

Нехожин Анатолий Вадимович

**Разработка метода и программного обеспечения
для моделирования реологического
деформирования армированного
биокомпозиционного материала**

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель

д. ф.-м. н., проф.

Радченко Владимир Павлович

Оглавление

| | |
|--|----|
| Введение | 6 |
| Глава 1. Аналитический обзор и постановка задачи | 14 |
| 1.1. Медицинские и социально-экономические проблемы | 16 |
| 1.2. Исследование геометрии бедренной кости и ее внутреннего строения | 19 |
| 1.3. Определение механических характеристик костной ткани | 26 |
| 1.4. Кинематические и силовые граничные условия | 31 |
| Глава 2. Математическое моделирование деформирования армированной шейки бедра при кратковременных нагрузках | 37 |
| 2.1. Однослойная изотропная математическая модель деформирования бедренной кости с нелинейной зависимостью диаграммы «напряжение — деформация» | 37 |
| 2.1.1. Механические характеристики и краевые условия | 37 |
| 2.1.2. Геометрическое моделирование бедренной кости и шейки бедра | 38 |
| 2.1.3. Геометрия имплантатов и их механические характеристики | 42 |
| 2.1.4. Дискретизация объемной геометрической модели конечно-элементным разбиением | 47 |
| 2.1.5. Численное решение задачи моделирования напряженно-деформированного состояния в шейке бедра и анализ результатов | 48 |
| 2.2. Двухслойная линейно-упругая изотропная модель деформирования бедренной кости | 58 |
| 2.2.1. Геометрическое моделирование объема бедренной кости | 58 |

| | | |
|--|---|-----|
| 2.2.2. | Геометрическая модель бедренной кости с имплантатами | 62 |
| 2.2.3. | Механические характеристики фазовых материалов бедренной кости и имплантатов и краевые условия | 63 |
| 2.2.4. | Методика численного решения задачи | 65 |
| 2.2.5. | Анализ результатов численного решения задач | 70 |
| 2.3. | Двухслойная изотропная модель с нелинейной диаграммой дефор- мирования | 72 |
| 2.4. | Экспериментальное исследование разрушения армированной и неармированной бедренной кости на биоманекенах | 74 |
| 2.5. | Выводы по главе 2 | 84 |
| Глава 3. Математическое моделирование деформирования бедренной кости при длительных нагрузках в условиях ползучести | | 86 |
| 3.1. | Двухслойная линейно-упругая изотропная математическая модель в условиях ползучести | 86 |
| 3.2. | Построение феноменологической модели ползучести костной ткани | 89 |
| 3.2.1. | Методика и алгоритм численного решения задачи и анализ результатов | 94 |
| 3.3. | Выводы по главе 3 | 100 |
| Глава 4. Программный комплекс для решения задач численного эксперимента и обработки результатов расчета | | 102 |
| 4.1. | Описание программ | 103 |
| 4.2. | Общий вид алгоритма решения задачи в ANSYS | 106 |
| 4.3. | Построение геометрической модели однослойной бедренной кости . | 109 |
| 4.4. | Описание команд ANSYS | 112 |
| 4.5. | Программный комплекс FemurUtils для подготовки геометри- ческих моделей, задания краевых условий, запуска численных решений задач и обработки результатов решений | 116 |
| 4.5.1. | Модуль commands | 117 |

| | | |
|----------|--|-----|
| 4.5.2. | Модуль core | 119 |
| 4.5.3. | Модуль specialCommands | 119 |
| 4.5.3.1. | Получение координат узлов КЭ | 120 |
| 4.5.3.2. | Запуск линейного расчета | 120 |
| 4.5.3.3. | Запуск нелинейного расчета | 120 |
| 4.5.4. | Автоматическое построение геометрической модели бедренной кости | 121 |
| 4.5.4.1. | Построение геометрической модели внешнего слоя бедренной кости (модуль wrl2ans) | 121 |
| 4.5.4.2. | Построение геометрической модели внутреннего слоя бедренной кости (модуль wrl2ansDB) | 123 |
| 4.5.5. | Построение геометрической модели имплантатов | 125 |
| 4.5.5.1. | Построение геометрической модели имплантата типа «спица» | 125 |
| 4.5.5.2. | Построение геометрии имплантата типа «винт-штопор» | 129 |
| 4.5.5.3. | Построение геометрической модели имплантата типа «винт-шnek» | 129 |
| 4.5.6. | Задание краевых условий | 132 |
| 4.5.6.1. | Задание краевых условий при падении человека | 132 |
| 4.5.6.2. | Задание краевых условий при длительных нагрузках в условиях хождения человека | 134 |
| 4.5.7. | Уточнение конечно-элементной сетки | 134 |
| 4.5.7.1. | Уточнение конечно-элементной сетки в заданной области | 135 |
| 4.5.7.2. | Уточнение конечно-элементной сетки в окрестностях заданных точек | 135 |
| 4.5.8. | Вывод результатов | 137 |
| 4.5.8.1. | Вывод результатов для всех точек | 137 |
| 4.5.8.2. | Вывод результатов для выбранных точек | 138 |
| 4.5.8.3. | Поиск максимального\минимального напряжения | 138 |
| 4.5.8.4. | Вывод данных в узлах секции | 139 |

| | |
|---|-----|
| 4.5.9. Вспомогательные программы для исследования | 139 |
| 4.5.10. Программы для исследования однослойной кости | 140 |
| 4.5.10.1. Модуль nodes2section.py | 140 |
| 4.5.10.2. Модуль elem2nodes.py | 140 |
| 4.5.10.3. Модуль postAmm2.py | 141 |
| 4.6. Идентификация параметров модели ползучести костной ткани . . . | 141 |
| 4.7. Выводы по главе 4 | 145 |
| | |
| Заключение | 147 |
| | |
| Список литературы | 150 |
| | |
| Приложение А. Напряженно-деформированное состояние в шейке одно- слойной бедренной кости | 165 |
| | |
| Приложение Б. Патенты и свидетельства | 171 |
| | |
| Приложение В. Акт о внедрении результатов работы в учебном процессе | 176 |

Введение

Актуальность темы исследования. Решение задач повышения надежности и прочности, снижение энергетических и экономических затрат при создании современных материалов и конструкций из них находится в одном из трендов современной науки, включающем создание многокомпонентных композиционных материалов самой разнообразной внутренней структуры и назначения. И если в области конструкционных материалов эти задачи давно поставлены и методы их решения хорошо разработаны, то природные биокompозитные материалы, к которым относится костная ткань, в области реологического деформирования исследованы недостаточно. В частности, перелом шейки бедра человека является крайне актуальной проблемой в медицинской практике.

Увеличение характеристик прочности костной ткани решается различными способами, один из которых заключается в превентивном армировании металлическими имплантатами бедренной кости для снижения концентрации напряжений. Потенциальные перспективы применения данного подхода основаны на уменьшении стоимости лечения, снижении вероятности перелома, простоте операции по сравнению с операцией по сращиванию кости после перелома, малой длительности постоперационных процедур и т.д. Сертификация этого метода требует комплексного подхода как со стороны медицины, так и со стороны математиков, механиков и специалистов в области информационных технологий. Однако в настоящее время отсутствуют методы математического моделирования напряженно-деформированного состояния в армированной имплантатами костной ткани в процессе реологического деформирования для анализа снижения уровня концентрации напряжений в наиболее нагруженных областях шейки бедра и, как следствие этого, не имеется соответствующего информационного и программного обеспечения для решения такого класса задач. Существуют лишь единичные работы

экспериментального плана, в которых приведены механические характеристики костной ткани в области реологического деформирования и реальные силовые и кинематические граничные условия для постановки соответствующих краевых задач. Вышеизложенное и определяет актуальность тематики настоящего диссертационного исследования.

Целью диссертационной работы является разработка метода математического моделирования нелинейного реологического деформирования армированного биокompозитного материала — костной ткани в условиях кратковременного и длительного режимов нагружения и исследование влияния армирующих элементов на напряженно-деформированное состояние шейки бедра. Для достижения поставленных целей решались следующие задачи:

- разработка методов геометрического моделирования армирующих конструкций (имплантатов), бедренной кости и их комбинации с использованием современных компьютерных технологий и схем рационального армирования шейки бедра для максимального снижения концентрации напряжений в костной ткани;
- построение феноменологической модели реологического деформирования компактной костной ткани, разработка методики идентификации ее параметров и проверка адекватности модели;
- постановка новых краевых задач для расчета напряженно-деформированного состояния армированной бедренной кости и разработка численных методов их решения при линейной и нелинейной диаграммах деформирования в условиях кратковременного и длительного статического режимов нагружения; исследование устойчивости и сходимости численных методов;
- получение новых численных результатов моделирования реологического поведения армированной шейки бедра, оценка влияния типа имплантата

- на концентрацию напряжений в костной ткани, выработка рекомендаций по использованию типов имплантатов и рациональных схем армирования;
- проведение экспериментальных исследований для оценки влияния имплантатов и схем армирования на разрушение шейки бедра биоманекена для двух видов напряженного состояния: сжатие вдоль и поперек механической оси бедренной кости;
 - разработка в рамках программного комплекса новых модулей, расширяющих возможности вычислительного пакета ANSYS в области геометрического моделирования, численного решения задач реологического деформирования и обработки больших массивов данных — параметров напряженно-деформированного состояния.

Научная новизна диссертационной работы состоит в следующем:

- разработан метод математического моделирования реологического деформирования костной ткани для исследования влияния армирующих элементов на напряженно-деформированное состояние, позволяющий обоснованно выбрать рациональные схемы армирования с целью максимального снижения концентрации напряжений в шейке бедра;
- построена новая феноменологическая модель реологического деформирования компактной костной ткани на основе теории упрочнения и разработана методика идентификации ее параметров;
- разработаны и реализованы численные методы решения краевых задач оценки напряженно-деформированного состояния армированной бедренной кости в условиях нелинейного реологического деформирования и выполнено апостериорное исследование их устойчивости и сходимости;
- впервые проведены экспериментальные исследования для оценки влияния имплантатов и схем армирования на разрушение шейки бедра биомане-

кена при сжатии вдоль и поперек механической оси бедренной кости и установлено существенное увеличение прочности армированных образцов по отношению к неармированным;

- разработан комплекс программ, расширяющих возможности вычислительного пакета ANSYS в области геометрического моделирования, численного решения задач реологического деформирования и обработки больших массивов данных.

Практическая значимость работы в теоретическом плане заключается в разработке метода математического моделирования нелинейного реологического деформирования армированной костной ткани, численной реализации решения ряда новых краевых задач оценки влияния имплантатов и схем армирования на напряженно-деформированное состояние шейки бедра и создании комплекса программ, расширяющего возможности вычислительного пакета ANSYS. С прикладной точки зрения полученные теоретические и экспериментальные результаты рационального армирования шейки бедра, максимально снижающие концентрацию напряжений в костной ткани, могут служить дополнительными аргументами при сертификации методики превентивного армирования имплантатами бедренной кости в медицинской практике.

Положения, выносимые на защиту:

1. Метод математического моделирования реологического деформирования армированной костной ткани для исследования влияния армирующих элементов на напряженно-деформированное состояние в условиях кратковременного и длительного нагружения.
2. Феноменологическая модель реологического деформирования костной ткани на основе теории упрочнения.
3. Результаты численного решения новых краевых задач для оценки напряженно-деформированного состояния армированной бедренной кости

в условиях нелинейного реологического деформирования для широкого спектра имплантатов и схем армирования.

4. Результаты экспериментальных исследований для оценки влияния имплантатов и схем армирования на разрушение шейки бедра биоманекена при сжатии вдоль и поперек механической оси бедренной кости.
5. Комплекс программ, реализующий численные методики решения краевых задач и расширяющий возможности вычислительного пакета ANSYS в области геометрического моделирования, численного решения задач реологического деформирования костной ткани и обработки больших массивов данных о напряженно-деформированном состоянии.

Обоснованность выносимых на защиту научных положений, выводов и рекомендаций подтверждается корректностью использования математического аппарата, основных положений механики деформируемого твердого тела; апробируемостью используемых численных методов для решения задач определения полей напряжений и деформаций; использованием сертифицированной испытательной установки INSTRON 5982 для экспериментального исследования прочности бедренной кости; сопоставлением расчетных данных по модели ползучести костной ткани с экспериментальными данными.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка источников из 126 наименований. Работа содержит 164 страницы основного текста, 68 рисунков, 19 таблиц и 3 приложения.

Апробация работы. Результаты работы опубликованы в 42 печатных работах и были представлены на конференциях различного уровня: Международной молодежной научной конференции «Научному прогрессу творчество молодых» (г. Йошкар-Ола, 2011); XVIII Зимней школе по механике сплошных сред (г. Пермь, 2013); Восьмой Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые

задачи» (г. Самара, 2011); Девятой Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2013); Всероссийской научной конференции «Механика микронеоднородных материалов и разрушение» (г. Екатеринбург, 2012); Всероссийской научной конференции «Современные аспекты хирургического лечения повреждений заболеваний костей, суставов конечностей и таза» (г. Москва, 2012); на I научно-практической конференции «Актуальные вопросы ортопедии. Достижения. Перспективы» (г. Москва, 2012); III съезде травматологов-ортопедов Уральского федерального округа (научно-практическая конференция с международным участием «Чаклинские чтения») (г. Екатеринбург, 2012); на Всероссийской конференции «Актуальные проблемы травматологии и ортопедии: возможности, ошибки и осложнения» (г. Томск, 2012); на научной конференции «Новое в травматологии и ортопедии» (г. Самара, 2012); на научной конференции «Проблемы остеопороза в травматологии и ортопедии» (г. Москва, 2012); XV межрегиональной практической конференции ГОУ ДПО «Пензенский инст. усовершенств. врачей федерального агентства по здравоохранению и социальному развитию» (г. Пенза, 2011); Первом конгрессе стран Шанхайской организации сотрудничества «Травматология, ортопедия и восстановительная медицина третьего тысячелетия» (Маньчжурия, 2013); Научной конференции «Травматология, ортопедия Севера и Дальнего Востока: высокие технологии и инновации» (г. Якутск, 2012) VII Всероссийская конференция по механике деформируемого твердого тела (г. Ростов-на-Дону, 2013); VIII Всероссийской конференции по механике деформируемого твердого тела (г. Чебоксары, 2014). Работа докладывалась на научных семинарах «Механика и прикладная математика» Самарского государственного технического университета (рук. д.ф.-м.н., проф. В.П. Радченко, 2014–2016 г.г.).

Работа выполнялась в рамках тематического плана НИР СамГТУ (тема «Разработка методов математического моделирования динамики и деградации процессов в механике сплошных сред, технических, экономических,

биологических и социальных системах и методов решения неклассических краевых задач и их приложений»).

Внедрение. Результаты диссертационной работы использованы в учебном процессе кафедры «Прикладная математика и информатика» ФГБОУ ВО «СамГТУ» и включены в лекционный материал курсов «Численные методы решения краевых задач» и «Реологические модели» основной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». Результаты работы нашли свое отражение в четырех патентах на полезную модель и одном авторском свидетельстве о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 42 печатных работах [1, 30–47, 50–52, 55–67, 70, 72–74, 80–82], из них 6 статей в рецензируемых журналах из перечня ВАК (работы [51, 59, 81, 82] по направлению 05.13.00 — информатика, вычислительная техника и управление, работы [33, 34] по направлению 14.01.00 — клиническая медицина), 4 патента и 1 авторское свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ [1, 70, 72–74], 5 статей [45, 46, 50, 61, 65] в других изданиях, остальные в материалах конференций.

