибольшего значения в точке $\tau_{opt}^R = 74,15$ час; при этом $S(\tau_{opt}^R) = 607,97$ руб./час, $C(\tau_{opt}^R) = 177,79$ руб./час., $K^+(\tau_{opt}^R) = 0,944$, $P^{kp}(\tau_{opt}^R) = 0,026$.

6) Максиминная свертка функций принадлежности (1.25) критериев (4.6) при параметрах $a_1 = 0,07; a_2 = 0,07; a_3 = 50; a_4 = 200; b_1 = 500; b_2 = 300; b_3 = 0,85; b_4 = 0,06$ достигает наибольшего значения в точке $\tau_{opt}^Q = 68,91$ час; при этом $S(\tau_{opt}^Q) = 607,09$ руб./час, $C(\tau_{opt}^Q) = 178,52$ руб./час, $K^+(\tau_{opt}^Q) = 0,944$, $P^{kp}(\tau_{opt}^Q) = 0,023$.

При оптимизации согласно нечетким целям значения критериев по абсолютной величине отличаются от оптимальных значений соответствующих частных критериев не более чем на 1,7%. Естественным образом эти результаты будут меняться в зависимости от параметров функций принадлежности.

Графики зависимостей частных критериев от периодичности проведения ППР прибора представлены на рисунках 4.7, 4.8.

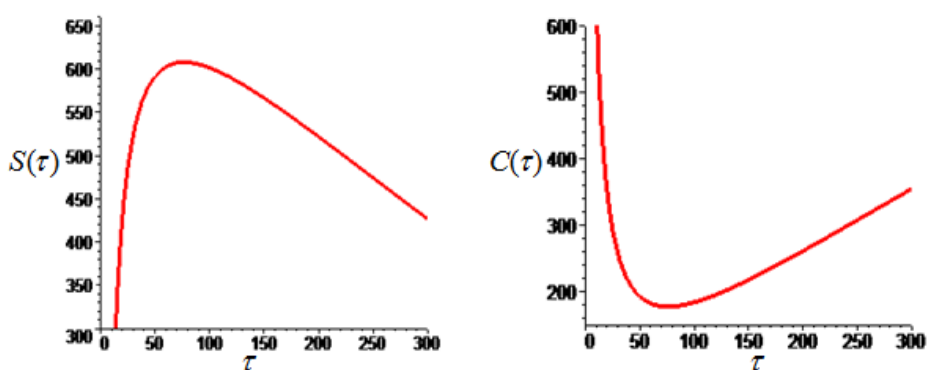


Рисунок 4.7 – Графики зависимостей средней удельной прибыли $S(\tau)$, средних удельных затрат $C(\tau)$ от периодичности ППР.

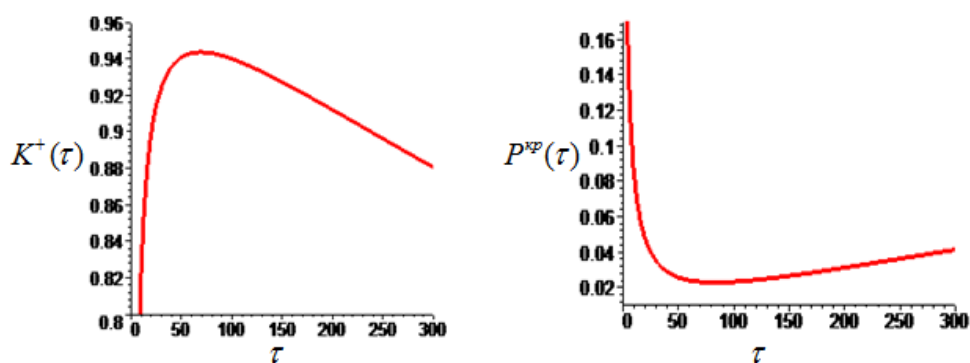


Рисунок 4.8 – Графики зависимостей коэффициента доступа к первому прибору $K^+(\tau)$ и финальной вероятности критической неисправности системы $P^{kp}(\tau)$ от периодичности ППР основного прибора.

Графики зависимостей нормированных частных критериев и их аддитивной свертки от периодичности проведения ППР прибора представлены на рисунке 4.9.

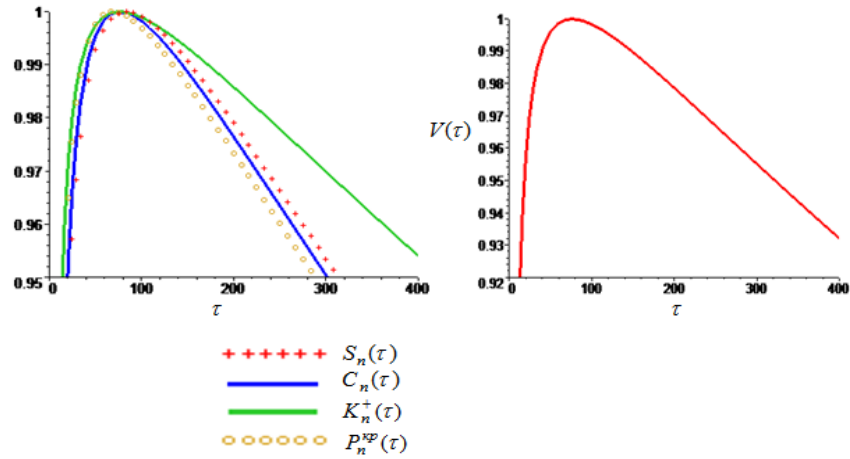


Рисунок 4.9 – Графики зависимостей нормированных частных критериев и их аддитивной свертки от периодичности проведения ППР основного прибора.

Графики зависимостей функций $\frac{S(\tau)}{S_{opt}}, \frac{C(\tau)}{C_{opt}}, \frac{K^+(\tau)}{K_{opt}^+}, \frac{P^{kp}(\tau)}{P_{opt}^{kp}}$ и функции их минимума $R(\tau)$

(1.24) от периодичности проведения ППР основного прибора ЛЛПК приведены на рисунке 4.10.

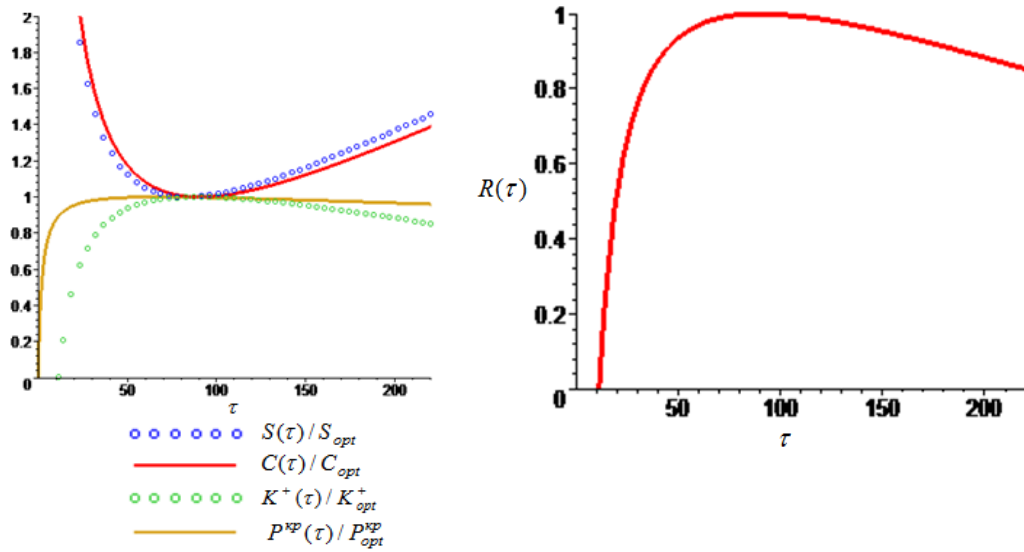


Рисунок 4.10 – Графики зависимостей функций $\frac{S(\tau)}{S_{opt}}, \frac{C(\tau)}{C_{opt}}, \frac{K^+(\tau)}{K_{opt}^+}, \frac{P^{kp}(\tau)}{P_{opt}^{kp}}$ и функции их минимума $R(\tau)$ от периодичности ППР τ .

Графики зависимостей функций принадлежности частных критериев $\mu_S(S), \mu_C(C), \mu_{K^+}(K^+), \mu_{P^{kp}}(P^{kp})$ (1.26) от значений этих критериев S, C, K^+, P^{kp} приведены на рисунке 4.11; пунктиром обозначены значения критериев, полученные при оптимизации по нечетким целям и соответствующие уровни функций принадлежности. Графики зависимостей функций принадлежности частных критериев $\mu_S(S(\tau)), \mu_C(C(\tau)), \mu_{K^+}(K^+(\tau)), \mu_{P^{kp}}(P^{kp}(\tau))$

(4.6) от периодичности ППР τ приведены на рисунке 4.12; пунктиром обозначены значения периодичности проведения ППР τ , полученные при оптимизации по нечетким целям. Результаты оптимизации периодичности ППР основного прибора ЛЛПК приведены в таблице 4.1.

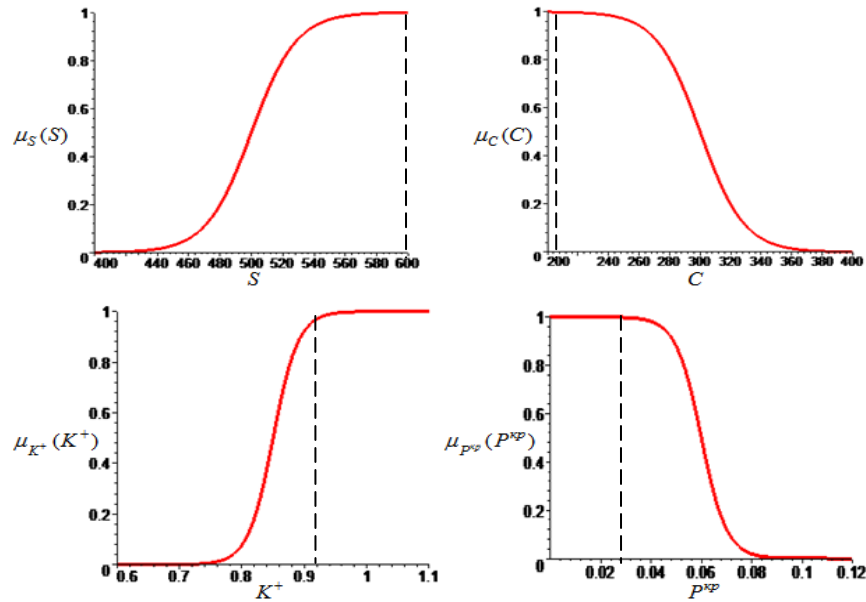


Рисунок 4.11 – Графики зависимостей функций принадлежности частных критериев от значений соответствующих критериев

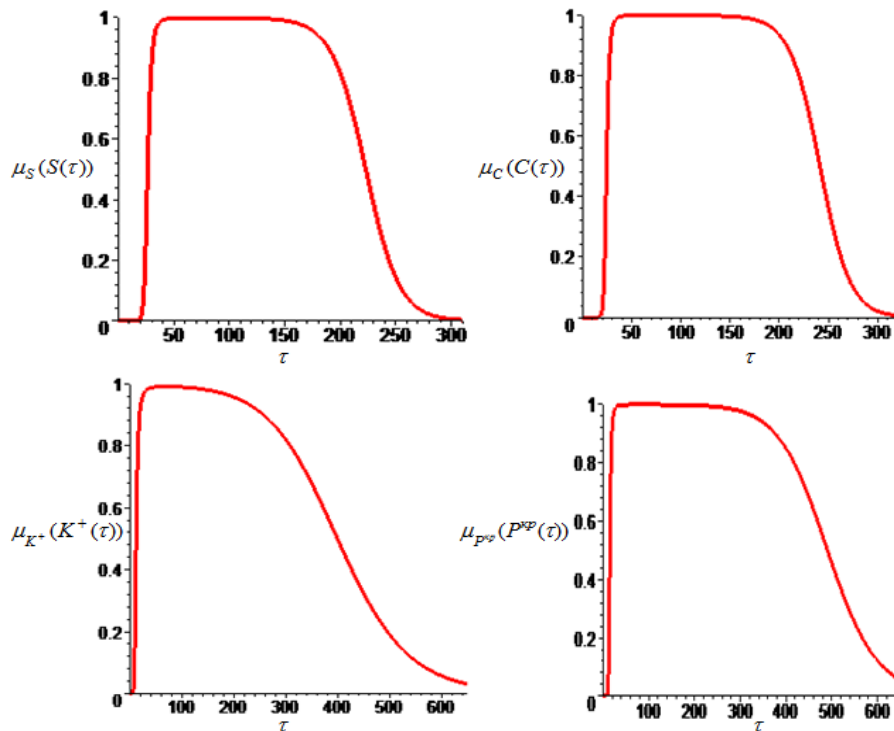


Рисунок 4.12 – Графики зависимостей функций принадлежности от периодичности проведения ППР основного прибора.