Личный вклад автора. Работы [1, 19, 55–60] выполнены самостоятельно. В основных работах в соавторстве [33, 34, 45, 46, 50, 51, 61, 65, 70, 72–74, 81, 82] диссертанту принадлежит совместная постановка задач и проведение экспериментальных исследований, проведение расчетов, разработка программных продуктов, анализ и систематизация результатов расчетов. В остальных работах, опубликованных в соавторстве, автору в равной степени принадлежат как постановка задач, так и результаты выполненных экспериментальных и теоретических исследований.

Благодарности. Автор выражает благодарность научному руководителю профессору, доктору физико-математических наук Радченко В.П. за постановки задач и постоянное внимание к работе. Автор также выражает благодар-

ность коллегам по исследованию: врачу-травматологу, к.м.н. Матвееву А.Л. и доценту, к.м.н. Миасову Т.Б. за консультации и поддержку работы со стороны медицины.

Глава 1

Аналитический обзор и постановка задачи

Постоянно расширяющаяся номенклатура новых природных и конструкционных материалов, попадающих в сферу научных исследований, постоянно ставит перед исследователями новые задачи в области построения математических моделей реологического деформирования и разрушения материалов и элементов конструкций из них. Важное место в этом перечне занимают созданные конструкционные композитные материалы и природные биокompозитные материалы, являющиеся объектом исследований настоящей диссертационной работы. Исследованию механического поведения композитных материалов и конструкций из них посвящено необозримое число научных работ. Обобщающие результаты приведены, например, в монографиях [8, 10, 11, 13, 78, 91, 92, 119] и многих других. Математические модели процессов деформирования композитов как трехмерных неоднородных структур в поле внешних нагрузок с построением тензоров деформации и напряжений и в матрице, и в армирующих элементах рассматривались в работах Белова П.А., Болотина В.В., Васильева В.В., Вильдемана В.Э., Глущенкова В.С., Гордеева А.В., Димитренко Ю.И., Дудченко А.А., Зайцева А.В., Кравченко О.А., Кучера Н.К., Луата Д.Ч., Лурье С.А., Новичкова Ю.Н., Победри Б.Е., Самарина Ю.П., Сараева Л.А., Соколкина Ю.В., Тарнопольского Ю.М., Ташкинова А.А., Abrate S., Camanho P.P., Dharani L.R., Fish J., Jones W.F., Ghosh S., Goree J.G., Lee K., Matthews F.L, Moorthy S., Shek K. [6, 8, 10–13, 23, 24, 29, 78, 90–92, 97, 102–105, 114, 119] и многих других авторов. Детальное исследование напряженно-деформированного состояния в волокнистых и тканых композитах, включая математическое моделирование влияния технологических дефектов на механическое поведение тканых композитов, выполнено в работах [9, 16, 17, 111, 115, 117, 125]. Однако исследованию механического

поведения природных биокompозитных материалов, в частности костной ткани, уделяется недостаточное внимание, особенно в области реологического деформирования этого материала при наличии армирующих элементов. Это связано с неизученностью механических характеристик фазового состава этого сложного многоступенчатого природного композита на каждом уровне детализации микроструктуры, да и на микроуровне механики сплошных сред при использовании эффективных (осредненных) параметров для описания неупругого деформирования в поле внешних сил.

Работ, посвященных определению механических характеристик костной ткани, крайне мало, при этом численные значения параметров в разных работах могут существенно различаться. Упругие характеристики и диаграммы деформирования приведены в работах Х. Винца [15], Р.Ш. Лайуни [25], М.А. Добелиса [18], Г.И. Рогожникова, С.Г. Конохова, Ю.И. Няшина [88], D.T. Reilly, A.H. Burstein [120], N.L. Svensson, S. Valliappan, R.D. Wood [121] и некоторых других. Исследования ползучести костной ткани ограничены работами И.В. Кнетса, Ю.К. Вилкса [22], А.Э. Мелниса, И.В. Кнетса и П.А. Моорлата [48], А.Э. Мелниса, Я.Б. Лайзана [49]. Ограниченное число работ по экспериментальному определению реологических характеристик создает дополнительные трудности для моделирования механического поведения костной ткани.

Одной из внешних причин необходимости изучения композитных материалов вообще и биокompозитных в частности является их широкое распространение в промышленности и в «живой» природе, при этом одним из наиболее важных материалов, по мнению автора, является такой биокompозитный материал, как костная ткань. Имеются и чисто внутренние побудительные причины частного характера исследования такого рода материалов и «конструкций» из них, связанные с разработкой новых математических моделей, алгоритмического и программного обеспечения для оценки их реологического деформирования и разрушения с учетом армирования костной ткани металлическими имплантатами для увеличения несущей способности

материала. В связи с этим в данной главе проанализированы медицинские и социально-экономические (внешние) аспекты данной проблемы, а также проблемы разработки математических моделей и их численной реализации, построения модели неупругого реологического деформирования и определения механических параметров костной ткани, определения характера и интенсивности внешних нагрузок на «конструкции» (шейка бедра) из костной ткани, задания силовых и кинематических граничных условий соответствующих краевых задач, разработки не имеющего аналогов программного обеспечения для реализации вышеупомянутых задач.

1.1. Медицинские и социально-экономические проблемы

Строение костной ткани крайне сложно, она обладает свойствами композитного материала — имеет несколько слоев с чёткой границей раздела (компактное и губчатое вещество). Но ее основная особенность заключается в возможности «жить», т.е. изменять свою геометрию и содержимое в зависимости от внешних нагрузок при помощи создания и разрушения остеонов (структурных единиц костной ткани). Часть проблем, связанных с костной тканью, решена тем или иным путем, а часть — нет и требует всестороннего изучения.

Так, например, переломы, возникающие на фоне остеопороза (снижение плотности кости, нарушение ее микроархитектуры и усиление хрупкости), представляют собой глобальную медико-социальную проблему [68]. Как показали исследования, при остеопорозе возникают переломы различной локализации, и прежде всего в шейке бедра, что привело к признанию этого заболевания одной из важнейших проблем здравоохранения [27, 89]. Из различных литературных источников известно, что в мире каждый год у людей старших возрастных групп возникает 1.5 миллиона переломов [26, 118]. Из них 19% приходится на долю переломов шейки бедра. Причем

каждый год количество людей, подверженных перелому, увеличивается. Международный фонд остеопороза (International Osteoporosis Foundation) прогнозирует увеличение к 2050 году числа переломов шейки бедра на 300%. В России данную травму получают более 0.1% от всего населения, т.е. более 140 тысяч человек.

К сожалению, такой вид перелома является еще и наиболее опасным. Он имеет крайне тяжелые медико-социальные последствия [27, 77]. Лишь 15% пациентов смогут вернуться к привычному образу жизни до перелома — восстановить способность к передвижению без дополнительной опоры. Причем оперативное вмешательство имеет высокую степень риска для пожилых людей. Такой небольшой процент успешных операций связан с тем, что существующие имплантаты для сращивания кости усиливают разрежение костной ткани вокруг себя. В связи с невозможностью восстановить целостность бедра летальность в первые два года после перелома шейки бедренной кости составляет более 30% (а в первые 6 месяцев умирает каждый четвертый). Не говоря уже о снижении качества жизни, ведь человек сильно ограничивается в движении и даже лишается возможности ходить. По данным Всемирной организации здравоохранения, именно переломы проксимального отдела бедренной кости ставят остеопороз на 4-е место среди всех причин инвалидности и смертности.

Такие тяжелые последствия перелома приводят к тому, что только страх упасть заставляет пожилых людей самоограничить свою физическую и социальную активность.

Еще одна экономическая причина, повышающая тяжесть перелома шейки бедра — это стоимость лечения. По данным различных авторов, 70% коечного фонда занимают больные с этим видом перелома, госпитализация длится в среднем 30 дней. В Европе стоимость лечения и реабилитации составляет около 35 тысяч долларов. В Самарской области только прямые расходы на хирургические операции составляет 10% от бюджета Самарской области на

медицину, а расходы на полную процедуру и лечение еще выше [26].

Использование консервативных методов лечения не позволяет адекватно бороться с проблемой перелома шейки бедра. Применение фармпрепаратов [89], обычно на основе кальция, позволяет в большинстве случаев только предотвратить дальнейшую потерю костной ткани и лишь незначительно увеличить ее массу. Хирургическое вмешательство с помощью имплантатов даёт возможность восстановить лишь 50% прочности кости от ее исходной прочности до перелома [54]. Однако в работе [75] была предложена методика превентивного армирования шейки бедренной кости, подверженной перелому, для людей пожилого возраста. Этот способ в совокупности с другими методами борьбы с переломами может оказаться перспективным. По данной методике было проведено 3 экспериментальные хирургические операции у реальных пациентов. Для получения разрешения на клиническое использование такой методики необходимо всестороннее изучение феномена превентивного армирования шейки бедра на основе методов математического моделирования реологического поведения шейки бедра с имплантатами разной геометрической структуры и при различных способах армирования.

Для изучения биокompозитного материала на примере бедренной кости применительно к перелому необходимо разобраться в природе происхождения перелома. В работах [26, 89, 118] выделены две основные составляющие перелома: падение и остеопороз.

К факторам падения можно отнести ослабленный организм (слабые мышцы, плохое зрение и др.), что не позволяет предупредить или смягчить падение, и состояние окружающей среды (отсутствие необходимых поручней, своевременной уборки местности и др.).

Остеопороз уменьшает прочность кости и является причиной, по которой травмы незначительной силы (например, падение человека с высоты собственного роста) вызывают перелом. Согласно различным исследованиям, из-за остеопороза наблюдается разрежение в костной структуре в верхней и

нижней части шейки бедра. Причем в основном микропереломы располагаются в этих ослабленных областях.

Согласно работе [118], можно довольно точно определить, есть ли риск перелома. У больных наблюдается уменьшение минеральной плотности костной ткани (МПКТ) на 20%. Применение фармпрепаратов позволяет лишь незначительно снизить влияние остеопороза — в лучшем случае остановить уменьшение МПКТ, но этого недостаточно. Поэтому в данной работе в качестве прикладного аспекта предлагается перенести акцент на предупреждение перелома и выполнить обоснование этого подхода с точки зрения математического моделирования. Применение методики предварительного армирования, возможно, позволит улучшить ситуацию.

Для разработки математической модели армированной шейки бедра необходимо определить:

- геометрию бедренной кости и ее внутреннее строение;
- механические и реологические характеристики костной ткани;
- кинематические и силовые граничные условия соответствующей краевой задачи.

Кроме этого, следует разработать методику армирования, включающую выбор имплантата, его оптимальное расположение, и решить задачу имплантирования геометрической модели имплантата в геометрическую модель бедра.

1.2. Исследование геометрии бедренной кости и ее внутреннего строения

Кость — твердая (несущая) составная часть эндоскелета живого организма [2]. В состав костной ткани входят органические и неорганические

вещества. Чем старше кость, тем больше неорганических веществ. При старении костной ткани наряду с твёрдостью появляется хрупкость.

Упрощенное строение бедренной кости, достаточное для данного исследования, представлено на рис. 1.1.

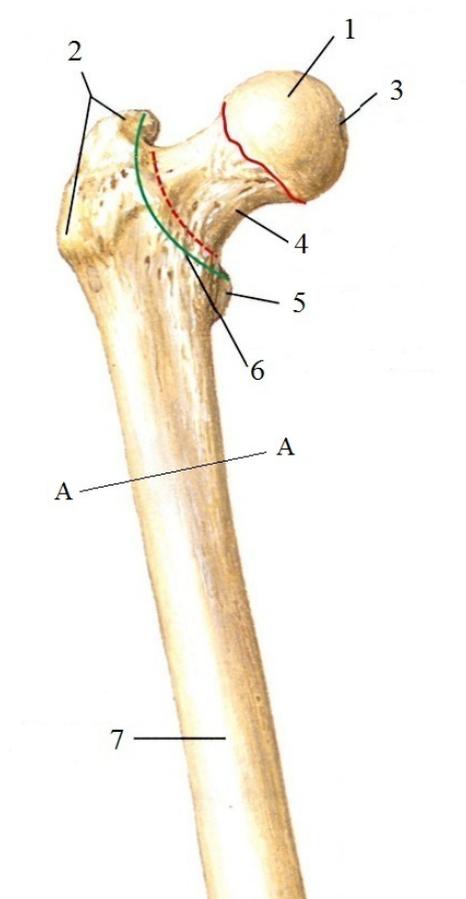


Рис. 1.1. Основные отделы бедренной кости: 1 — головка; 2 — большой вертел; 3 — вертельная ямка; 4 — шейка; 5 — малый вертел; 6 — проксимальный отдел (все, что выше сечения А–А); 7 — тело.

Сложное геометрическое строение бедренной кости требует довольно точных измерений для построения компьютерной модели. В работах [107–109] исследуются различные имплантаты, которые предназначены для полного замещения части кости. В частности, в этих исследованиях проведено лазерное сканирование поверхности бедренной кости человека, которая достаточно точно повторяет геометрию реального бедра, при этом геометрия кости доступна в электронном виде [100]. На рис. 1.2 представлена модель поверхности

кости, полученная при помощи лазерного сканирования, которая состоит из множества треугольников, другими словами, выполнена триангуляция поверхности бедренной кости.



Рис. 1.2. Геометрическая модель бедренной кости, полученная при помощи лазерного сканирования.

В работах [101, 110, 116] при построении конечно-элементной модели кости экспериментально было показано, что для моделирования напряженно-деформированного состояния шейки бедра достаточно использовать в расчетах верхние $2/3$ части бедренной кости. Такой факт существенно упрощает геометрическую сложность бедренной кости и, соответственно, экономит процессорное время численного эксперимента.

На рис. 1.3 видно, что внутреннее строение кости довольно сложное [5, 53]. Она содержит хрящевые и кортикальные пластины, кровеносные сосуды, костный мозг и др. В связи с этим кость необходимо идеализировать для упрощения результирующей расчетной модели. Поэтому в костях чаще всего различают компактное (плотное) и губчатое (мягкое) костное вещество. Компактная ткань отличается однородностью, твердостью и является

наружным слоем кости. В костях она может встречаться в виде тонкой пленки, а может быть и сильно утолщенной. Губчатое вещество состоит из соединенных между собой пластинок, пересекающихся в различных направлениях. Такое соединение образует систему полостей и отверстий, которые заполнены другими костными веществами. В частности, в середине длинных костей образуется большая полость, заполненная костным мозгом. В процессе старения организма в костях происходит увеличение доли минеральных веществ, из-за чего кости становятся более хрупкими.