Таблица 4.1 – Результаты оптимизации периодичности ППР основного прибора ЛЛПК

	было (стандартная стратегия) $\tau_0 = 168$ час	стало (аддитивная свертка) $\tau_{opt}^V = 76,34$ час	стало (оптимизация по нечетким целям) $\tau_{opt}^Q = 68,91$ час	стало (максиминная свертка) $\tau_{opt}^R = 74,15$ час
S, руб./час	550,90	608,06	607,09	607,97
C, руб./час	233,20	177,75	178,52	177,79
K^+	0,922	0,943	0,944	0,944
P^-	0,028	0,023	0,023	0,026
ΔS (ε, %)		57,16 (10,4%)	56,19 (10,2%)	57,07 (10,4%)
ΔC (ε, %)		55,45 (23,8%)	54,68 (23,5%)	55,41 (23,8%)
ΔK^+ (ε, %)		0,021 (2,3%)	0,022 (2,4%)	0,022 (2,4%)
ΔP^- (ε, %)		0,005 (17,9%)	0,005 (17,9%)	0,002 (7,1%)

Зависимость оптимальной величины периодичности проведения ППР основного прибора от некоторых параметров.

Исследуем зависимость оптимальной величины периодичности проведения ППР от исходных параметров, а именно, от затрат на проведение ППР в единицу времени c_3 и от интенсивности входящего потока проб λ .

С увеличением значения c_3 :

- увеличивается значение оптимальной периодичности проведения ППР;
- уменьшается значение средней удельной прибыли в единицу функционирования аппарата;
- увеличивается значение средних удельных затрат в единицу исправного функционирования аппарата;
- минимум средних удельных затрат становится менее выраженным.

В таблице 4.2 приведены значения оптимальных периодов ППР, полученных при помощи аддитивной свертки при значениях c_3 от 0,05 до 1,00.

Таблица 4.2 – Зависимость оптимального периода ППР от c_3

c_3	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500
τ_{opt}^V	76,34	76,82	77,32	77,78	78,25	78,72	79,20	79,66	80,13
τ_{opt}^R	74,15	74,91	76,61	76,30	77,04	77,71	78,40	79,11	79,75

Продолжение таблицы 4.2

c_3	1600	1700	1800	1900	2000	2100
τ_{opt}^V	80,59	81,05	81,51	81,97	82,42	82,88
τ_{opt}^R	80,47	81,14	81,76	82,40	83,08	83,73

На рисунке 4.13 представлены результаты из таблицы 4.2.

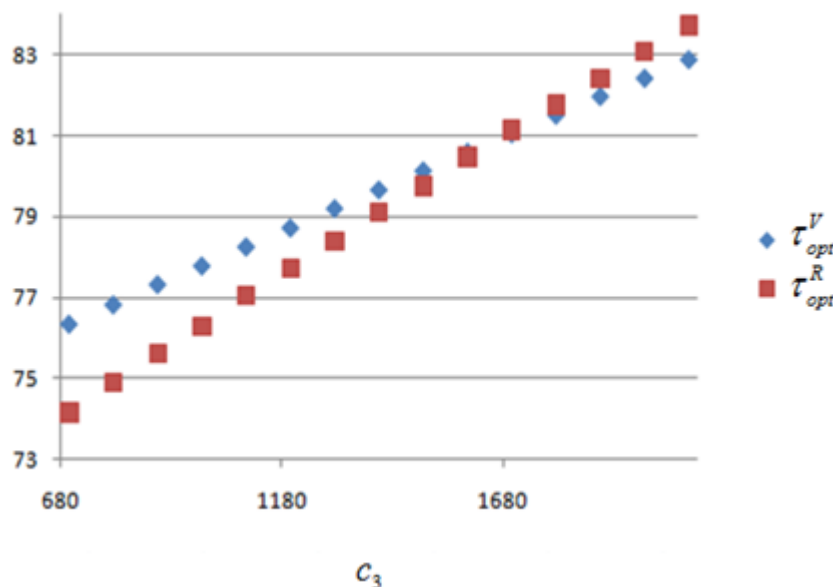


Рисунок 4.13 – Зависимость значения оптимального периода ППР от затрат на проведение ППР в единицу времени c_3 для аддитивной и максиминной сверток.

4.4. Определение характеристик переходного режима работы.

Характерной особенностью ЛЛПК является периодическая остановка процесса функционирования для проведения сервисного ТО, после которого она работает некоторое время в переходном режиме. Аналитически получить нестационарные характеристики не представляется возможным. С целью получения характеристик переходного режима работы построена имитационная модель ЛЛПК в Anylogic. На рисунке 4.14 видно, как выглядит модель рассматриваемой системы на рабочем листе программы Anylogic. Работа этой модели показана на рисунке 4.15. В левом верхнем углу заданы постоянные (Parameters). Внизу и справа от блочной модели размещены текущие результаты расчетов стационарных и нестационарных характеристик ЛЛПК, в т. ч. числа проб, поступивших в систему, скрытых

отказов спектрометров и др. Программный код имитационного моделирования работы приборов ЛЛПК в Anylogic приведен в Приложении Б.

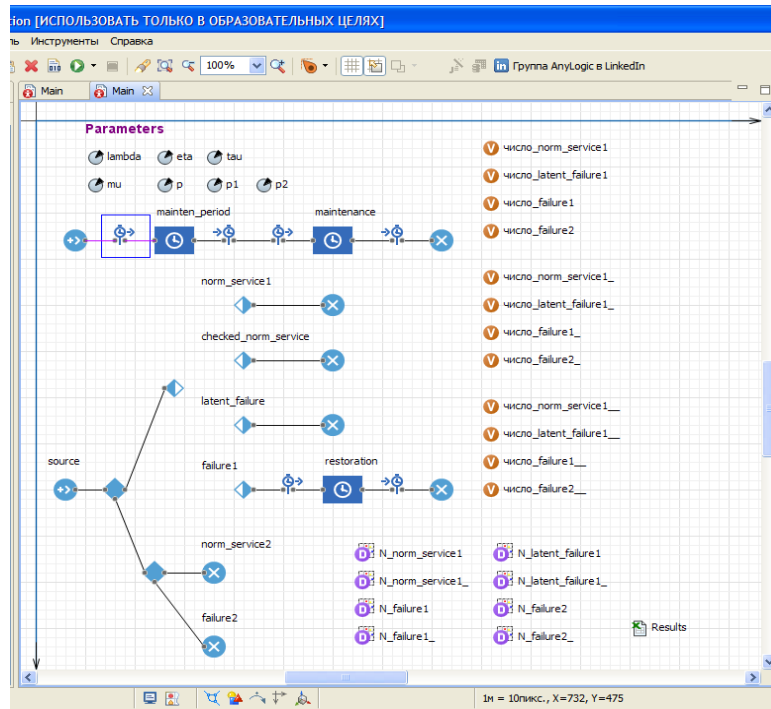


Рисунок 4.14 – Имитационная модель функционирования ЛЛПК

Нестационарные операционные и экономические показатели работы ЛЛПК вычисляются в процессе моделирования по следующим формулам:

$$S(t) = \frac{c_1 T_1(t) - c_2 T_2(t) - c_3 T_3(t) - c_4 T_4(t) - c_5 T_5(t)}{t},$$

$$C(t) = \frac{c_2 T_2(t) + c_3 T_3(t) + c_4 T_4(t) + c_5 T_5(t)}{T_1(t)}$$

$$K^+(t) = \frac{T_1(t)}{t}, \quad P^{kp}(t) = \frac{c_4 T_4(t) + c_5 T_5(t)}{t},$$
(4.7)

здесь $S(t)$ — удельная прибыль в единицу времени функционирования ЛЛПК; $C(t)$ — удельные затраты в единицу времени исправного функционирования ЛЛПК; $K^+(t)$ — нестационарный коэффициент загрузки ЛЛПК; $P^{kp}(t)$ — вероятность неисправности ЛЛПК; $T_1(t)$ — суммарное время исправного выполнения заданий к моменту времени t ; $T_2(t)$ — суммарное время пребывания основного прибора в состоянии АВ к моменту времени t ; $T_3(t)$ — суммарное время пребывания основного прибора в состоянии ППР к моменту времени t ; $T_4(t)$ — суммарное время пребывания основного прибора в состоянии скрытого отказа к моменту времени t ; $T_5(t)$ — суммарное время неисправного функционирования к моменту времени t ; c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 — прибыль в единицу времени выполнения задания, затраты в

единицу времени АВ, ППР, скрытого отказа и неисправного функционирования соответственно.

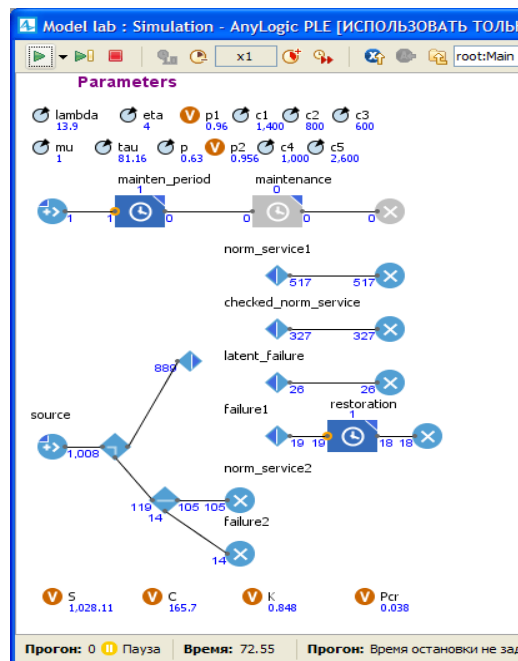


Рисунок 4.15 – Работа имитационной модели функционирования ЛЛПК

Выполнено 6 реализаций функционирования ЛЛПК до 1100 часов для определения нестационарных операционных и экономических характеристик по формулам (4.7). Графики реализаций зависимостей этих характеристик от времени t приведены на рисунках 4.16 – 4.19.

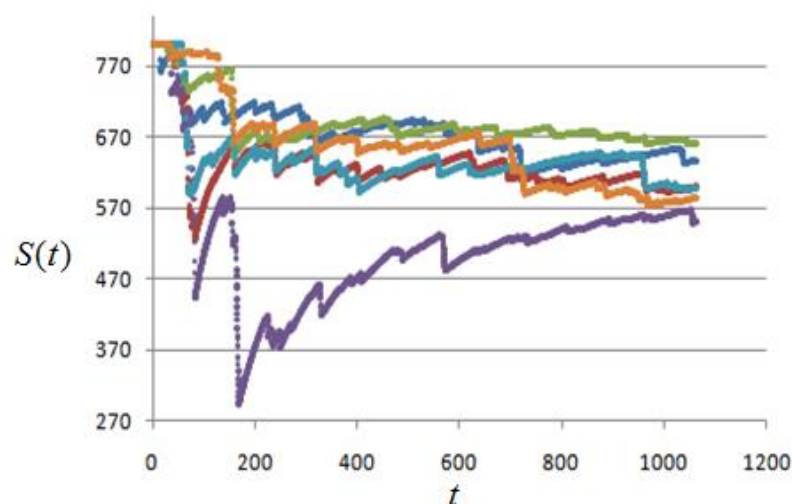


Рисунок 4.16 – Графики зависимости средней удельной прибыли $S(t)$ в единицу времени функционирования ЛЛПК от времени t (6 реализаций).

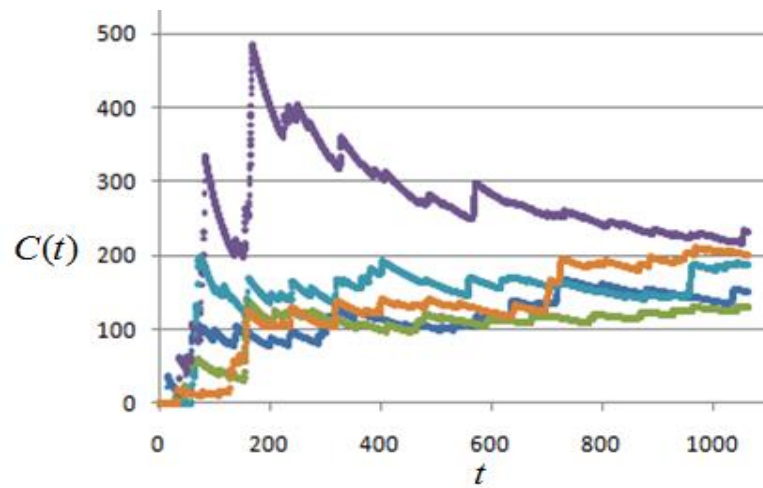


Рисунок 4.17 – Графики зависимости средних удельных затрат $C(t)$ в единицу времени исправного функционирования ЛЛПК от времени t (6 реализаций).

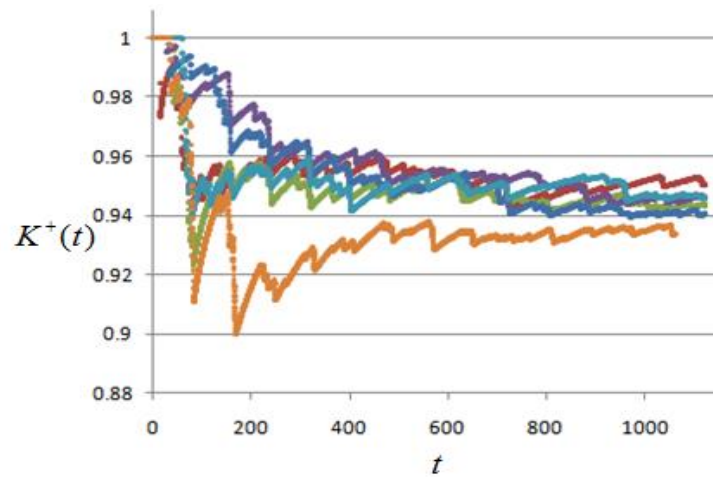


Рисунок 4.18 – Графики зависимости коэффициента доступности первого прибора $K^+(t)$ от времени t (6 реализаций).

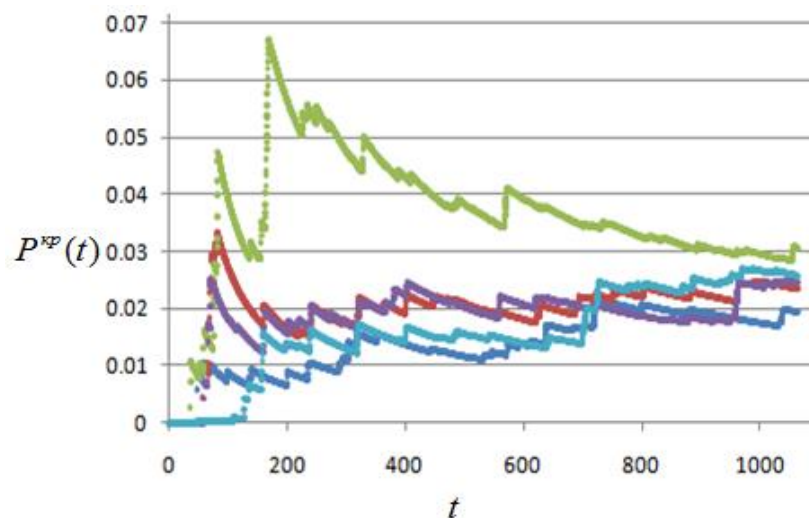


Рисунок 4.19 – Графики зависимости вероятности неисправности приборов $P^{кп}(t)$ от времени t (6 реализаций).

При периоде релаксации 400 часов отклонение экономических показателей от своих стационарных значений составляет не более 137 руб./час; для операционных характеристик этот показатель не более 0,02. Такой анализ позволяет установить временные рамки применимости полученных в работе результатов оптимизации.

На рисунке 4.20 приведена рабочая модель AnyLogic для той же ЛЛПК с более подробным учетом особенностей функционирования приборов. Здесь в явном виде учтено проведение не только ППР, но и ежедневного прожига на СО в начале смены для оперативного контроля качества работы спектрометров, а также сервисное ТО, проводимое фирмой-изготовителем приборов примерно 1 раз в полгода.

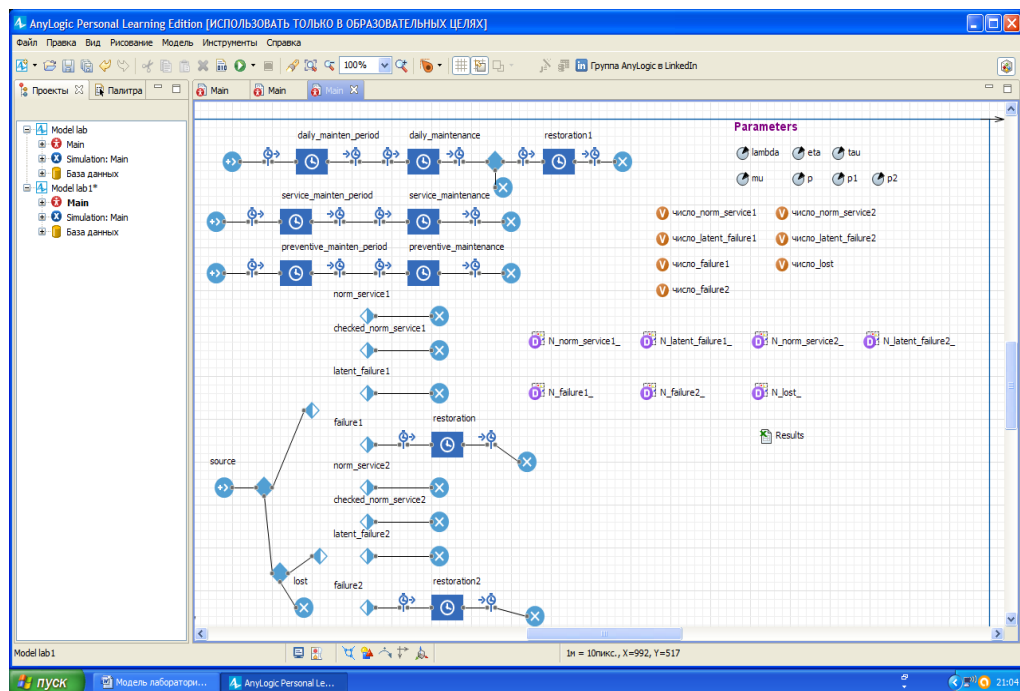


Рисунок 4.20 – Расширенная имитационная модель функционирования ЛЛПК

4.5. Выводы по разделу 4.

Построена ПМ модель функционирования ЛЛПК. Определен явный вид операционных и экономических стационарных показателей в зависимости от периодичности проведения ППР. Выполнено имитационное моделирование функционирования ЛЛПК в переходном режиме. Приведен численный пример оптимизации работы ЛЛПК согласно данным. В результате оптимизации показатели эффективности и надежности функционирования ЛЛПК улучшены по сравнению с существующими: средняя удельная прибыль увеличивается на 10%, средние удельные затраты уменьшаются на 23%, коэффициент доступа к первому прибору

увеличивается на 2%, а критическая вероятность неисправного функционирования системы уменьшается на 17%.

Предложена расширенная имитационная модель работы ЛЛПК, которая в перспективе может быть использована для более точного моделирования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследований в диссертационной работе улучшены операционные и экономические характеристик систем с отказами каналов обслуживания за счет многокритериальной оптимизации периодичности профилактического восстановления в системах обслуживания.

Системный анализ процессов профилактического восстановления в системах обслуживания с отказами каналов, а также реализация предложенных моделей, критериев и алгоритмов многокритериальной оптимизации позволяют повысить эффективность управления процессами профилактического восстановления в системах обслуживания с отказами каналов.

Основные научные результаты и выводы состоят в следующем:

1. Анализ работ по тематике исследования показал актуальность постановки задач многокритериальной оптимизации периодичности профилактического восстановления в системах с отказами каналов обслуживания.

2. Разработаны полумарковские модели функционирования одноканальных систем обслуживания с учетом профилактического восстановления обслуживающих приборов. Доказана их адекватность проверкой результатов с помощью теории регенерирующих процессов и проведением имитационного моделирования. Разница значений стационарных операционных характеристик составляет не более 0,008; тот же показатель для экономических характеристик — 1,6 ден. ед/час. Разница значений оптимальной периодичности профилактического восстановления обслуживающего прибора составила 0,5 часа.

3. В явном виде определены операционные и экономические характеристики систем. Полученные аналитические выражения позволили определить функциональную зависимость операционных и экономических характеристик систем обслуживания с отказами каналов от периодичности профилактического восстановления их обслуживающего прибора.

4. На основе построенных в работе имитационных моделей впервые для класса систем с отказами каналов обслуживания определены характеристики переходного режима функционирования и решена задача приближенного определения количества каналов, необходимых для обеспечения определенного уровня надежности, доступности и эффективности системы.

5. Для широкого круга имеющих практическое значение промышленных систем обслуживания поставлены и решены задачи многокритериальной оптимизации: периодичности технического обслуживания беспилотных летательных аппаратов, обновления службы безопасности информационной системы, а также осуществлено сравнение результатов

оптимизации периодичности профилактического восстановления в системах обслуживания с полным и минимальным аварийным восстановлением.

6. Системный подход и анализ отраслевых особенностей металлургического комплекса позволили выявить и формализовать процесс работы производственных подсистем с отказами каналов металлургического комплекса.

7. Выполнена оптимизация периодичности планово-профилактических работ в лаборатории литейно-прокатного комплекса металлургического предприятия. В результате оптимизации надежность и экономические характеристики функционирования лаборатории литейно-прокатного комплекса улучшены по сравнению с существующей стратегией проведения планово-профилактических работ: средняя удельная прибыль увеличивается на 10%, средние удельные затраты уменьшаются на 23%, коэффициент доступа к первому прибору увеличивается на 2%, а критическая вероятность неисправного функционирования системы уменьшается на 17%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Песчанский, А. И. Стационарные характеристики однолинейной системы с потерями и контролем качества обслуживания / А.И. Песчанский, А.И. Коваленко // Системные технологии: рег. межвуз. сб. науч. тр. — Днепропетровск. — 2011. — Вып. 4(75). — С.129–139.
2. Песчанский, А. И. Стационарные характеристики однолинейной системы обслуживания с потерями и несколькими типами заявок / А. И. Песчанский, А. И. Коваленко // Материалы IX Международной студенческой научной конференции «Прикладные задачи математики в механике, экономике, экологии». Севастополь, 18–22 апреля 2011 г. — Севастополь: изд-во СевНТУ. — 2011. — С. 3–5.
3. Песчанский, А. И. Стационарные характеристики однолинейной системы обслуживания с потерями и ненадежным прибором / А. И. Песчанский, А. И. Коваленко // Таврический вестник информатики и математики. — Симферополь. — 2013. — №1(22). — С. 69–79.
4. Peschansky, A. I. Semi-Markov Model of a Single-Server Queue with Losses and Maintenance of an Unreliable Server / A. I. Peschansky, A. I. Kovalenko // Cybernetics and Systems Analysis. — Springer, July 2015. — Volume 51, Issue 4. — pp. 632–643.
5. Peschansky, A. I., A Semi-Markov Model for an Unreliable Single-Line Queueing System with Losses and Different Restoration Types / A. I. Peschansky, A. I. Kovalenko // Automation and Remote Control. — 2016. — Vol. 77, No. 12. — pp. 2192–2204.
6. Песчанский, А. И. Полумарковская модель ненадежной однолинейной системы обслуживания с потерями и различными типами восстановления / А. И. Песчанский, А. И. Коваленко // Автоматика и телемеханика. — 2016. — №11. — с. 112–126.
7. Песчанский, А. И. Полумарковская модель однолинейной системы обслуживания с потерями и учетом технического обслуживания ненадежного канала / А. И. Песчанский, А. И. Коваленко // Оптимізація виробничих процесів: зб. наук. пр. Вип. 15. — Севастополь. — 2014. — С.63–70.
8. Песчанский, А. И. Полумарковская модель технического обслуживания ненадежной однолинейной системы обслуживания с потерями и скрытым отказом / А. И. Песчанский, А. И. Коваленко // Вісник СевНТУ: зб. наук. пр. Вип. 147. Серія: Автоматизація процесів та управління. — Севастополь. — 2014. — С.64–72.
9. Peschansky, A. I. On a Strategy for the Maintenance of an Unreliable Channel of a One-Server Loss Queue / A. I. Peschansky, A. I. Kovalenko // Automatic Control and Computer Sciences. — 2016. — Vol. 50, No. 6. — pp. 397 – 407.

10. Песчанский, А. И. О стратегии технического обслуживания ненадежного канала однолинейной системы обслуживания с потерями / А. И. Песчанский, А. И. Коваленко // *Avtomatika i Vychislitel'naya Tekhnika*. — 2016. — No. 6. — pp. 117–131.
11. Rogachev, G. Application of Queuing Systems with Ultimate Reliability to Optimize the Operation of Drones / G. Rogachev, A. Kovalenko // *MATEC Web of Conferences*, 02005. — 2017. — Vol. 99.
12. Rogachev, G. Multicriterial optimization of preventive maintenance of informational/technical stochastic system / G. Rogachev, A. Kovalenko // *ITM Web of Conferences*, 6th Seminar on Industrial Control Systems: Analysis, Modeling and Computation, 01002. — 2016. — Vol. 6.
13. Рогачев, Г. Н. Многокритериальная оптимизация периодичности профилактики информационно-технической стохастической системы / Г. Н. Рогачев, А. И. Коваленко // *Электронный журнал Cloud of Science*. — 2016. — Т. 3. № 1. — С. 53–58
14. Смирнов, С. Н. Введение в прикладную теорию массового обслуживания / С. Н. Смирнов. — М.: Гелиос АРВ, 2016. — 176 с.
15. Гнеденко, Б. В. Введение в теорию массового обслуживания / Б. В. Гнеденко, И. Н. Коваленко. — М.: Наука, 1987. — 336 с.
16. Марьянович Т. П. Однолинейная система массового обслуживания с ненадежным прибором / Т. П. Марьянович // *Украинский математический журнал*. — 1962. — Том XIV, №4. — С. 417–422.
17. Марьянович Т. П. Обобщение формул Эрланга на случай, когда приборы могут выходить из строя и восстанавливаться / Т. П. Марьянович // *Украинский математический журнал*. — 1960. — Том XII, № 3. — С. 279–286.
18. Якушев Ю. Ф. Об одной задаче обслуживания потока вызовов ненадежными приборами / Ю. Ф. Якушев // *Проблемы передачи информации*. — 1969. — Том 5, № 4. — С. 84–88.
19. Гришунина, Ю. Б. Исследование полумарковской модели технического обслуживания с целью оптимального выбора вида ремонта / Ю. Б. Гришунина // *Надежность*. — 2010. — № 2 (33). — С. 44–53.
20. Анисимов, В. В. Элементы теории массового обслуживания и асимптотического анализа систем / В. В. Анисимов, О. К. Закусило, В. С. Донченко. — К.: Вища шк., 1987. — 248 с.
21. Риордан, Дж. Вероятностные системы обслуживания / Дж. Риордан. — М.: Связь, 1966. — 184 с.