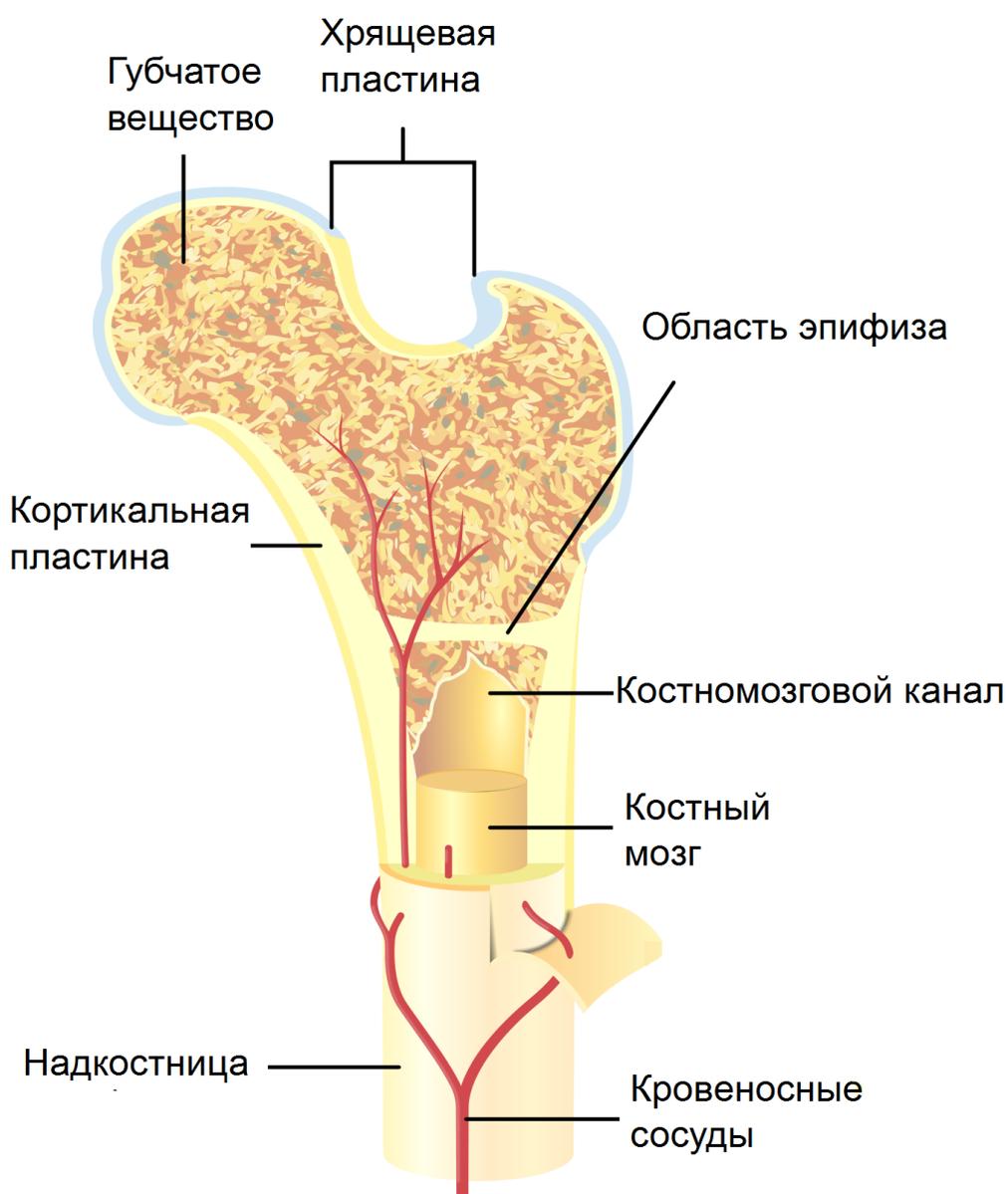


Рис. 1.3. Принципиальная схема строения трубчатой кости.

В силу сложной геометрии бедренной кости и шейки бедра математическое моделирование костной ткани осуществимо только на основе численных подходов, например, на основе метода конечных элементов (МКЭ). Поэтому кроме геометрии и внутреннего строения для численных экспериментов важен вопрос о выборе размера конечного элемента [5, 53, 94], чтобы не потерялись основные особенности строения костной ткани. Если в металлических материалах конечный элемент можно уменьшать до размеров кристаллической решетки, размеры которой очень малы (причем чем точнее конечно-элементная сетка задает объем элемента конструкции, тем в общем случае более точное решение мы получаем с точки зрения математики), то кость не имеет кристаллической решетки. Таким образом, необходимо выяснить размеры структурного элемента костной ткани, что будет являться обоснованием выбора размеров конечного элемента.

Фибриллярный белок коллаген является одним из двух основных компонент костной ткани. Длина макромолекул белка составляет 3000 А. Молекулы спирально перекручены между собой, в результате чего образуют длинные волокна диаметром 35 А. Эти волокна называются микрофибриллы. Они расположены в длину со смещением 640 А (как кирпичи при кладке) для увеличения прочности волокон. Вторым основным компонентом является минеральное вещество гидроксиапатита. Кристаллы этого вещества расположены в промежутках между молекулами белка. Длина кристалла составляет 400 А, диаметр — 10–50 А.

Следующий уровень строения костной ткани — это фибриллы. Они представляют собой несколько микрофибрилл, в результате чего их диаметр доходит до 1000–2000 А. Каждая фибрилла также окружена кристаллами гидроксиапатита.

Соединение кристаллов с микрофибриллами и фибриллами очень прочное, т.к. представляет собой водородные и ионные связи. Сами фибриллы надежно соединены между собой костным связующим веществом.

Фибриллы с кристаллами — первый структурный уровень костной ткани. На этом уровне можно увидеть «основную идею» строения кости — это биокompозит. Как известно, в таких материалах всегда есть матрица-основа и армирующие элементы. Кристаллы выполняют армирующую роль, а эластичные фибриллы — роль матрицы. Однако фибриллы и кристаллы не являются несущей конструкцией, хотя и представляют собой ее стержень.

Фибриллы соединяются в пластинки или цилиндрические оболочки. Такие соединения называются ламеллами. Толщина цилиндрической оболочки составляет 5–7 мкм, фибриллы в такой конструкции соединены спирально и похожи на цилиндрическую пружинку. По сути, ламмела — это уже не композит, а изделие из композита (из фибрилл и кристаллов).

Следующей высшей структурной единицей костной ткани является остеон. Остеон состоит из 5–20 цилиндрических ламелл, расположенных концентрически. Остеоны склеены между собой при помощи вещества мукополисахаридами, а также крепко соединены волоконцами. Очевидно, что остеон является армирующим элементом. Матрицей для такого элемента являются молодые и старые остеоны. Несформированные или уже разрушенные остеоны представляют собой кусочки крепко связанных ламелл, однако они конструктивно незавершенные, поэтому образуют однородную по механическим свойствам массу. Такая масса заполняет место между армирующими элементами.

В бедренной кости человека остеоны плотно расположены по поперечному сечению кости. Причем в бедренной кости взрослого человека средний диаметр остеонов составляет 0.22 мм, а среднее расстояние между их центрами 0.3 мм [94]. Приблизительно можно представить расположение остеонов в виде правильного шестиугольника: вокруг каждого остеоона в поперечном сечении кости находятся еще шесть, причем центры их являются вершинами правильного шестиугольника (см. рис. 1.4).

Из вышеизложенного следует, что костная ткань является сложным

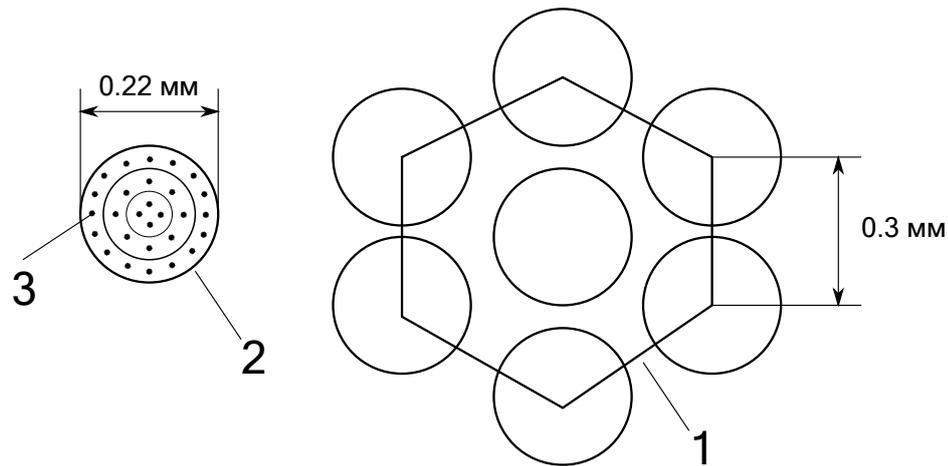


Рис. 1.4. Строение трубчатой кости: 1 — расположение остеонов в поперечном сечении кости; 2 — остеон, состоящий из ламелл (концентрических окружностей) с разными направлениями навивки; 3 — фибрилла, составленная из микрофибрилл.

многоступенчатым биокompозитным материалом. Но рассматривать его с позиции теории композитных материалов в данной работе не представляется возможным, поскольку в научной литературе вообще не имеется данных о механических характеристиках «фаз» этого природного композита на микроуровне с линейными размерами в сотни А или десятки мкм, а имеются лишь единичные данные на уровне макромеханики (эффективные осредненные характеристики), о которых речь пойдет в следующем пункте.

Таким образом, выполненный анализ позволяет установить лишь минимальный линейный размер $D = 0.3$ мм (расстояние между центрами остеонов), чтобы оставаться в рамках модели макромеханики сплошных сред. Поэтому в настоящей диссертации эта величина D используется как минимально допустимый линейный размер объемного конечного элемента при численном решении краевых задач для оценки напряженно-деформированного состояния в костной ткани, поскольку остеон является минимальной объемной единицей биокompозитного материала на уровне макромеханики сплошных сред.

1.3. Определение механических характеристик костной ткани

Рассмотрим теперь проблему определения механических характеристик костной ткани в упругой, «упругопластической» (нелинейной) областях при кратковременных («мгновенных») нагрузках и в области ползучести этого материала при длительных во времени силовых нагрузках.

Сложное строение костной ткани, недостаточность экспериментального материала (в основном используют трупные кости, механические характеристики которой могут отличаться от живой костной ткани), изменение характеристик с возрастом кости крайне усложняет процесс определения ее механических и реологических характеристик. Тем не менее в ряде работ были выработаны эффективные экспериментальные методы определения реологических свойств костной ткани на уровне макромеханики сплошных сред.

Рейли и Бурштейн [120] исследовали компактную костную ткань различных человеческих трубчатых костей для различных возрастных групп. В этой работе исследовались упругие механические характеристики и величины разрушающих напряжений костной ткани в различных направлениях. Одним из результатов исследования был тот факт, что костная ткань является поперечно-изотропным материалом. Характеристики для бедренной кости, усредненные для выборки людей в возрасте 19–80 лет, представлены в табл. 1.1. Однако, ссылаясь на отсутствие достаточного количества экспериментального материала, в исследовании [120] говорится о возможной ошибке в 5–30% для разных механических величин. Кроме того, видно, что растяжение в 1.5 раза опаснее, чем сжатие (т.е. разрушение при растяжении наступает при величинах интенсивности напряжений, в 1.5 раза меньших, чем при величинах интенсивности напряжений при сжатии). Последнее утверждение также подтверждается в работе [25].

Значение $v_{II} = 0.58$ больше допустимого теоретического максимума. Такое

Таблица 1.1. Механические характеристики по Рейли и Бурштейну [120]: E — модуль упругости в направлении, параллельном оси бедра; E_{Π} — модуль упругости в поперечной плоскости; G — модуль сдвига; ν , ν_{Π} — коэффициенты Пуассона в продольном и поперечном направлениях соответственно; $\sigma_{\text{инт, р}}$, $\sigma_{\text{инт, с}}$, $\sigma_{\text{инт, р, п}}$, $\sigma_{\text{инт, с, п}}$ — интенсивности напряжений растяжения/сжатия в продольных и поперечных направлениях, соответствующих разрушению кости соответственно; $\tau_{\text{инт, р}}$ — максимальная величина касательного напряжения при кручении в поперечной плоскости в момент разрушения.

| Параметр | Значение | Параметр | Значение, Па |
|-------------|--------------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| E | $17.0 \times 10^9 \pm 20\%$ Па | $\sigma_{\text{инт, р}}$ | $133 \times 10^6 \pm 10\%$ |
| E_{Π} | $11.5 \times 10^9 \pm 20\%$ Па | $\sigma_{\text{инт, с}}$ | $199 \times 10^6 \pm 10\%$ |
| G | $3.28 \times 10^9 \pm 10\%$ Па | $\sigma_{\text{инт, р, п}}$ | $51 \times 10^6 \pm 10\%$ |
| ν | $0.46 \pm 30\%$ | $\sigma_{\text{инт, с, п}}$ | $133 \times 10^6 \pm 10\%$ |
| ν_{Π} | $0.58 \pm 30\%$ | $\tau_{\text{инт, р}}$ | $133 \times 10^6 \pm 5\%$ |

значение получено в натурном эксперименте и имеет погрешность около 30%. Поэтому в исследованиях настоящей диссертации было использовано значение менее 0.5 (величину значения см. раздел 2.2).

Свенсон с соавторами [121] исследовали трупное бедро кости через 6 месяцев после смерти человека в возрасте 78 лет. Они считали костную ткань изотропным материалом, однако различали компактную и губчатую ткань. В исследовании этими авторами получены механические характеристики, представленные в табл. 1.2.

Сравнивая значения таблиц 1.1 и 1.2, можно увидеть хорошую корреляцию в значениях модулей E (табл. 1.1) и $E_{\text{к}}$ (табл. 1.2), однако коэффициенты Пуассона различаются существенно. Анализ данных других работ [14, 88, 122, 123] позволяет также установить неплохую коррелированность по значениям модуля Юнга и разрушающих напряжений, хотя во всех отмеченных работах указывается на недостаточную изученность механических характеристик костной ткани и ее свойств с точки зрения механики сплошных сред, что подтверждается и работами [112, 113, 121, 124], в которых присутствуют

Таблица 1.2. Механические характеристики по Свенсону и др. [121]: E_k , ν_k — модуль упругости и коэффициент Пуассона материала кортикальной костной ткани соответственно; E_T , ν_T — модуль упругости и коэффициент Пуассона материала губчатой костной ткани соответственно.

| Параметр | Значение |
|----------|------------------------|
| E_k | 17.26×10^9 Па |
| ν_k | 0.29 |
| E_T | 3.246×10^8 Па |
| ν_T | 0.29 |

совершенно противоположные мнения по поводу учета анизотропии свойств в продольном и поперечном направлениях бедренной кости.

Во всех вышеперечисленных работах авторы фактически использовали линейную теорию упругости. Однако, по всей видимости, описать процессы разрушения костной ткани, оставаясь в рамках линейной теории упругости, невозможно. Использование нелинейной модели поведения этого материала при кратковременных («мгновенных») нагрузках в расчетах является редкостью, исключением является работа Х. Винца [15], в которой он изучил зависимость напряжения от деформации для величин нагрузок, при которых диаграмма «напряжение — деформация» имеет ярко выраженный нелинейный характер. На рис. 1.5 приведены соответствующие диаграммы для костной ткани для различных возрастных групп. Однако стоит отметить, что зависимости на рис. 1.5 даны только для компактной костной ткани, что довольно справедливо, поскольку губчатое вещество считается очень эластичным и способным растягиваться намного больше, нежели компактное вещество.