22. Вентцель, Е. С. Исследование операций. / Е. С. Вентцель. — М.: «Советское радио», 1972. — 552 с.
23. Yechiali, Uri. Queues with system disasters and impatient customers when system is down / Yechiali Uri // *Queueing Systems*. — 2007. — Vol. 56. — P. 195–202.
24. Руденко, И В. Системы массового обслуживания с ненадежными и восстанавливающимися приборами: автореф. дисс. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.05 / Руденко Игорь Викторович . — М.: МГУ им. Ломоносова, 2012. — 18 с.
25. Коваленко, А. И. Исследование надежности однолинейной системы с потерями требований / А. И. Коваленко, Б. Д. Марянин, В. П. Смолич // *Таврический вестник информатики и математики*. — Симферополь, 2003. — № 2. — С. 89–101.
26. Коваленко, А. И. Система массового обслуживания с ненадежной линией и нетерпеливыми заявками / А. И. Коваленко, Б. Д. Марянин, В. П. Смолич // *Таврический вестник информатики и математики*. — Симферополь, 2013. — № 1. — С. 53–60.
27. Печинкин, А. В. Стационарные характеристики системы массового обслуживания SM/MSP/n/r / А. В. Печинкин, В. В. Чаплыгин // *Автоматика и телемеханика* . — 2004 . — №9 . — С. 85–100.
28. Krishna Kumar, B. An M/G/1/1 queue with unreliable server and no waiting capacity / B. Krishna Kumar, D. Arivudainambi, A. Vijayakumar // *Inf.Manage. Sci.* — 2002 . — Vol. 13 . — P. 35–50.
29. Optimization analysis of an unreliable multi-server queue with a controllable repair policy / Wu C.-H.a, Lee W.-C.a, Ke J.-C.b, Liu, T.-H.b // *Computers and Operations Research* . — 2014 . — №49 . — pp. 83–96.
30. Özkan, E. Optimal control of a two-server queueing system with failures / E. Özkan, J. P. Kharoufeh // *Probability in the Engineering and Informational Sciences*. — 2014 . — №28 (4) . — pp. 489–527.
31. Рыков, В. В. Управляемые системы массового обслуживания / В. В. Рыков // *Итоги науки и техн. Сер. теор. вероятн. мат. стат. теор. кибернет.* — 1975. — том 12. — С. 43–153.
32. Чернышов, В. Н. Теория систем и системный анализ : учеб. пособие / В. Н. Чернышов, А. В. Чернышов. — Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2008. — 96 с.
33. Бесекерский, В. А. Теория систем автоматического управления / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов . — Изд. 4-е, перераб. и доп. — СПб.: Изд-во "Профессия", 2003 . — 752 с.
34. Маликов, Р. Ф. Основы математического моделирования : учебное пособие для вузов по специальности 050501.06 "Профессиональное обучение (информатика, вычислительная техника и компьютерные технологии)" / Р. Ф. Маликов. — М.: Горячая Линия-Телеком, 2010 . — 368 с.

35. Официальный сайт Maple. — Режим доступа: <http://www.maplesoft.com>.
36. Дьяконов, В. П. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах: учеб. пособие . — М: ДМК-Пресс, 2014 . — 802 с.
37. Официальный сайт Anylogic. — Режим доступа: <http://www.anylogic.ru/>
38. Песчанский, А. И. Стационарные характеристики однолинейной системы обслуживания с потерями и различными типами заявок / А. И. Песчанский // 36. наук. праць СНУЯЕтаП. — 2011. — Вип. 2 (38). — С. 221–228.
39. Песчанский, А. И. Полумарковская модель однолинейной системы обслуживания с потерями и диагностикой качества обслуживания в момент поступления следующей заявки / А. И. Песчанский // Вестник СевГТУ: Автоматизация процессов и управление: сб. науч. тр. — Севастополь, 2012. — Вып. 125. — С.55–62.
40. Обжерин, Ю. Е. Стационарные характеристики однолинейной системы обслуживания с одним местом для ожидания / Ю. Е. Обжерин, А. И. Песчанский // Кибернетика и системный анализ. — 2006. — № 5. — С. 51–62.
41. Обжерин, Ю. Е. Об однолинейной системе обслуживания с потерями и абсолютным приоритетом / Ю. Е. Обжерин, А. И. Песчанский // Автоматика и телемеханика. — 1990. — № 10. — С.107–115.
42. Peschansky, A. I. Stationary Characteristics of the Single-Server Queue System with Losses and Immediate Service Quality Control / A. I. Peschansky // Applied Mathematics. — 2011. — Vol.2, No4. — pp.403–409.
43. Песчанский, А. И. Полумарковская модель однолинейной системы с потерями и мгновенным контролем качества обслуживания / А. И. Песчанский // Вісник СевНТУ: сер. Інформатика, електроніка, зв'язок: зб. наук. праць, Севастополь. — 2011. — Вип.114. — С. 47–52.
44. Коваленко, А. І. Стационарні характеристики однолінійної системи обслуговування зі втратами та двома типами заявок / А. І. Коваленко // Матеріали підсумкової науково-практичної конференції Всеукр. конкурсу студентських наукових робіт з напрямку «Інформатика та кібернетика», Севастополь, 21-23 березня 2011 г. — Севастополь: Вид-во СевНТУ, 2011. — С. 80-83.
45. Корольок, В. С. Стохастические модели систем / В. С. Корольок. — К.: Наук. думка, 1989. — 208 с.
46. Корольок, В. С. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем / В. С. Корольок, А. Ф. Турбин. — К.: Наук. думка, 1982. — 236 с.

47. Полумарковские модели восстанавливаемых систем и систем массового обслуживания / А. Н. Корлат, В. Н. Кузнецов, М. И. Новиков, А. Ф. Турбин. — Кишинев: Штиинца, 1991. — 209 с.
48. Peschansky, Al. I. Semi-Markov Models of One-Server Loss Queues with Recurrent Input / A. I. Peschansky. — Germany: LAP LAMPERT Academic Publishing, 2013. — 138 p.
49. Гнеденко Б. В. Про одне узагальнення формул Ерланга /Б.В. Гнеденко // Докл. АН УССР. —1959, №4. — С. 347–360.
50. Ушаков, И. А. О вычислении среднего стационарного времени пребывания полумарковского процесса в подмножестве состояний / И. А. Ушаков // Изв. АН СССР. Сер. Техн. кибернетика. — 1969. — № 4. — с. 62–65.
51. Байхельт, Ф. Надежность и техническое обслуживание. Математический подход / Ф. Байхельт, П. Франкен. — М.: Радио и связь, 1988. — 392 с.
52. Феллер, В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения / В. Феллер. — М.: Мир, 1964. — 511 с.
53. Кокс, Д. Р. Теория восстановления / Д. Р. Кокс, В. Л. Смит. — М.: Сов. радио, 1967. — 299 с.
54. Маликов, Р. Ф. Практикум по имитационному моделированию сложных систем в среде AnyLogic 6: учеб. пособие / Р. Ф. Маликов. — Уфа: Изд-во БГПУ, 2013. — 296с.
55. Бейко, И. В. Методы и алгоритмы решения задач оптимизации / И. В. Бейко, Б. Н. Бублик, П. Н. Зинько . — М: Высшая школа, 1983 . — 512 с.
56. Ногин, В. Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход / В. Д. Ногин . — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002 . — 144 с.
57. Машунин, Ю. К. Методы и модели векторной оптимизации / Ю. К. Машунин . —М.: Наука, 1986 . — 144 с.
58. Школа дистанционного обучения . — Режим доступа: <http://www.intuit.ru/studies/courses/650/506/lecture/11497>
59. Семенчин, Е. А. Об одном способе свертки критериев в многокритериальных задачах и его применение при решении задач оптимизации портфелей ценных бумаг / Е. А. Семенчин, А. О. Денисенко // Фундаментальные исследования . — 2012 . — № 3 . — С. 181-186.
60. Лотов, А. В. Конспект лекций по теории и методам многокритериальной оптимизации: учеб. Пособие / А. В. Лотов, И. И. Поспелова. — М.: МГУ, 2014. — 127 с.
61. Bellman, R. E. Decision-Making in Fuzzy Environment / R. E. Bellman, L. A. Zadeh // Management Science— 1970. — Vol. 17, №4. — P.141–160.
62. Песчанский, А. И. Полумарковские модели проведения профилактики ненадежных однолинейных систем обслуживания / А. И. Песчанский, А. И. Коваленко // Прикладные задачи

математики: материалы XXII междунар. науч.-техн. конф., 15 – 19 сентября 2014 г. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2014. — С. 75–78.

63. Песчанский А. И. Модели профилактик ненадежной одноканальной системы обслуживания / А. И. Песчанский, А. И. Коваленко // Междунар. конф «XXVI-Крымская Осенняя Математическая Школа симпозиум по спектральному анализу и эволюционным задачам» (КРОМШ-2015): сб. тезисов. — Симферополь: ООО Форма, 2015. — с. 73-74.

64. Коваленко, А. И. Стационарные характеристики системы GI/G/1/0 с ненадежным прибором / А. И. Коваленко // Материалы «Таврической научной конференции студентов и молодых специалистов по информатике и математике». — Симферополь, 18 – 21 апреля 2012 г. — Симферополь: типография КНЦ НАНУ, 2012. — С. 30–33.

65. Каштанов, В. А. Теория надежности сложных систем (теория и практика) / В. А. Каштанов, А. И. Медведев. — М.: «Европейский центр по качеству», 2002. — 470 с.

66. Коваленко, А. И. Полумарковская модель информационной системы с переменной вероятностью получения несанкционированного доступа к информации / А. И. Коваленко // Вестник СамГТУ: сб. науч. тр. Серия: технические науки. — Самара, 2015. — Вип. 3(47). — С. 25-31.

67. Катулев, А. Н. Исследование операций: принципы принятия решений и обеспечение безопасности / Н. А. Северцев, А. Н. Катулев. — Тверь, 1999. — 167 с.

68. Антаневич, А. А. Модальное управление беспилотным летательным аппаратом / А. А. Антаневич, Ю. Ф. Икуас, Л. А. Лобатый // Наука и техника. — 2010. — №5. — С. 37–40.

69. Бецков, А. В. Анализ живучести беспилотного летательного аппарата / А. В. Бецков, И. В. Прокопьев // Надежность и качество сложных систем. — 2014. — № 2(6). — С. 3–6.

70. Огольцов, И. И. Математическая модель квадрокоптера аэромобильного лидача / И. И. Огольцов, Н. Б. Рожнин, В. В. Шеваль. — Известия ТулГУ. Технические науки, 2012 . — № 1 . — С. 48–55.

71. Росенко, А. П. Марковские модели оценки безопасности конфиденциальной информации с учетом воздействия на автоматизированную информационную систему внутренних угроз / А. П. Росенко // Вестник Ставропольского государственного университета . — 2005. — №43. — С. 34–40.

72. Росенко, А. П. Некоторые аспекты построения систем защиты информации на основе динамических экспертных систем / А. П. Росенко // Электромагнитная совместимость и имитационное моделирование инфокоммуникационных систем: Сборник Поволжской государственной академии телекоммуникации информатики. — М.: Радио и связь. — 2002. — С. 243–247.

73. Росенко, А. П. Математическое моделирование влияния внутренних угроз на безопасность конфиденциальной информации, циркулирующей в автоматизированной информационной системе/ А. П. Росенко // Известия ЮФУ. Технические науки. Тематический выпуск. «Информационная безопасность». — Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2008. — №8 (85). — С. 71–81.

74. Кулагина, Л. В. □ Математическая модель распределенной базы данных для корпоративных информационных систем / Л. В. Кулагина // Информатика и системы управления. Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р. Е. Алексеева. — 2011. — № 1(86). — С. 83–88.

75. Самуйлов, К. Е. Системы массового обслуживания ограниченной емкости и их приложение к анализу информационно-вычислительных систем: дисс. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.05 / Самуйлов Константин Евгеньевич. — М.: Ун-т дружбы народов им. П. Лумумбы — 1984. — 103 с.

76. Коваленко, А. И. Полумарковская модель информационной системы с переменной вероятностью получения несанкционированного доступа к информации. / А. И. Коваленко // Вестник СамГТУ: сб. науч. тр. Серия: технические науки. — Самара, 2015. — Вып. 3(47). — С. 25-31.

77. Коваленко, А. И., Доронин, А. В., Рогачев, Г. Н. Оптимизация периода планово-профилактических работ в лаборатории литейно-прокатного комплекса металлургического предприятия // Вестник СамГТУ Серия: технические науки. — Самара, 2017. — Вып. 2(54). — С. 172–181.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Справки об использовании результатов кандидатской диссертации



ЗАО «КонСОМ СКС»
Юридический и почтовый адрес:
455008, Магнитогорск, Челябинская область, Жукова, 13
Т: +7 (3519) 27-23-88, 45-40-40
Ф: +7 (3519) 27-23-98

info@konsom.ru
www.konsom.ru
ИНН 7445015325, КПП 745501001

04.07.2017

СПРАВКА

об использовании результатов, полученных в кандидатской диссертации А.И. Коваленко «Системный анализ и многокритериальная оптимизация процессов профилактического восстановления в системах с отказами каналов обслуживания»

Основные выводы и рекомендации, полученные в диссертации Коваленко Анны Игоревны «Системный анализ и многокритериальная оптимизация процессов профилактического восстановления в системах с отказами каналов обслуживания», представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук, использовались в процессе разработки графика проведения профилактического восстановления прибора контроля качества сырья и продукции, что способствовало улучшению операционных и экономических характеристик работы лаборатории литейно-прокатного комплекса и более рациональному распределению трудовых и экономических ресурсов.

Генеральный директор
ЗАО «КонСОМ СКС»



Б.В. Драгунов

АО «Арконик СМЗ»
ул. Алма-Атинская, 29, корп.33/34
г. Самара 443051 Россия

Тел.: (846) 278 34 31

№ 128

«29» июня 2017

СПРАВКА

об использовании результатов,
полученных в кандидатской диссертации А.И. Коваленко
«Системный анализ и многокритериальная оптимизация процессов
профилактического восстановления в системах с отказами каналов обслуживания»

Основные выводы и рекомендации, полученные в диссертации Коваленко Анны Игоревны «Системный анализ и многокритериальная оптимизация процессов профилактического восстановления в системах с отказами каналов обслуживания», представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук, использовались в процессе разработки графика проведения профилактического восстановления прибора контроля качества сырья и продукции, что способствовало улучшению операционных и экономических характеристик работы лаборатории плавильно-литейного комплекса и более рациональному распределению трудовых и экономических ресурсов.

Начальник лаборатории _____ Д. Андронов



ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Акт об использовании в учебном процессе ФГБОУ ВО СамГТУ

Утверждаю:
Проректор по учебной работе
ФГБОУ ВО «СамГТУ»
профессор
Юсупова О.В.
« 28 » 2016 г.



АКТ

научно-технической комиссии о внедрении положений и выводов

диссертации Коваленко Анны Игоревны

«Системный анализ и многокритериальная оптимизация процессов профилактического восстановления в системах с отказами каналов обслуживания», представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук.

Комиссия в составе д.т.н., зав. кафедрой АУТС Митрошина В.Н., к.т.н., доцента, зам. зав. кафедрой АУТС Колпащикова С.А., д.т.н., профессора кафедры АУТС Рапопорта Э.Я. составила настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы Коваленко А.И. внедрены в учебный процесс на кафедре «Автоматика и управление в технических системах» Самарского государственного технического университета при подготовке бакалавров по направлению 27.03.04 «Управление в технических системах».

Результаты научных исследований, проведенных Коваленко А.И., использованы при проведении выпускных квалификационных работ, а также при выполнении курсовых работ и при изучении учебных дисциплин: «Методы оптимизации», «Управление информационными ресурсами» и «Защита и обработка конфиденциальной документации».

Реализация полученных автором результатов исследований позволила повысить эффективность и качество учебного процесса.

Заведующий кафедрой «Автоматика
и управление в технических
системах»,
д.т.н., профессор
Зам. зав. кафедрой «Автоматика
и управление в технических
системах»,
к.т.н., доцент
Д.т.н., профессор каф. АУТС

подпись

В. Н. Митрошин

подпись

С. А. Колпащиков

подпись

Э. Я. Рапопорт

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Программные коды решения задач многокритериальной оптимизации периодичности профилактики в конкретных СО в Maple.

1. Программный код решения задачи многокритериальной оптимизации периодичности ТО БПЛА в Maple.

```

> # задание констант
restart: lambda:=1: mu:=1/10: eta:=1/100: Cser:=2000: cp:=200: ca:=1200: E(sigma(p)):=1:
E(sigma(a)):=4:
bp0:=0.185: bp23:=0.07: bS:=49: bC:=3.5: ap0:=500: ap23:=120: aS:=5: aC:=5:
> # определение функций, входящих в выражения характеристик
phi(t):=1/3!*(eta)^4*t^3*exp(-eta*t): phi(v+t):=subs(t=v+t,phi(t)):
Phi(tau):=1-int(phi(t),t=0..tau): Phi(t):=subs(tau=t,Phi(tau)):
Phi(v+t):=subs(t=v+t,Phi(t)):
E(gamma):= int(Phi(t),t=0..infinity):
f(s):=1/2!*(mu)^3*s^2*exp(-mu*s): F(t):=1-int(f(s),s=0..t): hf(t):=diff(1/3*(mu*t-
1+2/3^(1/2)*exp(-3/2*mu*t)*sin(3^(1/2)/2*mu*t+Pi/3)),t): hf(v):=subs(t=v,hf(t)):
r(tau):=int(int(hf(v)*F(t)*phi(v+t),t=0..infinity),v=tau..infinity):
R(tau):=int(int(hf(v)*F(t)*Phi(v+t),t=0..infinity),v=tau..infinity):
N:=(1+int(hf(t)*Phi(t),t=0..tau)+lambda*(E(gamma)-int(int(hf(v)*F(t)*
Phi(v+t),t=0..infinity),v=tau..infinity))+lambda*E(sigma(a))*(1-
r(tau))+lambda*E(sigma(p))*r(tau)):
> # задание выражений характеристик
S(tau):=lambda*(Cser*(int(hf(t)*Phi(t),t=0..tau)+r(tau))-cp*E(sigma(p))*r(tau)-
ca*E(sigma(a))*(1-r(tau)))/N: C(tau):=lambda*(cp*E(sigma(p))*r(tau)+ca*E(sigma(a))*(1-
r(tau)))/(N-lambda*E(sigma(a))*(1-r(tau))-lambda*E(sigma(p))*r(tau)):
p0(tau):=1-lambda*(E(gamma)-int(int(hf(v)*F(t)*Phi(v+t),t=0..infinity),
v=tau..infinity)+E(sigma(a))*(1-r(tau))+E(sigma(p))*r(tau))/
(1+int(hf(t)*Phi(t),t=0..tau)+lambda*(E(gamma)-int(int(hf(v)*F(t)*
Phi(v+t),t=0..infinity),v=tau..infinity))+lambda*E(sigma(a))*(1-r(tau))+
lambda*E(sigma(p))*r(tau)):
p2(tau):=(lambda*E(sigma(a))*(1-r(tau)))/N:
p3(tau):=(lambda*E(sigma(p))*r(tau))/N:
p23(tau):=p2(tau)+p3(tau):
> #блок оптимизации по частным критериям
with(Optimization):
Sm:=Maximize(S(tau), tau = 0 .. 800,output=solutionmodule):
Smax:=Sm:-Results(objectivevalue): Sm:-Results(solutionpoint):
Sml:=Minimize(S(tau), tau = 0 .. 800,output=solutionmodule):
Smin:=Sml:-Results(objectivevalue): Sml:-Results(solutionpoint):
Cm:=Minimize(C(tau), tau = 0 .. 800, output=solutionmodule):
Cmin:=Cm:-Results(objectivevalue): Cm:-Results(solutionpoint):
Cml:=Maximize(C(tau), tau = 0 .. 800, output=solutionmodule):
Cmax:=Cml:-Results(objectivevalue): Cml:-Results(solutionpoint):
p0m:=Maximize(p0(tau), tau = 0 .. 800,output=solutionmodule):
p0max:=p0m:-Results(objectivevalue): p0m:-Results(solutionpoint):

```

```

p0m1:=Minimize(p0(tau), tau = 0 .. 800,output=solutionmodule):
p0min:=p0m1:-Results(objectivevalue): p0m1:-Results(solutionpoint):
p23m:=Minimize(p23(tau), tau = 0 .. 800,output=solutionmodule):
p23min:=p23m:-Results(objectivevalue): p23m:-Results(solutionpoint):
p23m1:=Maximize(p23(tau), tau = 0 .. 800,output=solutionmodule):
p23max:=p23m1:-Results(objectivevalue): p23m1:-Results(solutionpoint):
> #нормировка критериев
Cn(tau):=(C(tau)-evalf(limit(C(tau),tau=infinity)))/(Cmin-
evalf(limit(C(tau),tau=infinity))):
Sn(tau):=(S(tau)-evalf(limit(S(tau),tau=infinity)))/(Smax-
evalf(limit(s(tau),tau=infinity))):
p0n(tau):=(p0(tau)-p0min)/(limit(p0(tau),tau=infinity)-p0min):
p23n(tau):=(p23(tau)-evalf(limit(p23(tau),tau=infinity)))/(p23min-
evalf(limit(p23(tau),tau=infinity))):
#блок оптимизации по скалярным критериям
vs:=0.25: vc:=0.25: vp:=0.25:
V(tau):=vs*Sn(tau)+vc*Cn(tau)+vp*p0n(tau)+(1-vs-vc-vp)*p23n(tau):
wc:=0.25: wp:=0.25: ws:=0.25:
W(tau):=(S(tau))^(ws)*(C(tau))^(wc)*(p0(tau))^(wp)*p23(tau)^(1-ws-wc-wp):
Vm:=Maximize(V(tau), tau = 0..800, output=solutionmodule):
Vmax:=Vm:-Results(objectivevalue): tauV:=Vm:-Results(solutionpoint):
Wm:=Minimize(W(tau), tau = 0..800, output=solutionmodule):
Wmin:=Wm:-Results(objectivevalue): tauW:=Wm:-Results(solutionpoint):
s(tau):=S(tau)/Smax:
c(tau):=C(tau)/Cmin:
P0(tau):=p0(tau)/subs(tau=10000,p0(tau)):
P23(tau):=p23(tau)/p23min:
R(tau):=min(s(tau),c(tau),P0(tau),P23(tau)):
Rmax[1]:=evalf(subs(tau=150,R(tau))):
Rmax[2]:=evalf(subs(tau=150.1,R(tau))):
for h from 2 while Rmax[h]-Rmax[h-1]>0 do
Rmax[h+1]:=evalf(subs(tau=150+h*0.1,R(tau))):
end do: taur:=evalf(150+h*0.1): Rmax:=evalf(subs(tau=taur,R(tau))):
#блок оптимизации по нечетким критериям
qp0(z):=1/(1+exp(-ap0*(z-bp0))): qp0(tau):=subs(z=p0(tau),qp0(z)):
qp23(z):=1/(1+exp(ap23*(z-bp23))): qp23(tau):=subs(z=p23(tau),qp23(z)):
qS(z):=1/(1+exp(-aS*(z-bS))): qS(tau):=subs(z=S(tau),qS(z)):
qC(z):=1/(1+exp(aC*(z-bC))): qC(tau):=subs(z=C(tau),qC(z)):
Q(tau):=min(qp0(tau),qp23(tau),qS(tau),qC(tau)):
Qmax[1]:=evalf(subs(tau=50,Q(tau))):
Qmax[2]:=evalf(subs(tau=50.01,Q(tau))):
for i from 2 while Qmax[i]-Qmax[i-1]>0 do
Qmax[i+1]:=evalf(subs(tau=50+i*0.01,Q(tau))):
end do: tauq:=evalf(50+i*0.01): Qmax:=evalf(subs(tau=tauq,Q(tau))):
> # Результаты оптимизации
# Показатели без ТО
evalf(limit(S(tau),tau=infinity)):

```

```

evalf(limit(C(tau),tau=infinity));
evalf(limit(p0(tau),tau=infinity));
evalf(limit(p23(tau),tau=infinity));
# Критерий линейная свертка V(tau)
evalf(subs(Vm:-Results(solutionpoint),S(tau)));
evalf(subs(Vm:-Results(solutionpoint),C(tau)));
evalf(subs(Vm:-Results(solutionpoint),p0(tau)));
evalf(subs(Vm:-Results(solutionpoint),p23(tau)));
#мультипликативный критерий W(tau)
evalf(subs(Wm:-Results(solutionpoint),S(tau)));
evalf(subs(Wm:-Results(solutionpoint),C(tau)));
evalf(subs(Wm:-Results(solutionpoint),p0(tau)));
evalf(subs(Wm:-Results(solutionpoint),p23(tau)));
evalf(subs(Wm:-Results(solutionpoint),Ploss(tau)));
# максиминный критерий R(tau)
evalf(subs(tau=taur,S(tau))); evalf(subs(tau=taur,C(tau)));
evalf(subs(tau=taur,p0(tau))); evalf(subs(tau=taur,p23(tau)));
> # максиминная свертка нечетких критериев
evalf(subs(tau=tauq,S(tau))); evalf(subs(tau=tauq,C(tau)));
evalf(subs(tau=tauq,p0(tau))); evalf(subs(tau=tauq,p23(tau)));

```

2. Программный код решения задачи многокритериальной оптимизации периодичности обновления службы безопасности информационной системе в Maple.

```

> # задание констант
restart; c11:=1500: c10:=3800: c2:=2450: lambda:=1/8: M(gamma):=1/24: N:=12: mu:=1:
bP:=0.9: bS:=1100: bC:=400: aP:=50: aS:=0.5: aC:=0.5:
> # определение функций, входящих в выражения характеристик
p(x):=exp(-lambda*x): p(y):=subs(x=y,p(x)): q(x):=1-p(x):
g(x):=mu*exp(-mu*x): g(x-y):=subs(x=x-y,g(x)): gp[0](x):=g(x):
gp[0](y):=subs(x=y,gp[0](x)): for n from 1 to N do
gp[n](x):=int(p(y)*g(x-y)*gp[n-1](y),y=0..x): gp[n](y):=subs(x=y,gp[n](x)): end do:
hgp(x):=sum(gp[k](x),k=0..N): omega(x):=q(x)*hgp(x): Omega(y):=int(omega(x),x=0..y):
> # задание выражений характеристик
P(tau):=1/tau*int(1-Omega(y),y=0..tau):
S(tau):=1/(tau+M(gamma))*(c11*int(1-Omega(y),y=0..tau)-c10*int(Omega(y),y=0..tau)-
c2*M(gamma)): C(tau):=(c10*int(Omega(y),y=0..tau)+c2*M(gamma))/(int(1-Omega(y),y=0..tau)):
> #блок оптимизации по частным критериям
with(Optimization):
Sm:=Maximize(S(tau), tau = 0 .. 5,output=solutionmodule):
Smax:=Sm:-Results(objectivevalue): S1:=Sm:-Results(solutionpoint):
Cm:=Minimize(C(tau), tau = 0 .. 5, output=solutionmodule):
Cmin:=Cm:-Results(objectivevalue): C1:=Cm:-Results(solutionpoint):
Pm:=Maximize(P(tau), tau = 0 .. 5,output=solutionmodule):
Pmax:=Pm:-Results(objectivevalue): P1:=Pm:-Results(solutionpoint):
> #нормировка критериев
Cn(tau):=(C(tau)-evalf(subs(tau=4,C(tau))))/(Cmin-evalf(subs(tau=4,C(tau)))):