Нелинейно-упругое поведение кости подтверждается и другими авторами [18, 48]. Более того, как было изложено выше, кость обладает способностью перестраиваться со временем в зависимости от нагрузок, поэтому у этого материала должны наблюдаться эффекты ползучести и релаксаций напря-

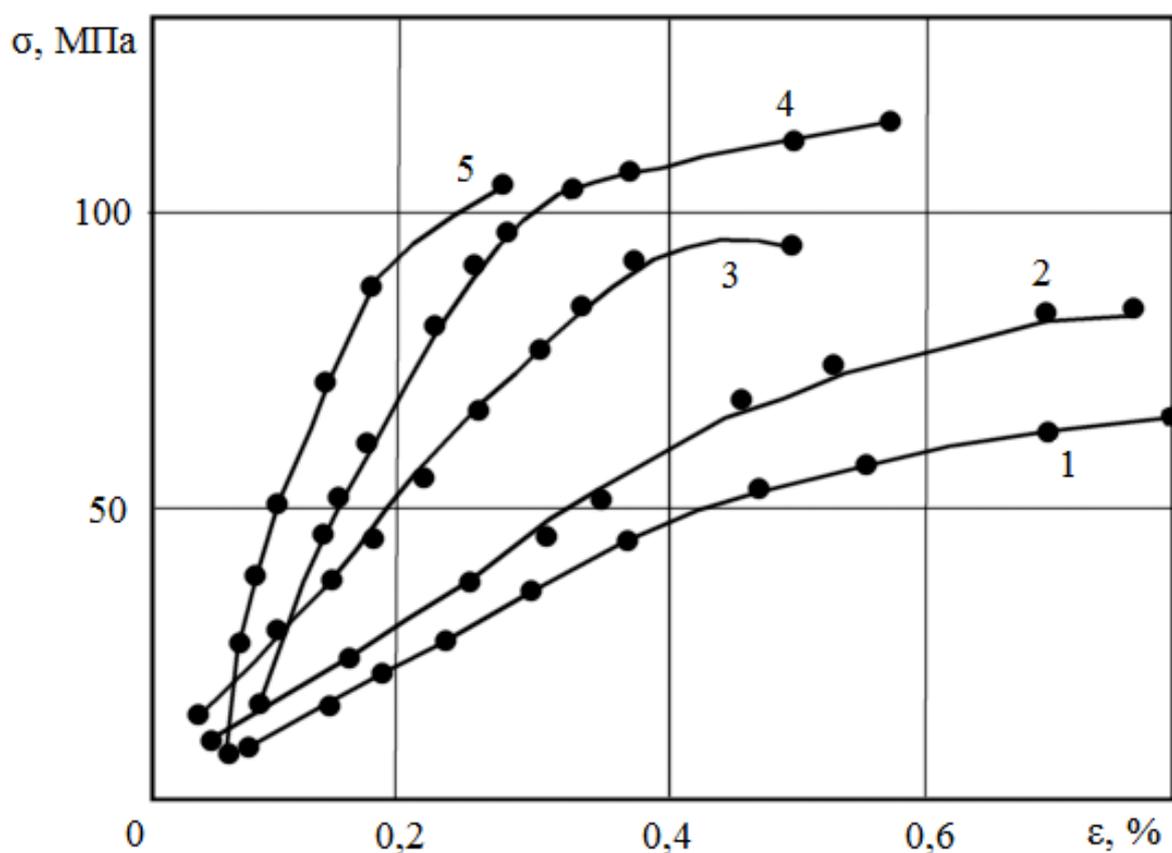
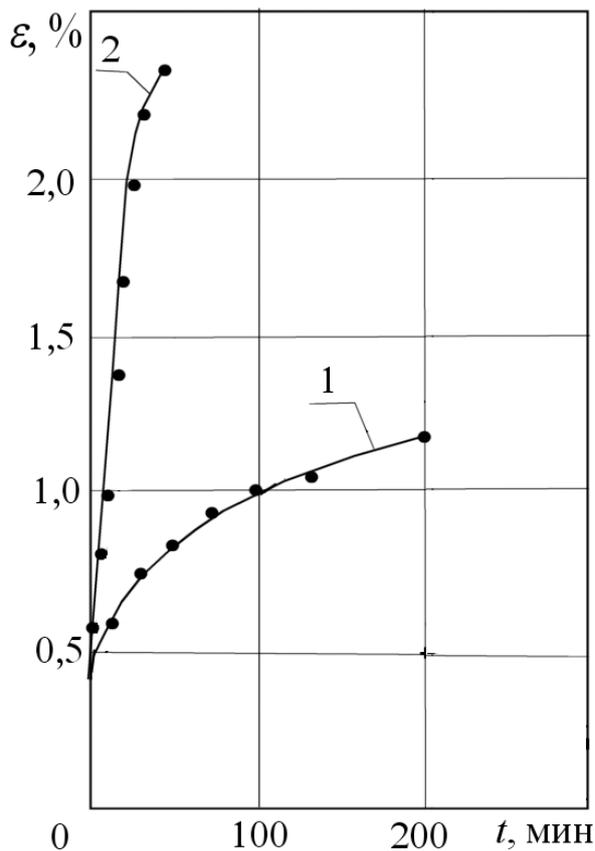


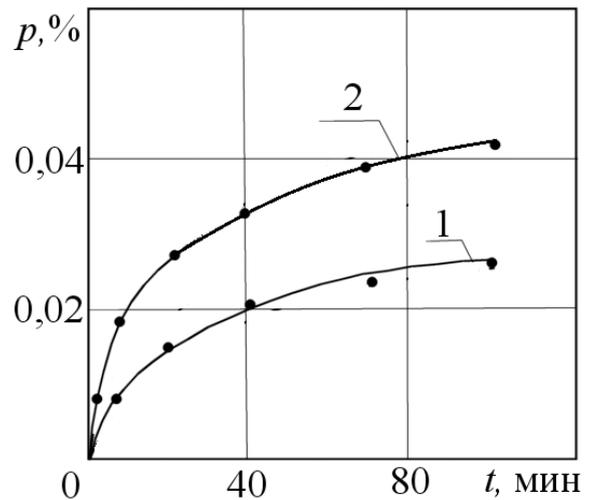
Рис. 1.5. Диаграмма мгновенного деформирования компактной костной ткани человека в зависимости от возраста: 1 — 0.05; 2 — 0.34; 3 — 1.9; 4 — 30; 5 — 80 лет.

жений при длительных статических нагрузках. Данный эффект наблюдался экспериментально в ряде работ. Так, в работах [22, 48, 49, 95] исследовался процесс ползучести костной ткани при различных нагрузках. Соответствующие экспериментальные данные по ползучести, полученные в работах [22, 49], приведены на рис. 1.6.

Согласно данным работ [22, 49], напряжение $\sigma_0 = 74.56$ МПа составляет 0.6 от величины напряжения разрушения σ_* при «мгновенном» нагружении, а $\sigma_0 = 90.41$ МПа — $0.7\sigma_*$. Величины же напряжений $\sigma_0 = 35.71$ МПа и $\sigma_0 = 53.56$ МПа составляют $0.28\sigma_*$ и $0.42\sigma_*$. При этом последняя точка на кривой 2 (рис. 1.6, а) соответствует моменту разрушения образца из костной ткани при длительном воздействии нагрузки. Поскольку напряжения на рис. 1.6, а не могут наблюдаться в обычной повседневной ситуации, в дальнейшем в данной диссертационной работе для построения модели ползучести использовались



а



б

Рис. 1.6. Экспериментальные кривые деформации ползучести компактной костной ткани при различных напряжениях. На рис. а: 1 — $\sigma_0 = 74.56$ МПа; 2 — $\sigma_0 = 90.41$ МПа; на рис. б: 1 — $\sigma_0 = 35.71$ МПа; 2 — $\sigma_0 = 53.56$ МПа.

экспериментальные данные на рис. 1.6, б. Других экспериментальных данных ползучести костной ткани в научной литературе не имеется.

Теоретический учет нелинейной упругой деформации приводит к неклассическим эффектам для деформации ползучести костной ткани: упругая деформация при нагрузке (e^H) и величина упругой деформации при разгрузке (e^p) после ползучести различаются, причем в зависимости от показателя нелинейности наблюдается как выполнение неравенства $e^H > e^p$, так и $e^H < e^p$ [83]. Описать этот эффект в рамках классических теорий ползучести, разработанных для «стандартных» материалов (металлы, полимеры и т.д.), невозможно. Поэтому в работах [83–87] для описания этого эффекта предложена обобщенная нелинейная модель Максвелла с нелинейными упругими и нелинейно вязкими элементами. В рамках этой модели указанные эффекты

влияния деформации ползучести на мгновенно-упругую деформацию получили теоретическое обоснование, при этом результаты моделирования хорошо коррелированы с экспериментальными данными. Однако учет нелинейности упругой деформации приводит к существенному усложнению математической модели и численных алгоритмов. Поскольку описанные эффекты для костной ткани являются «эффектами второго порядка», в данной работе слабая нелинейность упругой деформации не учитывалась и исследования выполнены в рамках линейной теории упругости.

1.4. Кинематические и силовые граничные условия

Выполним теперь анализ работ, посвященных выбору кинематических и силовых граничных условий при постановке краевых задач в экстремальных условиях нагружения (падение человека и др.)

В работе [118] описан эксперимент, позволяющий определить величины нагрузок, действующих на тело. В эксперименте участвовало 14 испытуемых (мужчины и женщины) в возрасте до 35 лет весом от 49 до 92 кг. В процессе эксперимента человек находился в положении лежа на боку на платформе (см. рис. 1.7). Человека с платформой приподнимали, а затем отпускали.

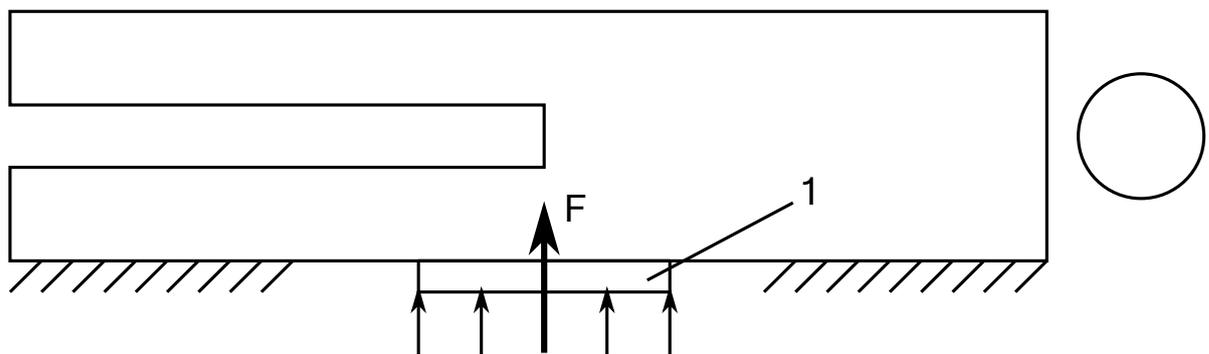


Рис. 1.7. Аппарат для проведения экспериментов в условиях «овождения таза»: F — результирующая сила распределенной нагрузки, действующей на платформу 1 для высокоточного измерения нагрузок.

Скорость падения испытуемого задавали из расчета скорости падения тела с высоты 0.55 от величины роста (что соответствует центру тяжести в положении стоя). Для определения типичной нагрузки, действующей на проксимальный отдел бедра, при падении ввели понятие «эффективной массы», давящей в момент падения на проксимальную область. «Эффективная масса» учитывает мягкие ткани в области бедра и зависит от того, напряжены ли мышцы или нет. В среднем она составляет 55% от веса человека.

В результате эксперимента было установлено, что при падении сила удара соответствовала 6100 Н при расслабленных мышцах и 12000 Н при напряженных мышцах у мужчин. У женщин цифры равны 5050 Н и 6370 Н соответственно.

В различных исследованиях используется один и тот же принцип закрепления исследуемой кости. Поэтому кинематические и силовые краевые условия можно задать таким образом, как представлено на рис. 1.8. Стоит

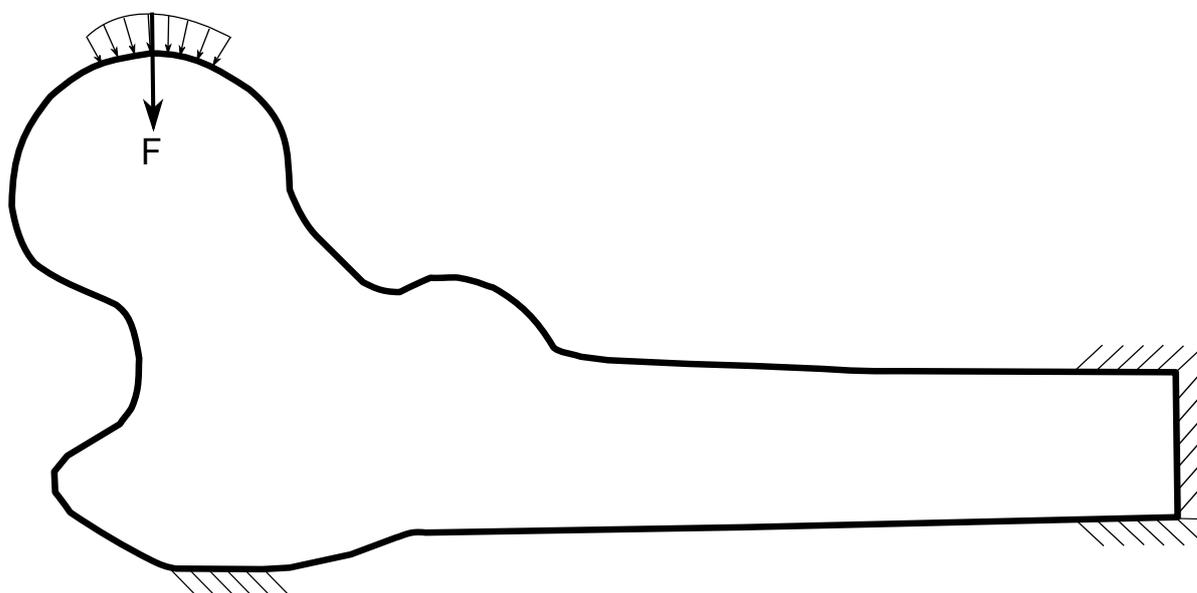


Рис. 1.8. Кинематические и силовые краевые условия при падении человека: F — результирующая сила распределенной нагрузки, действующей на головку бедренной кости.

отметить, что с точки зрения механики деформируемого твердого тела нет принципиальной разницы между приложением нагрузки к головке бедренной

кости и закреплением большого вертела и зеркальной картиной, когда нагрузка приложена к большому вертелу, а головка закреплена.

В работе [54] проведен ряд экспериментальных испытаний на трубчатых костях. Одним из результатов является то, что трупная кость выдерживает среднюю нагрузку $F = 7800$ Н. Примерно такое же значение было получено в [14].

В исследовании [118] говорится о том, что у пожилых людей сила удара превосходит среднюю величину нагрузки, приводящей к перелому, на 35%. Однако в этом исследовании не учитывался факт смягчения удара мягкими тканями и поглощение части нагрузки при помощи группировки (например, попыткой остановить падение с помощью рук), что может сильно снизить силу удара. Тем не менее способность армированной кости противостоять бóльшим на 35% нагрузкам может быть использована как примерная цель, которой необходимо достичь при помощи предварительного упрочнения кости имплантатами.