```



```

Sn(tau):=(S(tau)-evalf(subs(tau=10000,S(tau))))/(Smax-evalf(subs(tau=10000,S(tau)))):
#блок оптимизации по скалярным критериям
# Критерий линейная свертка V(tau)
> V(tau):=1/3*Sn(tau)+1/3*Cn(tau)+1/3*P(tau):
Vm:=Maximize(V(tau),tau = 0.. 10, output=solutionmodule):
Vmax:=Vm:-Results(objectivevalue);
tauV:=Vm:-Results(solutionpoint);
# максиминный критерий R(tau)
s(tau):=S(tau)/Smax:
c(tau):=C(tau)/Cmin:
PP(tau):=P(tau)/Pmax(tau):
R(tau):=min(s(tau),c(tau),PP(tau)):
Rmax[1]:=evalf(subs(tau=0.05,R(tau))):
Rmax[2]:=evalf(subs(tau=0.06,R(tau))):
for h from 2 while Rmax[h]-Rmax[h-1]>0 do
Rmax[h+1]:=evalf(subs(tau=0.05+h*0.01,R(tau))):
end do: taur:=evalf(0.05+h*0.01); Rmax:=evalf(subs(tau=taur,R(tau)));
#блок оптимизации по нечетким критериям
qP(z):=1/(1+exp(-aP*(z-bP))): qP(tau):=subs(z=P(tau),qP(z)):
qS(z):=1/(1+exp(-aS*(z-bS))): qS(tau):=subs(z=S(tau),qS(z)):
qC(z):=1/(1+exp(aC*(z-bC))): qC(tau):=subs(z=C(tau),qC(z)):
Q(tau):=min(qP(tau),qS(tau),qC(tau)):
Qmax[1]:=evalf(subs(tau=0.2,Q(tau))):
Qmax[2]:=evalf(subs(tau=0.205,Q(tau))):
for i from 2 while Qmax[i]-Qmax[i-1]>0 do
Qmax[i+1]:=evalf(subs(tau=0.2+i*0.005,Q(tau))):
end do: tauq:=evalf(0.2+i*0.005); Qmax:=evalf(subs(tau=tauq,Q(tau)));
> # Результаты оптимизации
# Критерий линейная свертка V(tau)
evalf(subs(Vm:-Results(solutionpoint),S(tau)));
evalf(subs(Vm:-Results(solutionpoint),C(tau)));
evalf(subs(Vm:-Results(solutionpoint),P(tau)));
# максиминный критерий R(tau)
evalf(subs(tau=taur,S(tau)));
evalf(subs(tau=taur,C(tau)));
evalf(subs(tau=taur,P(tau)));
> # максиминная свертка нечетких критериев
evalf(subs(tau=tauq,S(tau)));
evalf(subs(tau=tauq,C(tau)));
evalf(subs(tau=tauq,P(tau)));

```

3. Программный код решения задачи многокритериальной оптимизации периодичности ПВ в СО с полным АВ и МАВ в Maple.

```

> # задание констант
restart: assume(tau>0): assume(t<tau): assume(s<tau): n:=1: v:=1: mu:=6: lambda:=5:
eta(a):=2/35: c1:=100: ca:=1400: cp:=380:
> # определение функций, входящих в выражения характеристик

```

```

f(t):=1/(n)!*(mu)^(n+1)*t^n*exp(-mu*t): g(t):=lambda*exp(-lambda*t):
phi(a)(t):=1/(v!)*(eta(a))^(v+1)*t^v*exp(-eta(a)*t): M(beta):=int(t*g(t),t=0..infinity):
M(gamma(a)):=int(t*phi(a)(t),t=0..infinity): M(alpha):=int(t*f(t),t=0..infinity):
M(sigma(a)):=1: M(sigma(p)):=0.6: g(s):=subs(t=s,g(t)): g(t-s):=subs(t=t-s,g(t)):
g(t+x):=subs(t=t+x,g(t)): g(t+x-s):=subs(t=t+x-s,g(t)): f(s):=subs(t=s,f(t)): f(t-
s):=subs(t=t-s,f(t)): phi(a)(s):=subs(t=s,phi(a)(t)): phi(a)(z):=subs(t=z,phi(a)(t)):
phi(a)(t-s):=subs(t=t-s,phi(a)(t)): Phi(a)(t):=1-int(phi(a)(s),s=0..t):
Phi(a)(s):=subs(t=s,Phi(a)(t)): Phi(a)(s-t):=subs(t=s-t,Phi(a)(t)): Phi(a)(tau-
t):=subs(t=tau-t,Phi(a)(t)): Phi(a)(tau):=subs(t=tau,Phi(a)(t)): F(s):=1-int(f(t),t=0..s):
F(t):=subs(s=t,F(s)):
hg(t):=lambda: hg(t-x):=subs(t=t-x,hg(t)):
#hf(t):=diff(1/3*(mu*t-1+2/3^(1/2)*exp(-3/2*mu*t)*sin(3^(1/2)/2*mu*t+Pi/3)),t):
hf(t):=1/2*mu*(1-exp(-2*mu*t)):
hphi(t):=1/2*eta(a)*(1-exp(-2*eta(a)*t)): hphi(s):=subs(t=s,hphi(t)):
H(phi)(tau):=int(hphi(s),s=0..tau): H(phi)(tau-t):=subs(tau=tau-t,H(phi)(tau)):
H(phi)(t):=subs(tau=t,H(phi)(tau)):
lam(phi)(a)(s):=(phi(a)(s))/(Phi(a)(s)): lam(phi)(a)(s-t):=subs(s=s-t,lam(phi)(a)(s)):
Lam(phi)(a)(tau):=int(lam(phi)(a)(s),s=0..tau):
Na:=H(phi)(tau): Nser:=int(hf(t)*Phi(a)(t)*(1+H(phi)(tau-t)),t=0..tau): N1:=lambda*tau:
N2:=lambda*M(sigma(a))*H(phi)(tau): N3:=lambda*M(sigma(p)): Na1:=Lam(phi)(a)(tau):
Nser1:=int(hf(t)*Phi(a)(t),t=0..tau)+int(int(Phi(a)(s)*(hf(t)*lam(phi)(a)(s-t))/(Phi(a)(s-
t)),t=0..s),s=0..tau):
Nser1:=Phi(a)(tau)*int(hf(t)/Phi(a)(tau-t),t=0..tau)+int(int(phi(a)(s)*hf(t)/Phi(a)(s-
t),t=0..s),s=0..tau):
N11:=lambda*tau: N21:=lambda*M(sigma(a))*Lam(phi)(a)(tau): N31:=lambda*M(sigma(p)):
> # задание выражений характеристик
p0(tau):=1-(tau+M(sigma(a))*Na+M(sigma(p)))/(M(beta)*(1+Na+Nser+N1+N2+N3)):
S(tau):=(c1*Nser-ca*M(sigma(a))*Na-cp*M(sigma(p)))/(M(beta)*(1+Na+Nser+N1+N2+N3)):
C(tau):=(ca*M(sigma(a))*Na+cp*M(sigma(p)))/(M(beta)*(1+Na+Nser+N1+N2+N3)-M(sigma(a))*Na-
M(sigma(p))):
p01(tau):=1-(tau+M(sigma(a))*Na1+M(sigma(p)))/(M(beta)*(1+Na1+Nser1+N11+N21+N31)):
S1(tau):=(c1*Nser1-ca*M(sigma(a))*Na1-cp*M(sigma(p)))/(M(beta)*(1+Na1+Nser1+N11+N21+N31)):
C1(tau):=(ca*M(sigma(a))*Na1+cp*M(sigma(p)))/(M(beta)*(1+Na1+Nser1+N11+N21+N31)-
M(sigma(a))*Na1-M(sigma(p))):
> #блок оптимизации по частным критериям
with(Optimization):
Sm:=Maximize(S(tau), tau=0..220,output=solutionmodule): Smax:=Sm:-Results(objectivevalue):
Sm:-Results(solutionpoint):
Sml:=Minimize(S(tau), tau =0..220,output=solutionmodule):
Smin:=Sml:-Results(objectivevalue):
Sml:-Results(solutionpoint):
Cm:=Minimize(C(tau), tau = 0 .. 220, output=solutionmodule):
Cmin:=Cm:-Results(objectivevalue):
Cm:-Results(solutionpoint):
Cml:=Maximize(C(tau), tau = 0 .. 220, output=solutionmodule):
Cmax:=Cml:-Results(objectivevalue):
Cml:-Results(solutionpoint):

```

```

p0m:=Maximize(p0(tau),tau=0..220,output=solutionmodule):
p0max:=p0m:-Results(objectivevalue);
p0m:-Results(solutionpoint);
p0m1:=Minimize(p0(tau),tau=0..220,output=solutionmodule):
p0min:=p0m1:-Results(objectivevalue);
p0m1:-Results(solutionpoint);
S1max[1]:=evalf(subs(tau=10,S1(tau)));
S1max[2]:=evalf(subs(tau=10.05,S1(tau)));
for i from 2 while S1max[i]-S1max[i-1]>0 do
S1max[i+1]:=evalf(subs(tau=10+i*0.05,S1(tau)));
end do: taus1:=evalf(10+i*0.05); S1max:=evalf(subs(tau=taus1,S1(tau)));
C1min[1]:=evalf(subs(tau=10,C1(tau)));
C1min[2]:=evalf(subs(tau=10.05,C1(tau)));
for i from 2 while C1min[i]-C1min[i-1]<0 do
C1min[i+1]:=evalf(subs(tau=10+i*0.05,C1(tau)));
end do: tauc1:=evalf(10+i*0.05); C1min:=evalf(subs(tau=tauc1,C1(tau)));
p01max[1]:=evalf(subs(tau=10,p01(tau))); p01max[2]:=evalf(subs(tau=10.05,p01(tau)));
for i from 2 while p01max[i]-p01max[i-1]>0 do
p01max[i+1]:=evalf(subs(tau=10+i*0.05,p01(tau)));
end do: taup01:=evalf(10+i*0.05); p01max:=evalf(subs(tau=taup01,p01(tau)));
> #нормировка критериев
Cn(tau):=(C(tau)-evalf(subs(tau=0,C(tau))))/(Cmin-evalf(subs(tau=0,C(tau))));
Sn(tau):=(S(tau)-evalf(subs(tau=0,S(tau))))/(Smax-evalf(subs(tau=0,S(tau))));
p0n(tau):=(p0(tau)-evalf(subs(tau=0,p0(tau))))/(evalf(subs(tau=10000,p0(tau)))-evalf(subs(tau=0,p0(tau))));
C1n(tau):=(C1(tau)-evalf(subs(tau=0,C1(tau))))/(C1min-evalf(subs(tau=0,C1(tau))));
S1n(tau):=(S1(tau)-evalf(subs(tau=0,S1(tau))))/(S1max-evalf(subs(tau=0,S1(tau))));
p01n(tau):=(p01(tau)-evalf(subs(tau=0,p01(tau))))/(evalf(subs(tau=10000,p01(tau)))-evalf(subs(tau=0,p01(tau))));
#блок оптимизации по скалярным критериям
vs:=1/3: vc:=1/3:
V(tau):=vs*Sn(tau)+vc*Cn(tau)+(1-vs-vc)*p0n(tau):
Vm:=Maximize(V(tau),tau=20..220,output=solutionmodule):
Vmax:=Vm:-Results(objectivevalue); tauV:=Vm:-Results(solutionpoint);
V1(tau):=vs*S1n(tau)+vc*C1n(tau)+(1-vs-vc)*p01n(tau):
V1max[1]:=evalf(subs(tau=15,V1(tau)));
V1max[2]:=evalf(subs(tau=15.05,V1(tau)));
for i from 2 while V1max[i]-V1max[i-1]>0 do
V1max[i+1]:=evalf(subs(tau=15+i*0.05,V1(tau)));
end do: tauv1:=evalf(15+i*0.05); V1max:=evalf(subs(tau=tauv1,V1(tau)));
> # Результаты оптимизации
# Показатели без ПВ
evalf(subs(tau=100000,S(tau))); evalf(subs(tau=100000,C(tau)));
evalf(subs(tau=100000,p0(tau))); evalf(subs(tau=10000,S1(tau)));
evalf(subs(tau=10000,C1(tau))); evalf(subs(tau=10000,p01(tau)));
# Критерий линейная свертка V(tau)
evalf(abs(subs(Vm:-Results(solutionpoint),p0(tau))-p0max)/p0max)*100;
evalf(abs(subs(Vm:-Results(solutionpoint),S(tau))-Smax)/Smax)*100;
evalf(abs(subs(Vm:-Results(solutionpoint),C(tau))-Cmin)/Cmin)*100;

```

```
evalf(subs(tau=tauv1,p0(tau))); evalf(subs(tau=tauv1,S(tau)));
evalf(subs(tau=tauv1,C(tau)));
```

4. Программный код решения задачи многокритериальной оптимизации периодичности ППР в приборах в ЛЛПК в Maple.

```
> # задание констант
restart: lambda:=13.9: theta:=4: mu:=1: p:=0.63: q:=1-p: p1:=0.96: q1:=1-p1: c1:=800:
c2:=1400: c3:=2100: c4:=4600: c5:=5600: N:=20: bP:=0.85: bPcr:=0.06: bS:=500: bC:=300:
aP:=50: aPcr:=200: aS:=0.07: aC:=0.07:

> # определение функций, входящих в выражения характеристик
phi(s):=mu^2*s*exp(-mu*s): f(s):=theta^2*s*exp(-theta*s):
Phi(x):=int(phi(s),s=x..infinity): Phi(t):=subs(x=t,Phi(x)):
F(x):=int(f(s),s=x..infinity): F(t):=subs(x=t,F(x)):
M(gamma):=int(Phi(x),x=0..infinity): M(alpha):=int(F(x),x=0..infinity):
p2(x):=1-0.0001*x: p2(y):=subs(x=y,p(x)): p2(tau):=subs(x=tau,p(x)): q2(x):=1-p2(x):
hx[1]:=p2(x)*(q+p*exp(-lambda*x)): hy[1]:=subs(x=y,hx[1]):
hx[n]:=p*lambda*p2(x)*int(hy[n-1]*exp(-lambda*(x-y)),y=0..x):
hy[n]:=subs(x=y,hx[n]): end do:
h(x):=sum(hx[k],k=1..N): h(x-y):=subs(x=x-y,h(x)):
A(x):=h(x): A(tau):=subs(x=tau,A(x)):
T1:=q*tau+p*int(A(x),x=0..tau)+1/lambda*(1-A(tau)/p2(tau)):
T2:=q*lambda*(tau-int(A(x),x=0..tau))*int(F(t)*exp(-lambda*q1*t),t=0..infinity):
T2cr:=q*lambda*(tau-int(A(x),x=0..tau))*(M(alpha)-int(F(t)*exp(-
lambda*q1*t),t=0..infinity)):
T3:=int(Phi(t)*exp(-lambda*q1*t),t=0..infinity):
T3cr:=M(gamma)-int(Phi(t)*exp(-lambda*q1*t),t=0..infinity):
T4:=p*tau-p*int(A(x),x=0..tau)-1/lambda*(1-A(tau)/p2(tau)):
T5:=T2cr+T3cr:
T:=tau+M(gamma)+M(alpha)*lambda*q*(tau-int(A(x),x=0..tau)):

> # задание выражений характеристик
S(tau):=(c1*(T1+T2+T3)-c2*(T2+T2cr)-c3*(T3+T3cr)-c4*T4-c5*T5)/T:
C(tau):=(c2*(T2+T2cr)+c3*(T3+T3cr)+c4*T4+c5*T5)/(T-T4-T5):
P(tau):=(T1)/T: Pcr(tau):=(T4+T5)/T:

> #блок оптимизации по частным критериям
with(Optimization):
Sm:=Maximize(S(tau), tau = 0 .. 1600,output=solutionmodule):
Smax:=Sm:-Results(objectivevalue): Smax:-Results(solutionpoint):
Sm1:=Minimize(S(tau), tau = 0 .. 1600,output=solutionmodule):
Smin:=Sm1:-Results(objectivevalue): Smin:-Results(solutionpoint):
Cm:=Minimize(C(tau), tau = 0 .. 1600, output=solutionmodule):
Cmin:=Cm:-Results(objectivevalue): Cm:-Results(solutionpoint):
Cm1:=Maximize(C(tau), tau = 0 .. 1600, output=solutionmodule):
Cmax:=Cm1:-Results(objectivevalue): Cm1:-Results(solutionpoint):
Pm:=Maximize(P(tau), tau = 0 .. 1600,output=solutionmodule):
Pmax:=Pm:-Results(objectivevalue): Pmax:-Results(solutionpoint):
Pm1:=Minimize(P(tau), tau = 0 .. 1600,output=solutionmodule):
Pmin:=Pm1:-Results(objectivevalue): Pm1:-Results(solutionpoint):
```

```

Pcrm:=Minimize(Pcr(tau), tau = 0 .. 1600,output=solutionmodule):
Pcrmin:=Pcrm:-Results(objectivevalue); Pcrm:-Results(solutionpoint);
Pcrml:=Maximize(Pcr(tau), tau = 0 .. 1600,output=solutionmodule):
Pcrmax:=Pcrml:-Results(objectivevalue); Pcrml:-Results(solutionpoint);
> #нормировка критериев
Cn(tau):=(C(tau)-evalf(limit(C(tau),tau=infinity)))/(Cmin-
evalf(limit(C(tau),tau=infinity))):
Sn(tau):=(S(tau)-evalf(limit(S(tau),tau=infinity)))/(Smax-
evalf(limit(S(tau),tau=infinity))):
Pn(tau):=(P(tau)-evalf(limit(P(tau),tau=infinity)))/(Pmax-
evalf(limit(P(tau),tau=infinity))):
Pcrn(tau):=(Pcr(tau)-evalf(limit(Pcr(tau),tau=infinity)))/(Pcrmin-
evalf(limit(Pcr(tau),tau=infinity))):
#блок оптимизации по скалярным критериям
vs:=1/4: vc:=1/4: vp:=1/4:
V(tau):=vs*Sn(tau)+vc*Cn(tau)+vp*Pn(tau)+(1-vs-vc-vp)*Pcrn(tau):
Vm:=Maximize(V(tau), tau = 0.221 .. 800, output=solutionmodule):
Vmax:=Vm:-Results(objectivevalue):
tauV:=Vm:-Results(solutionpoint):
s(tau):=S(tau)/Smax: c(tau):=C(tau)/Cmin:
PP(tau):=P(tau)/Pmax: pcr(tau):=Pcr(tau)/Pcrmin:
R(tau):=min(s(tau),c(tau),PP(tau),pcr(tau)):
Rmax[1]:=evalf(subs(tau=50,R(tau))): Rmax[2]:=evalf(subs(tau=50.05,R(tau))):
for h from 2 while Rmax[h]-Rmax[h-1]>0 do
Rmax[h+1]:=evalf(subs(tau=50+h*0.05,R(tau))):
end do: taur:=evalf(50+h*0.05): Rmax:=evalf(subs(tau=taur,R(tau))):
#блок оптимизации по нечетким критериям
qS(z):=1/(1+exp(-aS*(z-bS))): qS(tau):=subs(z=S(tau),qS(z)):
qC(z):=1/(1+exp(aC*(z-bC))): qC(tau):=subs(z=C(tau),qC(z)):
qP(z):=1/(1+exp(-aP*(z-bP))): qP(tau):=subs(z=P(tau),qP(z)):
qPcr(z):=1/(1+exp(aPcr*(z-bPcr))): qPcr(tau):=subs(z=Pcr(tau),qPcr(z)):
Q(tau):=min(qS(tau),qC(tau),qP(tau),qPcr(tau)):
Qmax[1]:=evalf(subs(tau=60,Q(tau))): Qmax[2]:=evalf(subs(tau=60.01,Q(tau))):
for i from 2 while Qmax[i]-Qmax[i-1]>0 do Qmax[i+1]:=evalf(subs(tau=60+i*0.01,Q(tau))):
end do: tauq:=evalf(60+i*0.01): Qmax:=evalf(subs(tau=tauq,Q(tau))):
> # Результаты оптимизации
# Критерий линейная свертка V(tau)
evalf(subs(Vm:-Results(solutionpoint),S(tau))):
evalf(subs(Vm:-Results(solutionpoint),C(tau))):
evalf(subs(Vm:-Results(solutionpoint),P(tau))):
evalf(subs(Vm:-Results(solutionpoint),Pcr(tau))):
# максиминный критерий R(tau)
evalf(subs(tau=taur,S(tau))): evalf(subs(tau=taur,C(tau))):
evalf(subs(tau=taur,P(tau))): evalf(subs(tau=taur,Pcr(tau))):
# максиминная свертка нечетких критериев
evalf(subs(tau=tauq,S(tau))): evalf(subs(tau=tauq,C(tau))):
evalf(subs(tau=tauq,P(tau))): evalf(subs(tau=tauq,Pcr(tau))):

```

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Программные коды имитационного моделирования функционирования конкретных СО в Anylogic.

1. Программный код имитационного моделирования работы БПЛА в Anylogic.

Вид блочной имитационной модели работы БПЛА в Anylogic приведен на рисунке Г.1.

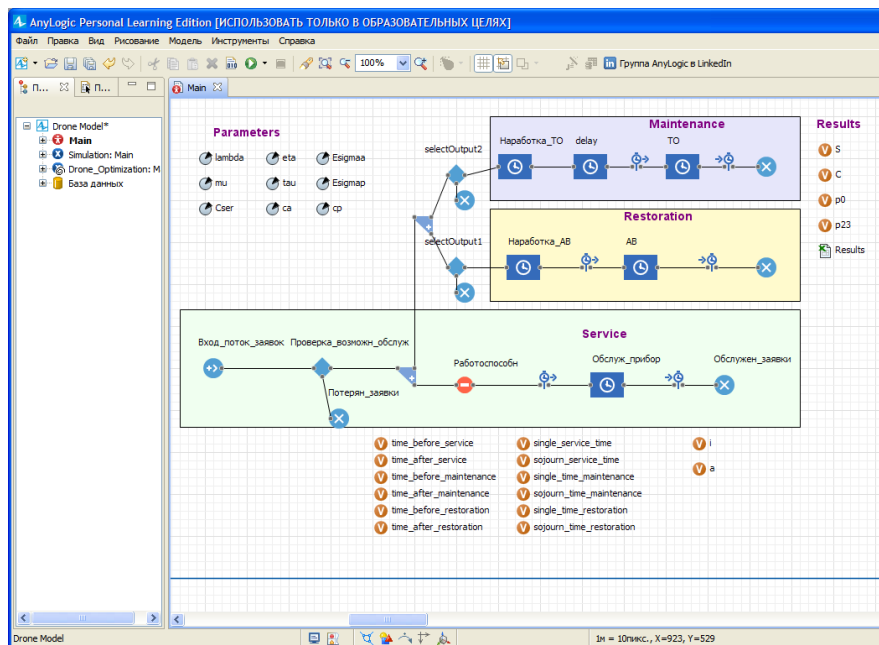


Рисунок Г.1 – Имитационная модель работы БПЛА в Anylogic

Блок Вход_поток_заявок:

Прибывают согласно: времени между прибытиями;

Время между прибытиями: $\text{exponential}(\lambda)$;

Установить время начала: да;

Начать создавать агентов: 0,01 миллисек;

Выталкивать агентов: да;

При выходе: `source.inject(1)`;

Блок Проверка_возможн_обслуж:

Выход true выбирается: при выполнении условия `Обслуж_прибор.size() < 1 && AB.size() < 1 && TO.size() < 1`;

При выходе true: `p2 = 1 - 0.0001 * (time(HOUR) - regeneration_moment - soj_T2 - soj_T52)`;

Блок selectOutput2:

Выход true выбирается: при выполнении условия `Наработка_TO.size() < 1 && TO.size() < 1 && AB.size() < 1`;

При выходе true: `a = 0`;

Блок Наработка_TO:

Тип: определенное время;

Время задержки: τ (секунды);

Вместимость: 1;

Выталкивать агентов: да;

При выходе: `a = 1`;

Блок delay:

Тип: пока не вызван метод `stopDelay`;

Вместимость: 1;

При выходе: Работоспособн.setBlocked(**true**);

if (Наработка_AB.size()!=0) {Наработка_AB.remove((Agent) Наработка_AB.get(0));}

Блок ТО:

Тип: определенное время;

Время задержки: Esigma_{map} (секунды);

Вместимость: 1;

Выталкивать агентов: да;

При входе: time_before_maintenance=time();

При выходе: Работоспособн.setBlocked(**false**); i=0; time_after_maintenance=time();time_after_maintenance=time();

Блок selectOutput1:

Выход true выбирается: при выполнении условия Наработка_AB.size()<1 && AB.size()<1 && TO.size()<1;

Блок Наработка_AB:

Тип: определенное время;

Время задержки: erlang(1/eta, 4) (секунды);

Вместимость: 1;

Выталкивать агентов: да;

При выходе: Работоспособн.setBlocked(**true**);

if (Обслуж_прибор.size()!=0)

{число_потерь_AB ++; число_потерь_AB2 ++; Обслуж_прибор.remove((Agent) Обслуж_прибор.get(0));}

if (Наработка_TO.size()!=0) {Наработка_TO.remove((Agent) Наработка_TO.get(0));}

if (delay.size()!=0) {delay.remove((Agent) delay.get(0));}

Блок АВ:

Тип: определенное время;

Время задержки: Esigma_{aa};

Выталкивать агентов: да;

При входе: time_before_restoration=time();

При выходе: Работоспособн.setBlocked(**false**); i=0;

Блок Работоспособн:

Режим: вручную;

Блок Обслуж_прибор:

Тип: определенное время;

Время задержки: erlang (1/mu, 3) (секунды);

Вместимость: 1;

Выталкивать агентов: да;

При входе: time_before_service=time();

if (i == 1) Наработка_AB.resume(); **if** (i == 1) Наработка_TO.resume();

При выходе: **if** (a==1) delay.stopDelay((Agent) delay.get(0));

if (a==0) Наработка_AB.suspend();

if (a==0) Наработка_TO.suspend(); i=1; time_after_service=time();

single_service_time=time_after_service-time_before_service;

$\text{sojourn_service_time} = \text{sojourn_service_time} + \text{single_service_time};$

Все константы и переменные, кроме переменной i , а имеют тип `double`.

2. Программный код имитационного моделирования работы информационной системы в Anylogic.

Вид блочной имитационной модели функционирования информационной системы в Anylogic приведен на рисунке Г.2.