Как отмечалось выше, основная задача превентивного армирования — увеличение прочности кости до уровня, при котором она сможет выдержать нагрузки без разрушения при падении. В связи с этим имплантат будет находиться в костной ткани человека длительное время. Поэтому длительные испытания также актуальны для настоящего исследования. Краевые условия для длительных испытаний отличаются от условий при ударных нагрузках. Основная нагрузка, приходящаяся на кость в течение жизни человека, особенно пожилого возраста, — это нагрузки при хождении.

В работе [14] изучалось напряженно-деформированное состояние в теле бедренной кости при стоянии на одной или обеих ногах в условиях кратковременных нагрузок. На рис. 1.9 продемонстрированы краевые условия, возникающие в таких случаях.

Логичным кажется следующее заключение: нагрузка при стоянии на одной ноге должна соответствовать нагрузкам при ходьбе, т.к. в процессе

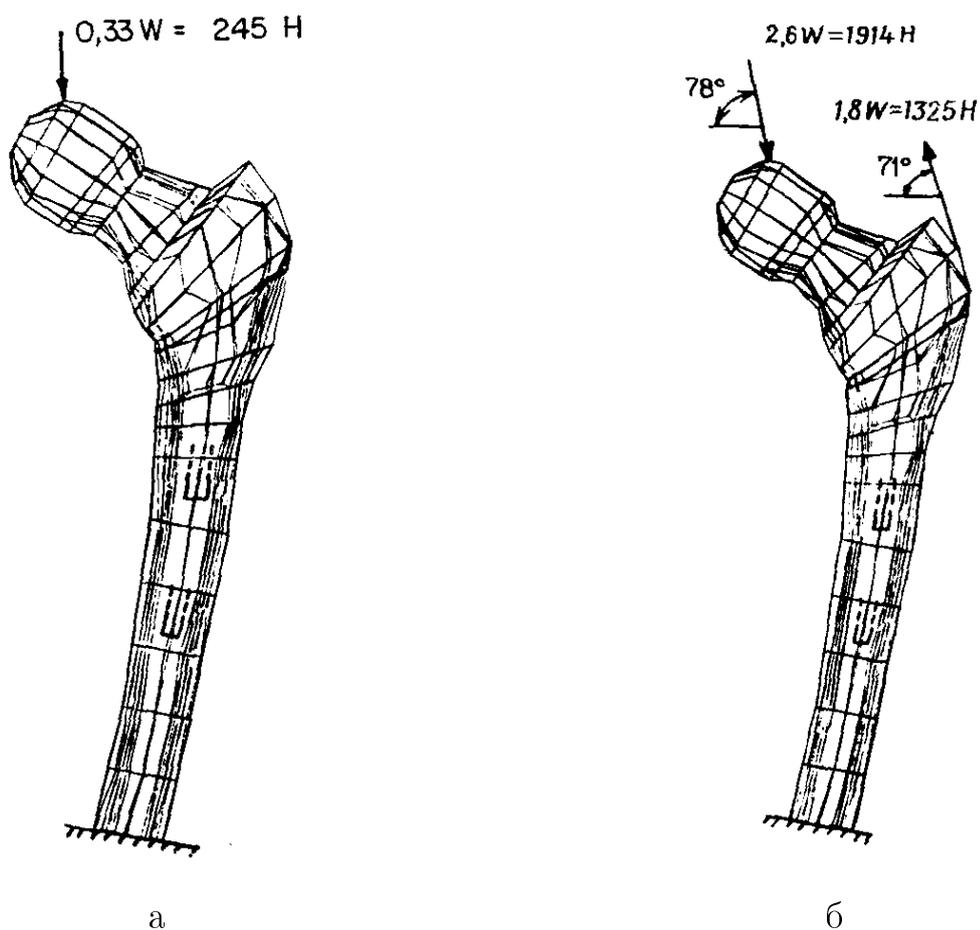


Рис. 1.9. Краевые условия при стоянии: а — на обеих ногах; б — на одной ноге; W — вес тела человека.

перемещения пешком человек поочередно переносит массу тела то на одну ногу, то на другую. Более того, в работе [121] утверждается, что в процессе ходьбы напряжения меньше напряжений при стоянии на одной ноге. Таким образом, краевые условия из рис. 1.9, б можно использовать для моделирования длительных нагрузок ежедневного образа жизни человека. Кроме этого, отметим, что принципиально и качественно краевые условия в исследованиях [14, 121] совпадают, хотя и присутствуют небольшие различия в численных значениях нагрузок.

Касаясь вопроса о расчете времени длительности нагрузки на человеческую бедренную кость при ходьбе, обратимся к работе [95], в которой время длительного эксперимента составило 4 ч в течение суток. Это время интегрально соответствует 8 – часовой ходьбе с попеременным переставлением

ног и последующим 16 – часовым отдыхом.

Таким образом, изучение и математическое моделирование реологического деформирования костной ткани — это действительно острая проблема, требующая комплексного подхода как со стороны медицины, так и со стороны математиков, механиков и специалистов в области информационных технологий. В результате выполненного анализа литературы по данной теме можно составить следующий набор фактов:

- показано, что костная ткань — это сложный многоморфный многофазный композитный материал;
- тематика диссертационного исследования слабо разработана в экспериментальном и теоретическом плане; в частности, в единичных работах приведены механические характеристики костной ткани как в упругой области, так и в области реологического деформирования и разрушения этого материала;
- выполненный обзор работ позволяет вполне адекватно сформулировать силовые и кинематические граничные условия для решения задачи моделирования реологического деформирования шейки бедра при «мгновенно» приложенных нагрузках и при действии длительных нагрузок;
- анализ строения костной ткани позволяет определить предельную величину линейного размера конечного элемента при дискретизации объема шейки бедра, которая составляет величину $0.2 \div 0.3$ мм; это позволяет остаться в рамках макромеханики сплошных сред;
- лечение и профилактика переломов бедренной кости (шейки бедра) — крайне актуальная медицинская задача с ярко выраженными социально-экономическими проблемами.

В заключение данной главы отметим, что в настоящее время отсутствуют работы по математическому моделированию напряженно-деформированного

состояния в армированной имплантатами костной ткани в процессе реологического деформирования для анализа снижения уровня концентрации напряжений в наиболее нагруженных областях шейки бедра.

Глава 2

Математическое моделирование деформирования армированной шейки бедра при кратковременных нагрузках

В настоящей главе данного исследования разработаны и исследованы две математические модели бедренной кости с армированной и неармированной шейкой бедра: однослойная изотропная математическая модель бедренной кости с нелинейной зависимостью «напряжение — деформация» и двухслойная изотропная математическая модель с линейной и нелинейной диаграммами деформирования.

2.1. Однослойная изотропная математическая модель деформирования бедренной кости с нелинейной зависимостью диаграммы «напряжение — деформация»

2.1.1. Механические характеристики и краевые условия

Поскольку наиболее «опасная группа», согласно признакам возможного перелома (подверженность остеопорозу, повышенная вероятность падения и т.п.), — это пожилые люди в возрасте 70–80 лет, то для исследования использовались механические характеристики костной ткани именно этого возраста (хотя, в принципе выполненное исследование можно использовать для любой возрастной группы с соответствующим изменением значений механических параметров). На рис. 1.5 диаграмма «мгновенного» деформирования для этого возраста маркирована цифрой 5. Она оцифрована при помощи программы

g3data (подробнее о программе см. раздел 4.1), затем построена аппроксимация этой зависимости, далее она экстраполирована в область деформации до 1% — график этой зависимости приведен на рис. 2.1. Вводится гипотеза изотропии механических свойств костной ткани, что предполагалось и в работе [15].

Поскольку для численного решения задачи деформирования бедренной кости в дальнейшем использовался модуль решения упругопластических задач пакета ANSYS, необходимо выделить линейную часть диаграммы деформирования. Из графика на рис. 2.1 следует, что нелинейная часть начинает наблюдаться при значениях деформации $\varepsilon \geq 0.186\%$. Значение $\varepsilon = 0.186\%$ соответствует напряжению $\sigma = 8.87 \times 10^7$ Па. С учетом закона Гука находим величину модуля Юнга по формуле

$$E = \sigma/\varepsilon = 4.775 \times 10^{10} \text{ Па.}$$

Для моделирования напряженно-деформированного состояния в шейке бедра приняты силовые и кинематические граничные условия, приведенные на рис. 2.2. Они соответствуют рекомендациям исследований, которые описаны в главе 1. Величина F на рис. 2.2 — это равнодействующая всех распределенных сил по поверхности. Для реализации решения задачи оценки напряженно-деформированного состояния в пакете ANSYS вычислялась распределенная нагрузка от силы F как отношение ее величины к площади, на которую воздействует распределенная нагрузка. В расчетах, согласно рекомендациям [14, 54, 118], полагалось $F = 8000$ Н.

2.1.2. Геометрическое моделирование бедренной кости и шейки бедра

Для решения задачи кроме механических характеристик необходимо построить геометрию бедренной кости, как можно более точно соответствующей реальной. Построение геометрии бедренной кости в ANSYS на первый взгляд кажется наиболее простой задачей, однако это отнюдь не так.

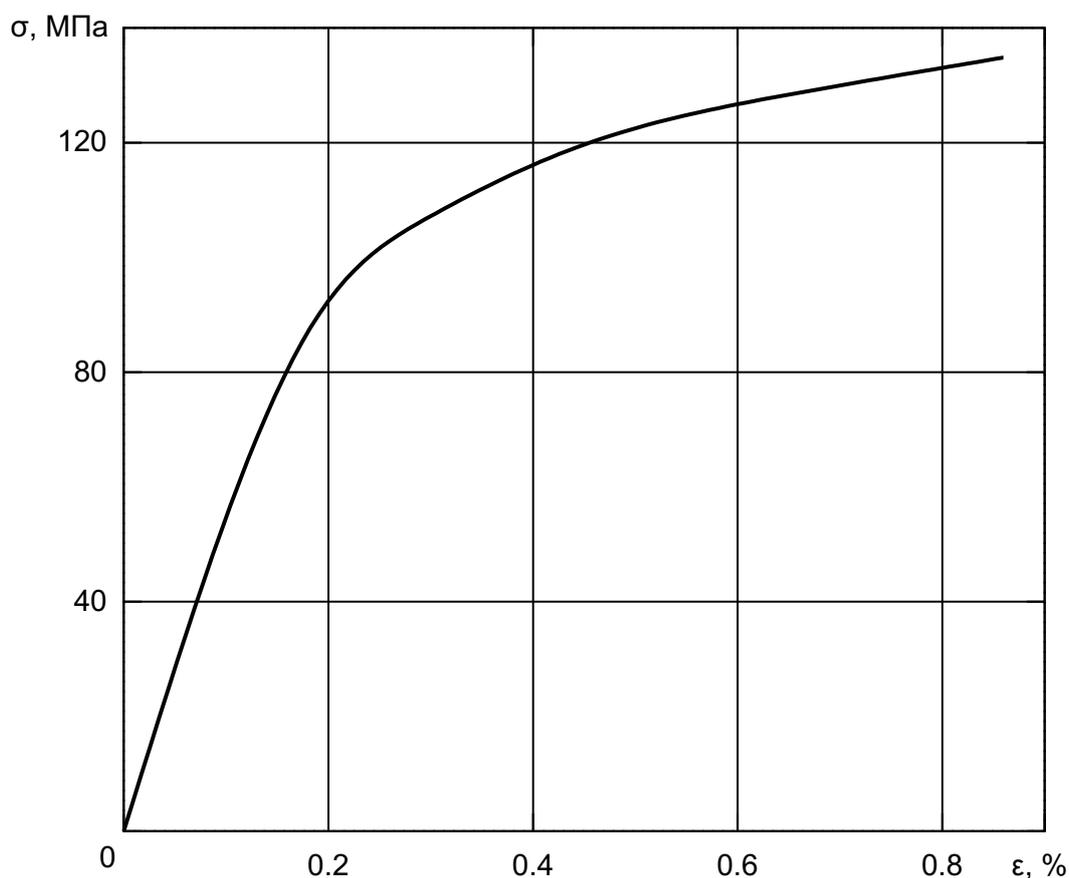


Рис. 2.1. Диаграмма «мгновенного» деформирования компактной костной ткани человека в возрасте 80 лет

Для первоначального исследования геометрических характеристик кости был использован биоманекен (см. рис. 2.3), применяемый в медицинских учреждениях для проведения опытов на прочность. Биоманекен кости был разделен (распилен) на части (см. рис. 2.4) и по сечениям была восстановлена модель в редакторе трехмерной графики.

Однако построенная по сечениям частей биоманекена объемная модель является достаточно грубой. В модели присутствуют острые углы и отсутствуют некоторые, возможно и несущественные, изгибы кости.

Для уточнения геометрической модели осуществлена попытка вместо биоманекена бедренной кости использовать виртуальную компьютерную геометрическую модель, полученную при помощи лазерного сканирования. Виртуальная геометрическая модель представлена на рис. 1.2.

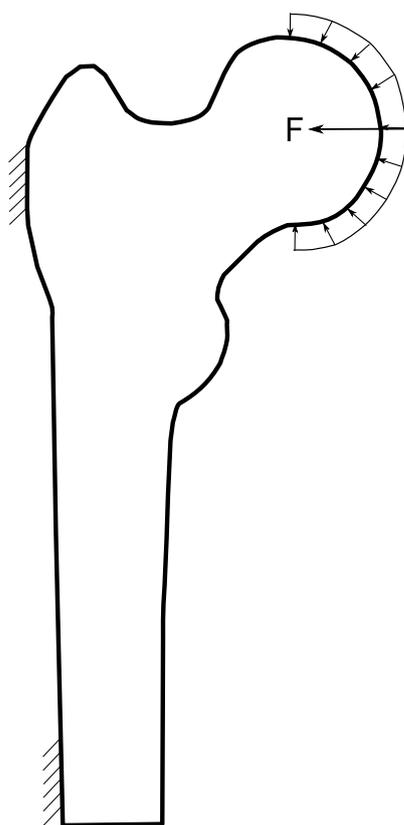


Рис. 2.2. Кинематические и силовые граничные условия для однослойной изотропной модели



Рис. 2.3. Биоманекен бедренной кости

Однако полученная виртуальная модель является настолько детализированной, что сложность задачи оказывается «неподъемной» для программного



Рис. 2.4. Распиленный биоманекен бедренной кости

комплекса ANSYS не только для среднестатистического персонального компьютера (ПК), но для достаточно мощных ПК, при этом сложность КЭ задачи значительна, что ведет, в свою очередь, к большому (нереальному) расчетному времени, особенно при длительных нагрузках. Более того, даже обычную геометрию без какой – либо сетки КЭ не получилось загрузить в ANSYS на ПК. В связи с этим было решено разрезать виртуальную кость на сечения, как и в предыдущем случае, но благодаря тому, что модель кости теперь информационная, можно получить гораздо больше необходимых сечений (см. рис. 2.5).