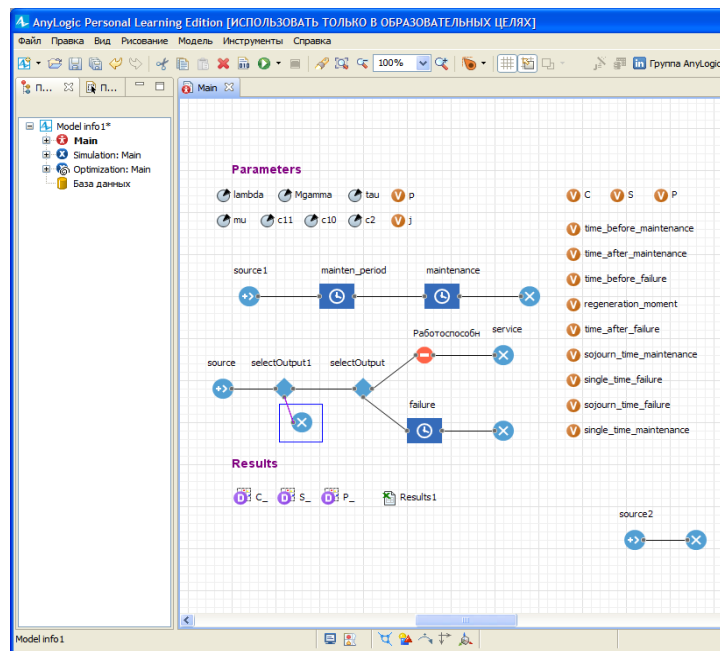


Рисунок Г.2 – Имитационная модель функционирования информационной системы в Anylogic

Блок **source 1**:

Прибывают согласно: времени между прибытиями;

Время между прибытиями: любое, например `exponential(lambda)`;

Ограниченное количество прибытий: да;

Максимальное количество прибытий: 1;

Установить время начала: да;

Начать создавать агентов: 0,01 миллисек;

Выталкивать агентов: да;

При выходе: `source.inject(1)`;

Блок **mainten_period**:

Тип: определенное время;

Время задержки: τ (часы);

Вместимость: 1;

При входе: `regeneration_moment=time(HOUR)`;

При выходе: `Работоспособн.setBlocked(false)`;

Блок **maintenance**:

Тип: определенное время;

Время задержки: $M\gamma$ (часы);

Вместимость: 1;
 При входе: time_before_maintenance=time(HOUR);
 if (j==2) {time_after_failure=time(HOUR); single_time_failure=time_after_failure-time_before_failure;
 sojourn_time_failure=sojourn_time_failure+single_time_failure;}; j=1;
 При выходе: source1.inject(1);
 source.inject(1);
 regeneration_moment=time(HOUR);
 time_after_maintenance=time(HOUR);
 single_time_maintenance=time_after_maintenance-time_before_maintenance;
 sojourn_time_maintenance=sojourn_time_maintenance+single_time_maintenance;

Блок source:

Прибывают согласно: интенсивности;
 Интенсивность прибытия: μ (в час);
 Выталкивать агентов: да;
 Установить время начала: да;
 Начать создавать агентов: 0,01 миллисек;
 При выходе: $p = \exp(-\lambda * (\text{time}(\text{HOUR}) - \text{regeneration_moment}))$;

Блок selectOutput1:

Выход true выбирается: при выполнении условия maintenance.size()<1; Работоспособн.setBlocked(**false**);
 При выходе true: $p2 = 1 - 0.0001 * (\text{time}(\text{HOUR}) - \text{regeneration_moment} - \text{soj_T2} - \text{soj_T52})$;

Блок selectOutput:

Выход true выбирается: с заданной вероятностью p;
 При выходе false: if (j==1) {time_before_failure=time(HOUR); j=2;};

Блок Работоспособн:

Режим: ручную;

Блок failure;

Время задержки: 0;
 Вместимость: 1;

При выходе: Работоспособн.setBlocked(**true**);

Все константы и переменные, кроме переменной j, имеют тип double.

2. Программный код имитационного моделирования работы приборов ЛЛПК в Anylogic.

Вид блочной имитационной модели работы приборов ЛЛПК в Anylogic приведен на рисунке Г.3.

Блок source 1:

Прибывают согласно: времени между прибытиями;
 Время между прибытиями: любое, например exponential(lambda);
 Ограниченное количество прибытий: да;
 Максимальное количество прибытий: 1;
 Установить время начала: да;
 Начать создавать агентов: 0,01 миллисек;

Выталкивать агентов: да.

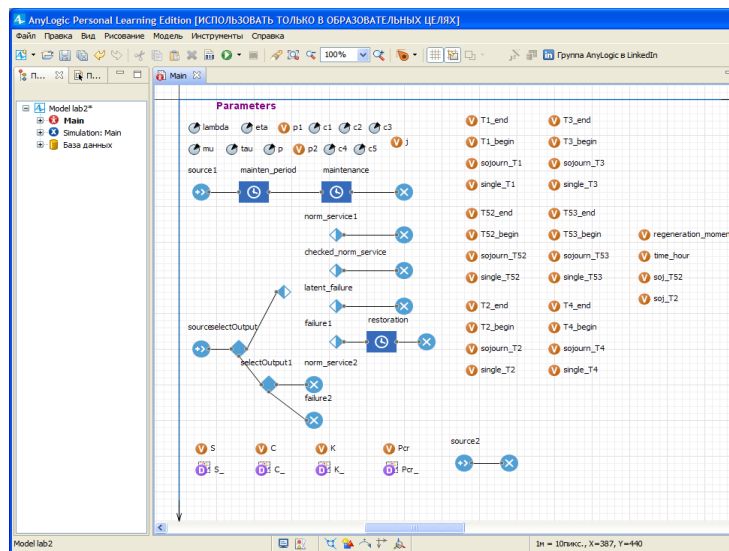


Рисунок Г.3 – Имитационная модель работы приборов ЛЛПК в Anylogic.

Блок mainten_period:

Тип: определенное время;

Время задержки: tau (часы);

Вместимость: 1;

При входе: regeneration_moment=time(HOUR);

При выходе: **if** (j==1) {T1_end=time(HOUR); single_T1=T1_end-T1_begin;

```
sojourn_T1=sojourn_T1+single_T1;};
```

```
if (j==4) {T4_end=time(HOUR); single_T4=T4_end-T4_begin;
```

```
sojourn_T4=sojourn_T4+single_T4;}; T3_begin=time(HOUR); j=3;
```

Блок maintenance:

Тип: определенное время;

Время задержки: `erlang(1/mu,2)` (часы);

Вместимость: 1;

При выходе: `source1.inject(1);`

```
if (j==3) {T3_end=time(HOUR); single_T3=T3_end-T3_begin;
```

```
sojourn_T3=sojourn_T3+single_T3;};
```

```
if (j==53) {T53_end=time(HOUR); single_T53=T53_end-T53_begin;
```

```
sojourn_T53=sojourn_T53+single_T53;};
```

```
j=1; T1_begin=time(HOUR); soj_T2=0; soj_T52=0; p1=0.96;
```

Блок source:

Прибывают согласно: интенсивности;

Интенсивность прибытия: λ (в час);

Выталкивать агентов: да;

Установить время начала: да;

Начать создавать агентов: 0,01 миллисек:

При подходе к выходу: **if** (j==53) p1=0; **if** (j==52) p1=0; **if** (j==4) p2=0;

Блок selectOutput:

Выход true выбирается: при выполнении условия $\text{maintenance.size()} < 1 \ \&\& \ \text{restoration.size()} < 1$;

При выходе true: $p2 = 1 - 0.0001 * (\text{time}(\text{HOUR}) - \text{regeneration_moment} - \text{soj_T2} - \text{soj_T52})$;

Блок SelectOutputIn:

Выход выбирается: с заданной вероятностью;

Блок norm_service1:

Блок SelectOutputIn: SelectOutputIn;

Вероятность: $p * p2$;

При выходе true:

```
if (j==1) {T1_end=time(HOUR);    single_T1=T1_end-T1_begin;    sojourn_T1=sojourn_T1+single_T1;};
T1_begin=time(HOUR); j=1;
```

Блок checked_norm_service:

Блок SelectOutputIn: SelectOutputIn;

Вероятность: $(1-p) * p2$;

При выходе true:

```
if (j==1) {T1_end=time(HOUR); single_T1=T1_end-T1_begin;
sojourn_T1=sojourn_T1+single_T1;}; T1_begin=time(HOUR); j=1;
if (j==1) {T1_end=time(HOUR); single_T1=T1_end-T1_begin;
sojourn_T1=sojourn_T1+single_T1;}; T1_begin=time(HOUR); j=1;
```

Блок latent_failure:

Блок SelectOutputIn: SelectOutputIn;

Вероятность: $p * (1-p2)$;

При выходе true:

```
if (j==1) {T1_end=time(HOUR); single_T1=T1_end-T1_begin;
sojourn_T1=sojourn_T1+single_T1;};
if (j==4) {T4_end=time(HOUR); single_T4=T4_end-T4_begin;
sojourn_T4=sojourn_T4+single_T4;}; T4_begin=time(HOUR); j=4;
```

Блок failure1:

Блок SelectOutputIn: SelectOutputIn;

Вероятность: $(1-p) * (1-p2)$;

При выходе true:

```
if (j==1) {T1_end=time(HOUR); single_T1=T1_end-T1_begin;
sojourn_T1=sojourn_T1+single_T1;};
if (j==4) {T4_end=time(HOUR); single_T4=T4_end-T4_begin;
sojourn_T4=sojourn_T4+single_T4;}; T2_begin=time(HOUR); j=2;
```

Блок restoration:

Тип: определенное время;

Время задержки: $\text{erlang}(1/\text{eta}, 2)$ (часы);

Вместимость: 1;

При входе: $\text{mainten_period.suspend}()$;

При выходе: $\text{mainten_period.resume}()$;

```
if (j==2) {T2_end=time(HOUR); single_T2=T2_end-T2_begin;
```

```

sojourn_T2=sojourn_T2+single_T2; soj_T2=soj_T2+single_T2;});
if (j==52) {T52_end=time(HOUR); single_T52=T52_end-T52_begin; sojourn_T52=sojourn_T52+single_T52;
soj_T52=soj_T52+single_T52;};
j=1; T1_begin=time(HOUR);
p1=0.96; p2=1-0.0007*(time(HOUR)-regeneration_moment-soj_T2-soj_T52);

```

Блок selectOutput1:

Выход выбирается: с заданной вероятностью p1;

При выходе true:

```

if (j==2) {T2_end=time(HOUR); single_T2=T2_end-T2_begin;
sojourn_T2=sojourn_T2+single_T2; soj_T2=soj_T2+single_T2; T2_begin=time(HOUR); j=2;};
if (j==3) {T3_end=time(HOUR); single_T3=T3_end-T3_begin;
sojourn_T3=sojourn_T3+single_T3; T3_begin=time(HOUR); j=3;};

```

При выходе false:

```

if (j==2) {T2_end=time(HOUR); single_T2=T2_end-T2_begin;
sojourn_T2=sojourn_T2+single_T2; soj_T2=soj_T2+single_T2; T52_begin=time(HOUR); j=52;};
if (j==3) {T3_end=time(HOUR); single_T3=T3_end-T3_begin;
sojourn_T3=sojourn_T3+single_T3; T53_begin=time(HOUR); j=53;};
if (j==52) {T52_end=time(HOUR); single_T52=T52_end-T52_begin;
sojourn_T52=sojourn_T52+single_T52; soj_T52=soj_T52+single_T52; T52_begin=time(HOUR); j=52;};
if (j==53) {T53_end=time(HOUR); single_T53=T53_end-T53_begin;
sojourn_T53=sojourn_T53+single_T53; T53_begin=time(HOUR); j=53;};

```

Блок source 2:

Прибывают согласно: времени между прибытиями;

Время между прибытиями: 15 (минут);

Установить время начала: да;

Начать создавать агентов: 5 минут;

Выталкивать агентов: да.

```

При выходе:  $S = (c1 * (sojourn\_T1 + sojourn\_T2 + sojourn\_T3) - c2 * (sojourn\_T2 + sojourn\_T52) -$ 
 $c3 * (sojourn\_T3 + sojourn\_T53) - c4 * sojourn\_T4 -$ 
 $c5 * (sojourn\_T52 + sojourn\_T53)) / (sojourn\_T1 + sojourn\_T2 + sojourn\_T52 + sojourn\_T3 + sojourn\_T53 + sojourn\_T4);$ 
 $C = (c2 * (sojourn\_T2 + sojourn\_T52) + c3 * (sojourn\_T3 + sojourn\_T53) + c4 * sojourn\_T4 + c5 * (sojourn\_T52 + sojourn\_T53)) / (sojourn\_T1 + sojourn\_T2 + sojourn\_T3);$ 

```

```

 $K = (sojourn\_T1) / (sojourn\_T1 + sojourn\_T2 + sojourn\_T52 + sojourn\_T3 + sojourn\_T53 + sojourn\_T4);$ 

```

```

 $Pcr = (sojourn\_T52 + sojourn\_T53 + sojourn\_T4) / (sojourn\_T1 + sojourn\_T2 + sojourn\_T52 + sojourn\_T3 + sojourn\_T53 + sojourn\_T4);$ 
time_hour=time(HOUR);

```

```

S_.add(S); Results.writeDataSet(S_, 3, 2, 11);

```

```

C_.add(C); Results.writeDataSet(C_, 4, 2, 11);

```

```

K_.add(K); Results.writeDataSet(K_, 5, 2, 11);

```

```

Pcr_.add(Pcr); Results.writeDataSet(Pcr_, 6, 2, 11);

```

Все константы и переменные, кроме переменной j, имеют тип double.

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Фрагменты записей в журналах ЛЛПК (записи, свидетельствующие о результатах анализа проб спектрометром):

[illegible]

[illegible]

[illegible]