Сечения были получены в программе КОМПАС в результате пересечения плоскостями, перпендикулярными оси z (см. рис. 2.5), бедренной кости. С помощью программного комплекса, описанного далее в главе 4, по сечениям была сгенерирована последовательность ANSYS-команд, которая позволяет получить объемную модель для проведения расчетов в этом программном комплексе. На рис. 2.6 представлен алгоритм создания геометрии бедренной

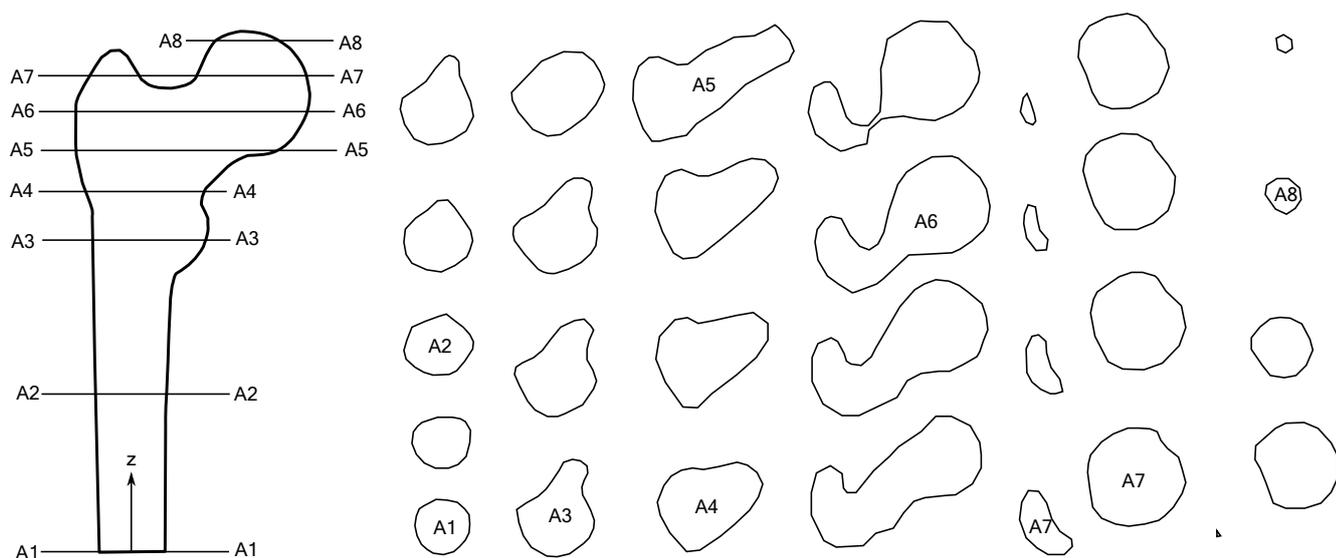


Рис. 2.5. Сечения информационной модели бедренной кости, полученной при помощи лазерного сканирования

кости в программном комплексе ANSYS из исходного материала в виде лазерного скана бедренной кости человека.

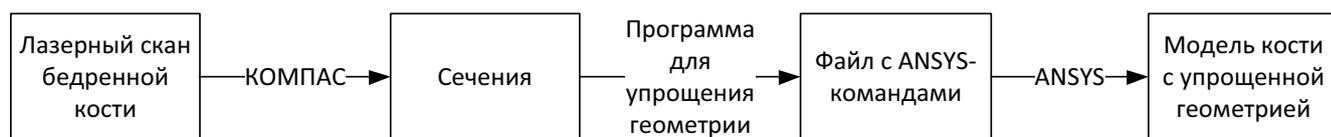


Рис. 2.6. Алгоритм построения геометрической модели бедренной кости в пакете ANSYS из виртуальной модели кости, полученной при помощи лазерного сканирования

Полученная таким образом упрощенная модель (по сравнению с представленной на рис. 1.2) и использовалась в дальнейших численных расчетах.

2.1.3. Геометрия имплантатов и их механические характеристики

Для армирования биологического композитного материала и превентивной профилактики переломов шейки бедренной кости у пациентов, относящихся к группе риска, было спроектировано и запатентовано три устройства (спица, штопор, шнек) [47], которые могут быть имплантированы в кость в различных сочетаниях.

Спица [71], представленная на рис. 2.7, имеет длину 250 мм, диаметр до 2.5 мм. Ключевой особенностью имплантата, в отличие от существующих

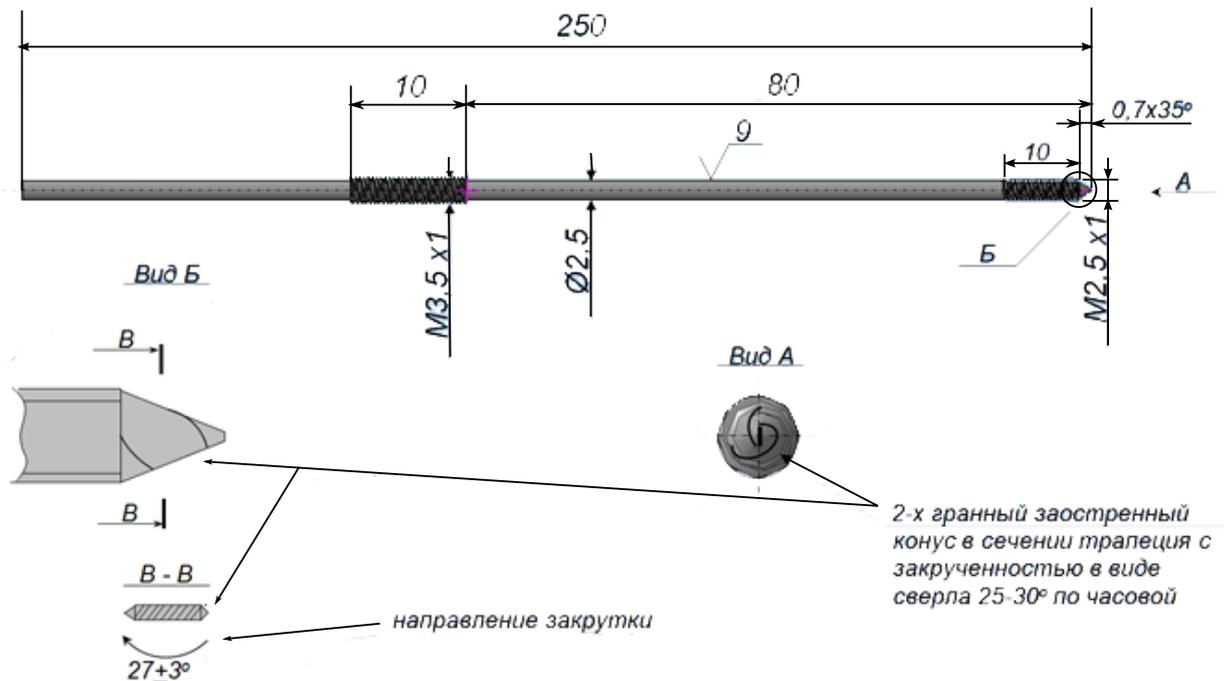


Рис. 2.7. Имплантат в виде спицы

решений, в основном использующихся для сращивания уже разрушенной кости (например, спица Илизарова), является наличие двух участков с резьбой. Один участок расположен на конце спицы и имеет диаметр до 2.5 мм и длину до 10.0 мм, другой участок имеет резьбу длиной до 10.0 мм и диаметр до 3.5 мм и расположен в средней части спицы на расстоянии 80.0–90.0 мм от направляющего конца спицы.

Стоимость изготовления единичного имплантата составляет примерно 300 руб. При массовом производстве возможно снижение стоимости.

Винт-штопор [70] — имплантат, состоящий из скрученной в виде спирали спицы (см. рис. 2.8), имеющей головку, снабженную шлицем под отвертку. Ключевая особенность заключается в том, что спица закручена в виде спирали с наружным диаметром витка 8.0 мм и шагом витка 8.0 мм.

Одно из положительных качеств штопора — это то, что он обладает свойством демпфирования, т.е. способностью снижать амплитуду колебательных движений.

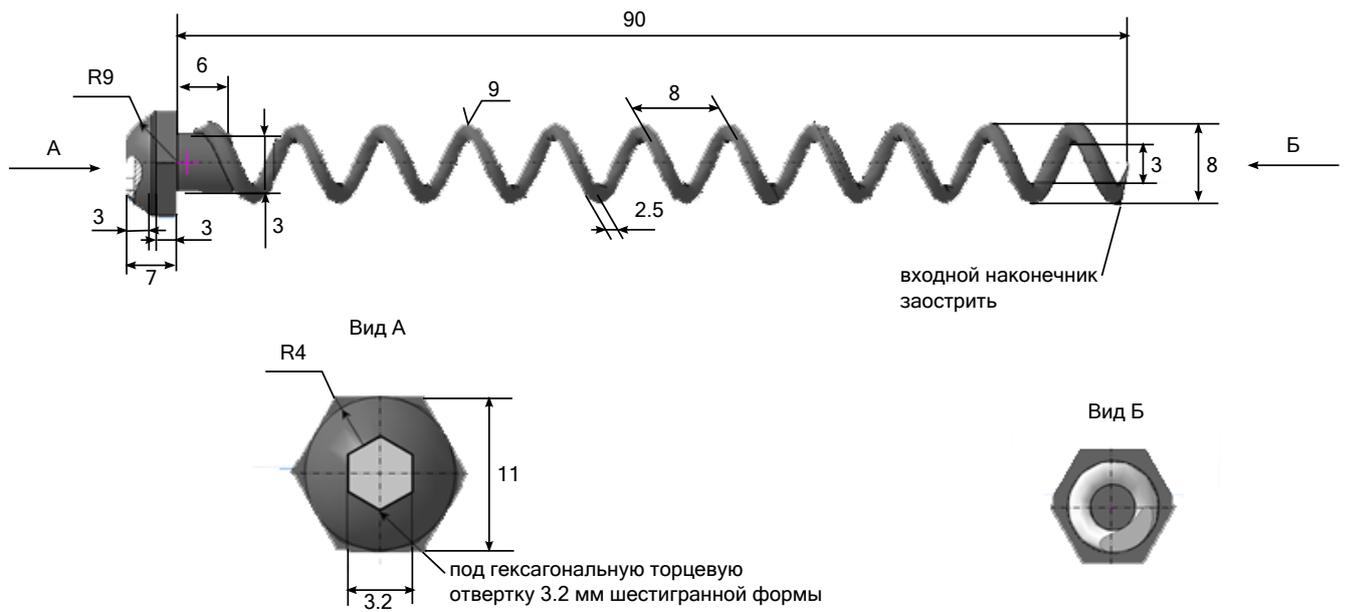


Рис. 2.8. Имплантат в виде винт-штопора

Стоимость изготовления единичного имплантата составляет примерно 1500 руб. При массовом производстве также возможно снижение стоимости.

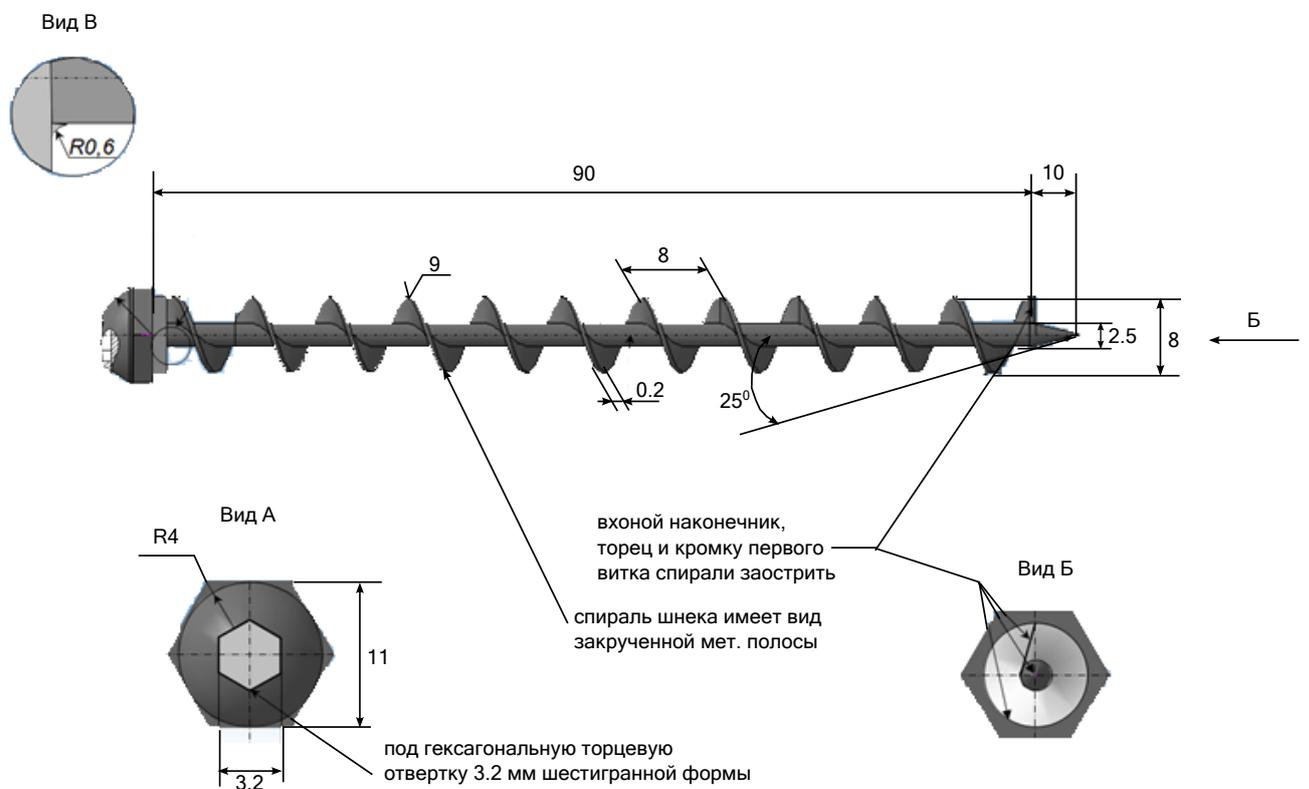


Рис. 2.9. Имплантат в виде винт-шнека

Винт-шпек [69] — устройство, состоящее из губчатого винта, имеющего головку и стержень с резьбовой частью. Ключевой особенностью является то, что стержень, являющийся осью винта, представляет собой спицу с удлиненным наконечником, имеющую утолщение, начинающееся от головки винта. Резьбовая часть представляет собой спирально закрученную пластину, жестко соединенную со спицей, головка винта снабжена шлицем под отвертку (см. рис. 2.9).

В данной части исследование влияния этого имплантата на напряженно-деформированное состояние бедренной кости не производилось, поскольку текущее состояние промышленного производства имплантатов не готово к выпуску имплантата столь сложной геометрии.

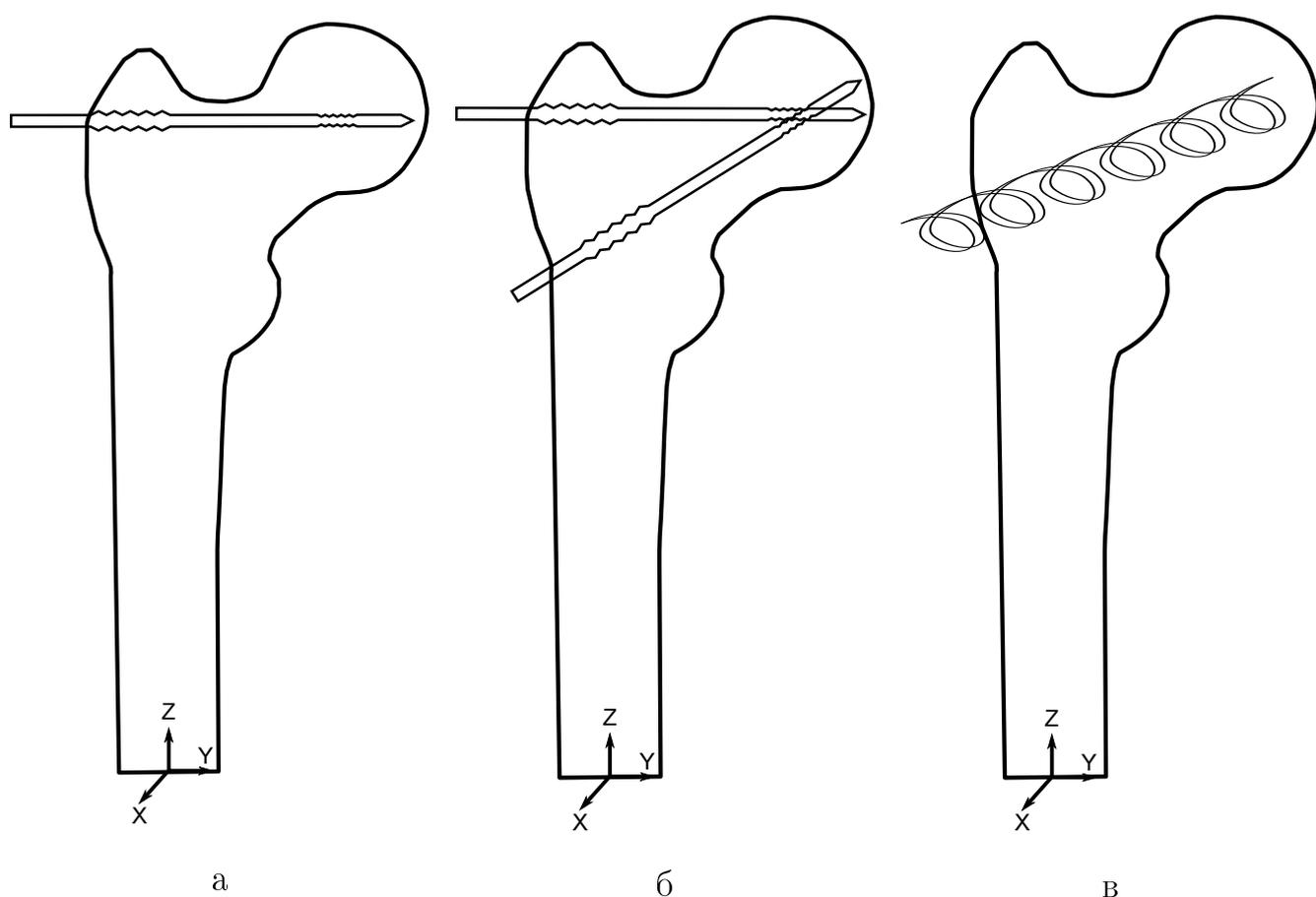


Рис. 2.10. Расположение имплантатов в кости: а — спица; б — спица + спица; в — винт-штопор

Вставка имплантатов в шейку бедра осуществляется при помощи разработанных автором настоящей работы программ, описанных далее в главе

4. Схематично расположение некоторых имплантатов изображено на рис. 2.10. С точки зрения медицины, при имплантации важно нанести как можно меньшее повреждение кости, а также не задеть твердый слой кости, который находится на поверхности, чтобы не разрушать его.

При вставке имплантата в виде спицы он вводится «перпендикулярно» оси бедренной кости (перпендикулярно оси Oz , см. рис. 2.10). При вставке двух спиц одна из них вставляется перпендикулярно, а вторая — под углом примерно 50° , причем спицы внутри кости не пересекаются. Имплантат в виде штопора вставляется под углом примерно 50° . Геометрическая ориентация имплантатов и выбор углов их расположения обусловлены медицинской практикой [96] исследования имплантатов для сращивания уже разрушившейся шейки бедра.

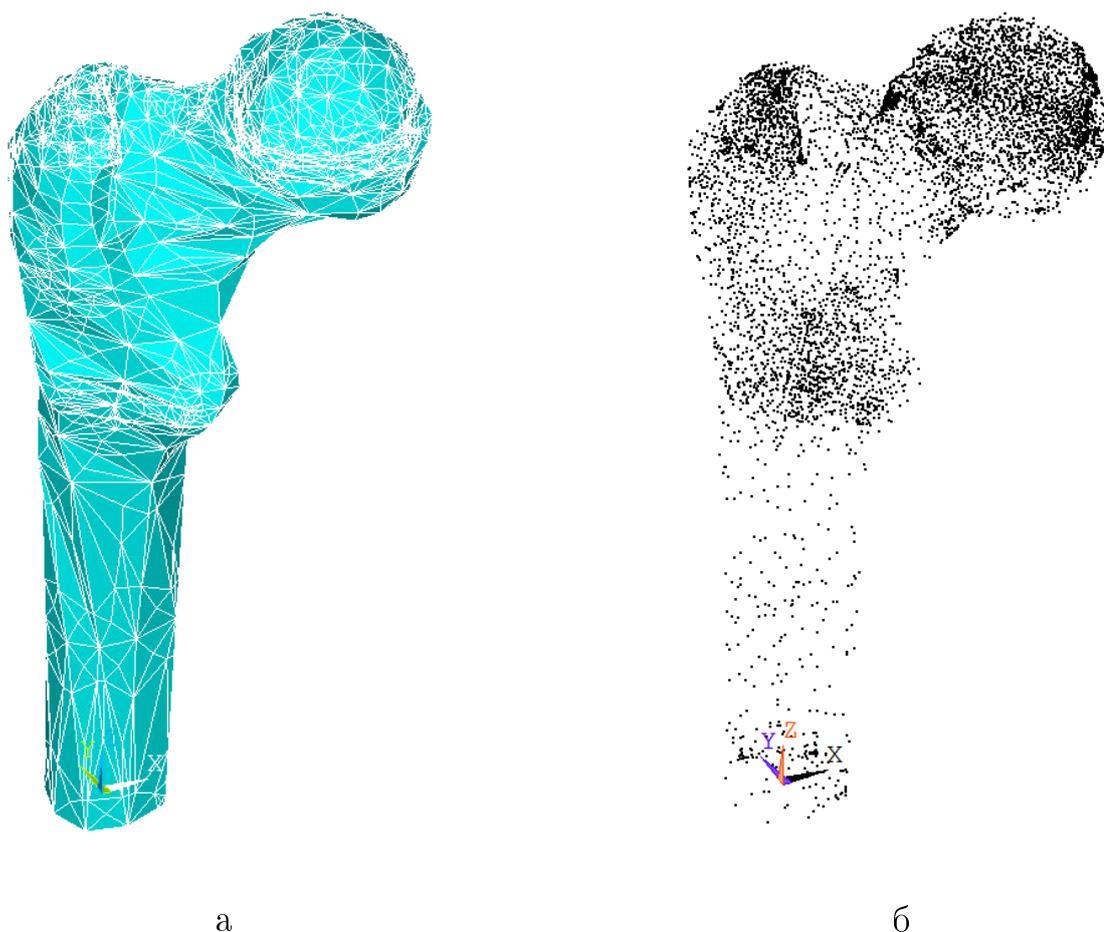


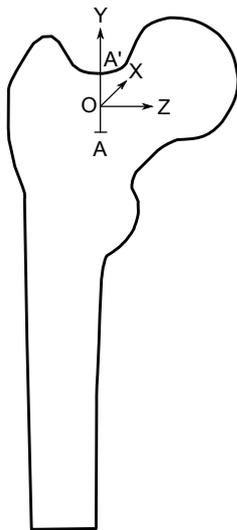
Рис. 2.11. Конечно-элементное разбиение бедренной кости: а — КЭ сетка на поверхности кости; б — узлы КЭ сетки по объему.

В качестве материала для имплантатов предполагается использовать нержавеющую сталь, сплавы на основе никеля или титан. Для дальнейших численных экспериментов выбран материал имплантата — нержавеющая сталь — со следующими механическими характеристиками: $E = 2 \times 10^{11}$ Па, $\nu = 0.3$. Так как предполагаемые величины напряжений в имплантатах не выйдут за пределы зоны упругости, линейные механические характеристики металлических материалов являются достаточными для данного исследования.

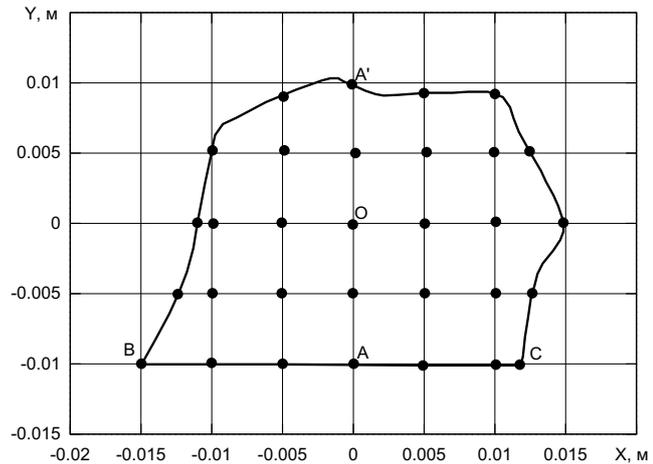
2.1.4. Дискретизация объемной геометрической модели конечно-элементным разбиением

Программный комплекс ANSYS позволяет провести «умное» конечно-элементное (КЭ) разбиение, алгоритм которого адаптирован к сложной геометрии. Реализованное КЭ разбиение для бедренной кости представлено на рис. 2.11. Однако расстояние между узлами КЭ этой сетки получается больше необходимого расстояния в 0.3 мм [94]. Уточнение КЭ сетки во всей бедренной кости является неоправданным, т.к. в данном исследовании изучается напряженно-деформированное состояние в шейке бедренной кости, а также по причине увеличения требований к ПК в связи с резким увеличением сложности задачи. Поэтому была разработана программа локального уточнения сетки КЭ (подробнее см. раздел 4) в окрестностях заданных в программе точек. Данная программа была применена к сечению и точкам AA' из рис. 2.12 (точнее, к сечению плоскостью, содержащей AA' и ось Ox в локальной системе координат).

На рис. 2.13 представлены узлы КЭ в сечении AA' в зависимости от необходимого расстояния между узлами в заданных точках в сечении кости, где на рис. 2.13, а — первоначальное КЭ разбиение; на рис. 2.13, б, в — последовательное уточнение сетки КЭ за счет уменьшения конечного элемента в 2 раза в областях из рис. 2.12, б.



а



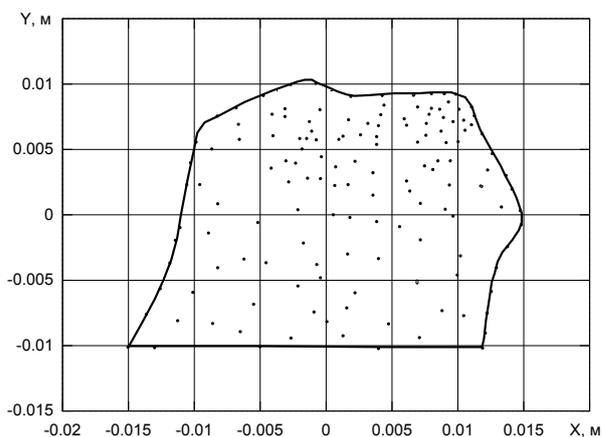
б

Рис. 2.12. Местоположение сечения: а — местоположение сечения AA' , XYZ — локальная система координат; б — сечение AA' , точки — это области, в которых производилось уточнение КЭ сетки.

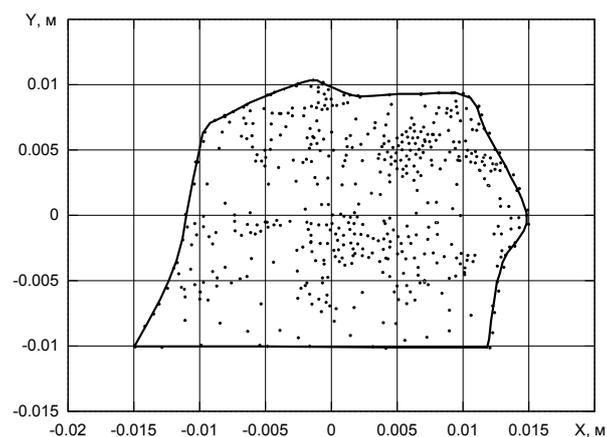
2.1.5. Численное решение задачи моделирования

напряженно-деформированного состояния в шейке бедра и анализ результатов

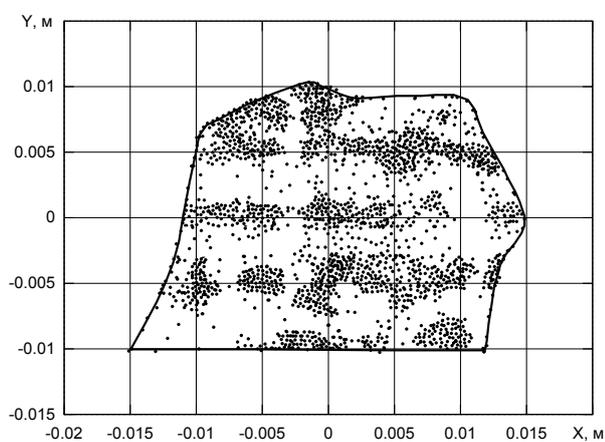
Для запуска численного эксперимента в программе ANSYS после задания краевых условий необходимо выполнить команду solution [3, 4], задав параметры в зависимости от задачи [28]. При реализации численного эксперимента важную роль играет величина задаваемого шага решения «упругопластической» задачи, поскольку зависимость диаграммы «напряжение — деформация» является нелинейной (см. рис. 2.1). В основном программный комплекс автоматически выбирает величину шага, однако в данном случае при реализации численного алгоритма задавались первоначальные параметры шага (см. рис. 2.14). В ANSYS используется механизм задания количества шагов и подшагов в виде временных шагов, затем эти параметры пересчитываются в шаги. В частности, в данном численном эксперименте были заданы следующие параметры: начальная величина шага — 1 секунда; шаг может варьироваться



а



б



в

Рис. 2.13. Конечно-элементное разбиение в локальных областях в сечении кости AA' из рис. 2.12: а, б, в — последовательное применение программы локального уточнения сетки КЭ.

алгоритмом автоматически от 1 до 3 секунд; расчет должен быть закончен на 6 секунде. Выполнение расчета с двойным шагом дает те же результаты, таким образом, апостериорно решение является численно сходящимся в плане выбора величины шага.

В главе 4 представлен программный код, позволяющий автоматически запускать расчет, не прибегая к навигации по графическому интерфейсу ANSYS.

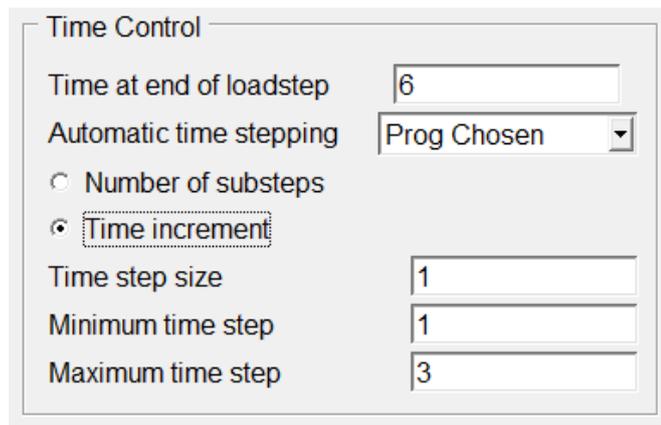


Рис. 2.14. Настройка шага для расчета в ANSYS: Time at end of loadstep — конечное время; Automatic time stepping — выбор алгоритма вычисления величины шага; Number of substeps/Time increment — выбор количества подшагов или увеличение времени на каждом шаге расчета; Time step size — начальная величина временного шага; Minimum/Maximum time step — минимальная/максимальная возможная величина шага.

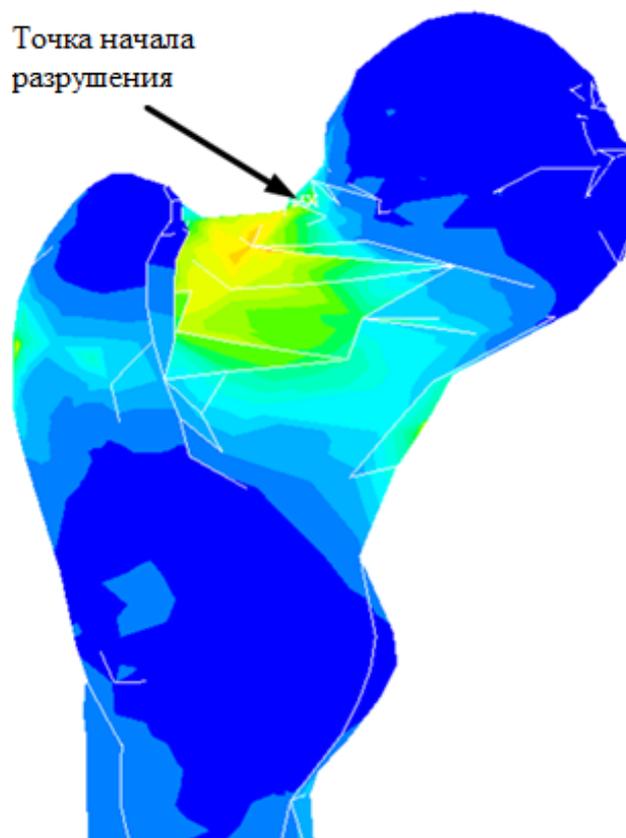


Рис. 2.15. Распределение интенсивности напряжений в области, прилегающей к шейке бедра. Цвета синий-голубой-зеленый-желтый-красный перечислены в порядке возрастания величин напряжений.

Численные алгоритмы реализованы для расчета напряженно-деформированного состояния неармированной шейки бедра (в дальнейшем будем использовать и принятый в медицинской научной литературе термин «интактная костная ткань»), а также армированной различными имплантатами шейки бедра.

Рассмотрим результаты численного исследования сначала для интактной (неармированной) шейки бедра. На рис. 2.15 представлено распределение интенсивности напряжения σ_{int} . Из этого же рисунка видно, что наибольшие значения интенсивности напряжений действительно сосредоточены в шейке бедренной кости, что, по-видимому, и наблюдается в реальной жизни человека, согласно статистике переломов, которая говорит о том, что перелом шейки является наиболее вероятным при падении человека (это утверждение подробно аргументировано в главе 1).

При этом, как следует из этого же рисунка, наблюдается концентрация напряжений в небольшой области, прилегающей непосредственно к поверхности. В связи с этим можно сделать вывод, что эта критическая точка (область) и является источником разрушения кости.

Следующий шаг в численном моделировании заключается в проведении исследования на устойчивость решения. Задача усложняется тем, что наблюдается существенная концентрация в области, непосредственно прилегающей к поверхности шейки бедра. Второй причиной является наличие концентраторов напряжений — имплантатов. Поэтому ключевым фактором следует считать выбор линейного размера конечного элемента. Для этого задача была решена при различном расстоянии между узлами КЭ. Зависимость интенсивности напряжения в опасной точке от расстояния между узлами для интактной и армированной шейки бедра показана на рис. 2.16. Видно, что в определенный момент интенсивность напряжений перестает повышаться (стабилизируется) при уточнении (измельчении) сетки КЭ. Это апостериорно свидетельствует об устойчивости и сходимости метода.

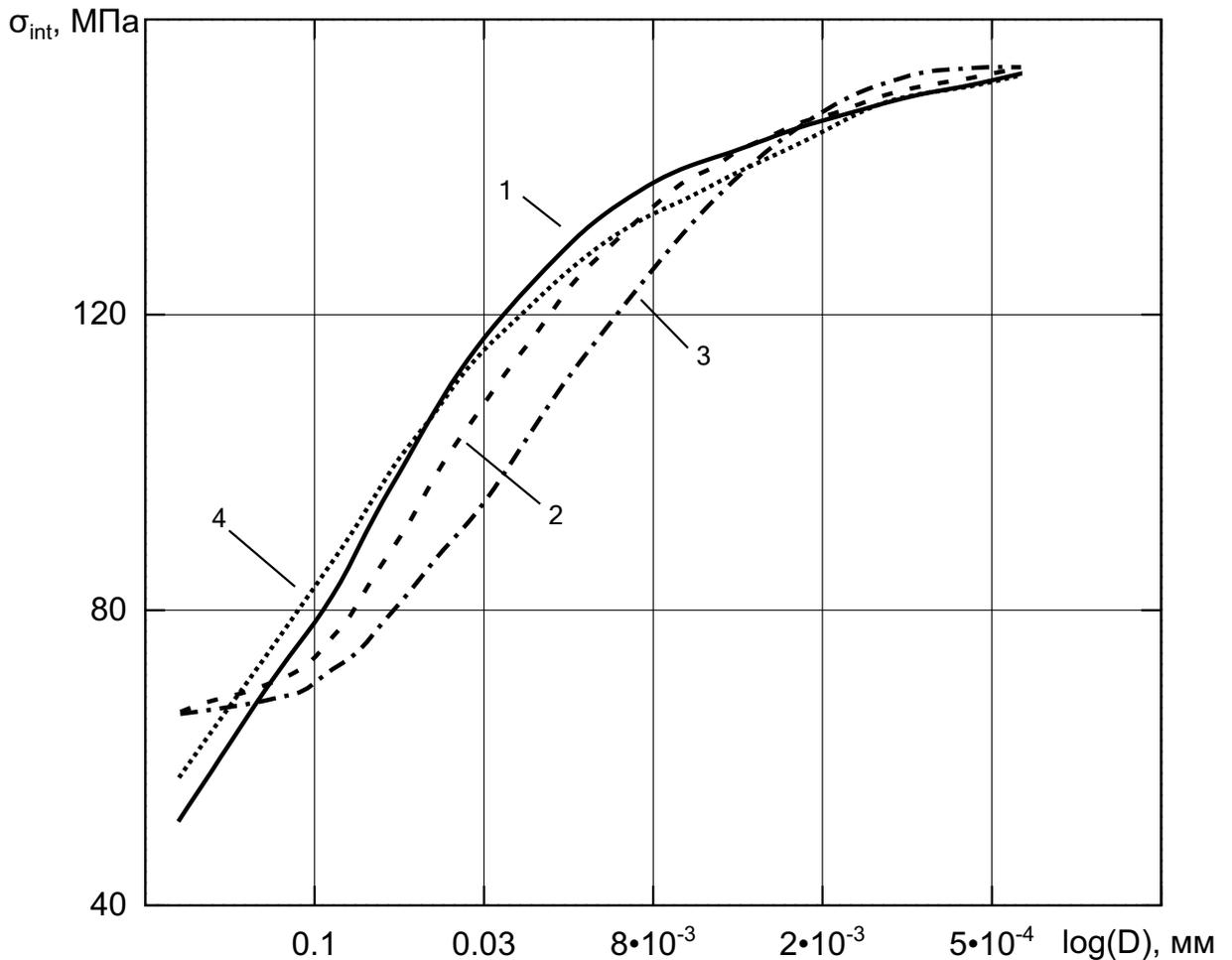


Рис. 2.16. Зависимость интенсивности напряжений в опасной точке от расстояния между узлами КЭ: σ_{int} — интенсивность напряжений; $\log(D)$ — логарифм расстояния между узлами КЭ. Цифры: 1 — интактная шейка бедра; 2 — спица; 3 — спица + спица; 4 — штопор.

Выполнен анализ расчетных величин компонент тензора напряжений в наиболее опасной (критической) точке (точнее — в конечном элементе, примыкающем к поверхности) поверхности шейки бедра, полученных численным решением задач для неармированной и армированной имплантатами бедренной кости. Соответствующие значения приведены в табл. 2.1. В первой строке табл. 2.1 приведены значения напряжений для неармированной костной ткани, в остальных — для костной ткани, армированной соответствующими имплантатами.

Из табл. 2.1 видно, что наибольшее значение имеет нормальная к

сечению компонента напряжения σ_z . Локальная система координат, которая используется в элементах, показана на рис. 2.12, а. На этом же рисунке показано местоположение исследуемого сечения кости AA' .

Для оценки отклонения расчетных значений компонент тензора напряжений в опасной точке армированной шейки бедра от соответствующих значений в неармированной шейке бедра введена величина

$$\Delta\sigma_i = \left| \frac{\sigma_i - \sigma_i^{impl}}{\sigma_i^{impl}} \right| \times 100\%, \quad (2.1)$$

$i \in (x, y, z, xy, yz, zx)$, $impl \in (\text{спица, две спицы, штопор})$, где σ_i — компонента тензора напряжения в кости без имплантатов, σ_i^{impl} — компонента тензора напряжения в кости с имплантатами. Значения $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$, $\Delta\sigma_z$ представлены в табл. 2.2.

Отклонения недиагональных компонент тензора напряжений армированной и неармированной шейки бедра не рассматривались, во-первых, в силу их незначительной величины по сравнению с диагональными компонентами, во-вторых, медицинская практика свидетельствует, что разрушение происходит именно в сечениях, совпадающих с координатными плоскостями в локальной системе координат, под действием нормальных напряжений.

Таблица 2.1. Абсолютные значения величин нормальных компонент тензора напряжений в опасной точке для интактной и армированной шейки бедра: σ_x , σ_y , σ_z , σ_{xy} , σ_{yz} , σ_{zx} — компоненты тензора напряжений.

| Имплантат | σ_x , МПа | σ_y , МПа | σ_z , МПа | σ_{xy} , МПа | σ_{yz} , МПа | σ_{zx} , МПа |
|-------------|------------------|------------------|------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| — | 116 | 194 | 203 | 39 | 66 | 25 |
| Спица | 88 | 138 | 184 | 16 | 75 | 21 |
| Спица+спица | 97 | 171 | 185 | 31 | 66 | 18 |
| Штопор | 116 | 191 | 196 | 37 | 71 | 25 |

Анализ данных табл. 2.1 и табл. 2.2 свидетельствует о том, что использование имплантатов снижает уровень нормальных компонент тензора

Таблица 2.2. Отклонения $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$, $\Delta\sigma_z$ расчетных значений компонент тензора напряжений в опасной точке армированной шейки бедра от соответствующих значений в неармированной шейке бедра.

| Имплантат | $\Delta\sigma_x$, % | $\Delta\sigma_y$, % | $\Delta\sigma_z$, % |
|-------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| Спица | 31.8 | 40.6 | 10.3 |
| Спица+спица | 16.4 | 13.4 | 9.7 |
| Штопор | 0 | 1.6 | 3.6 |

напряжений σ_x , σ_y , σ_z , причем максимальные значения снижения наблюдаются в случае использования одной спицы, а штопор практически не влияет на напряженное состояние. Как свидетельствует медицинская практика и результаты разрушения биоманекенов бедренной кости (приведены далее на рис. 2.32), разрушение шейки бедра происходит в сечении, перпендикулярном шейке бедра и находящемся в середине шейки, т.е. в сечении AA' (см. рис. 2.12, а), а это означает, что процесс разрушения должен связываться с максимальным (в области растяжения) нормальным напряжением (первая теория прочности [7]). В анализируемом случае это компонента σ_z . Исходя из величины σ_z можно утверждать, что одна спица снижает напряженность в шейке бедра на 10.3%, две спицы — на 9.3%, а штопор — лишь на 3.6%. Хотя следует отметить, что при использовании одной спицы для других нормальных компонент имеем $\Delta\sigma_y = 40.6\%$, $\Delta\sigma_x = 31.8\%$, т.е. в сечениях, перпендикулярных осям Ox , Oy , происходит существенное снижение напряжений.

Проанализируем теперь напряженное состояние внутри шейки бедра и сравним его с напряженным состоянием на ее поверхности в опасной точке. Для этого выберем сечение, совпадающее с плоскостью XOY и ограниченное значениями $-0.001 \leq y \leq 0.01$ (в метрах) (см. рис. 2.12, а). Профиль этого сечения $BA'SAB$ представлен на рис. 2.12, б.

Опишем качественно картину напряженного состояния в этом сечении.

Установлено, что в неармированной (интактной) костной ткани напряжения по границе сечения $BA'C$ (это часть поверхности шейки бедра) (см. рис. 2.12, б), больше чем внутри области, а это означает, что возможное разрушение действительно начинается с поверхности шейки бедра. В определенных же внутренних «точках» этого сечения для армированной костной ткани наблюдаются резкие пикообразные скачки напряжений, которые значительно превосходят напряжения по области сечения. Это связано с тем, что некоторые узлы сетки КЭ принадлежат металлическим имплантатам. Эти скачки показывают, что имплантаты перераспределяют напряженное состояние в шейке бедра за счет «перекачки» в себя напряжений из костной ткани.

Для детализации распределения напряжений внутри сечения $BA'CA'B$, представленного на рис. 2.12, б, рассмотрим напряженное состояние вдоль линий, параллельных осям координат, т.е. вдоль линий $x = \text{const}$, $y = \text{const}$. Всего было проанализировано 36 графиков: 6 линий для 6 компонент тензора напряжений. В качестве примера рассмотрим распределения компоненты σ_z , представленные на рис. 2.17, 2.18, 2.19.

Из анализа рис. 2.17 видим, что напряжения при армировании кости на поверхности (правая граница графика) ниже, чем для кости без имплантата. Также наблюдаем, что напряжения на поверхности выше, чем внутри кости.

На рис. 2.18 видим, что одна из линий на графике имеет скачок — это как раз случай попадания одного из узлов КЭ сетки в металлический имплантат.

Для разных имплантатов имеем разные варианты поведения на поверхности кости, вплоть до того, что величина напряжения в кости с имплантатом может превысить величину напряжения без имплантата. Так, например, винт-штопор увеличивает напряжение, согласно рис. 2.19. Стоит отметить, что данный график имеет не самые высокие значения напряжения на поверхности кости, т.к. соответствующая линия $y = 0.006$ (м) не проходит через (наиболее нагруженную) критическую точку.

Графики для других компонент тензора напряжений и других координат-

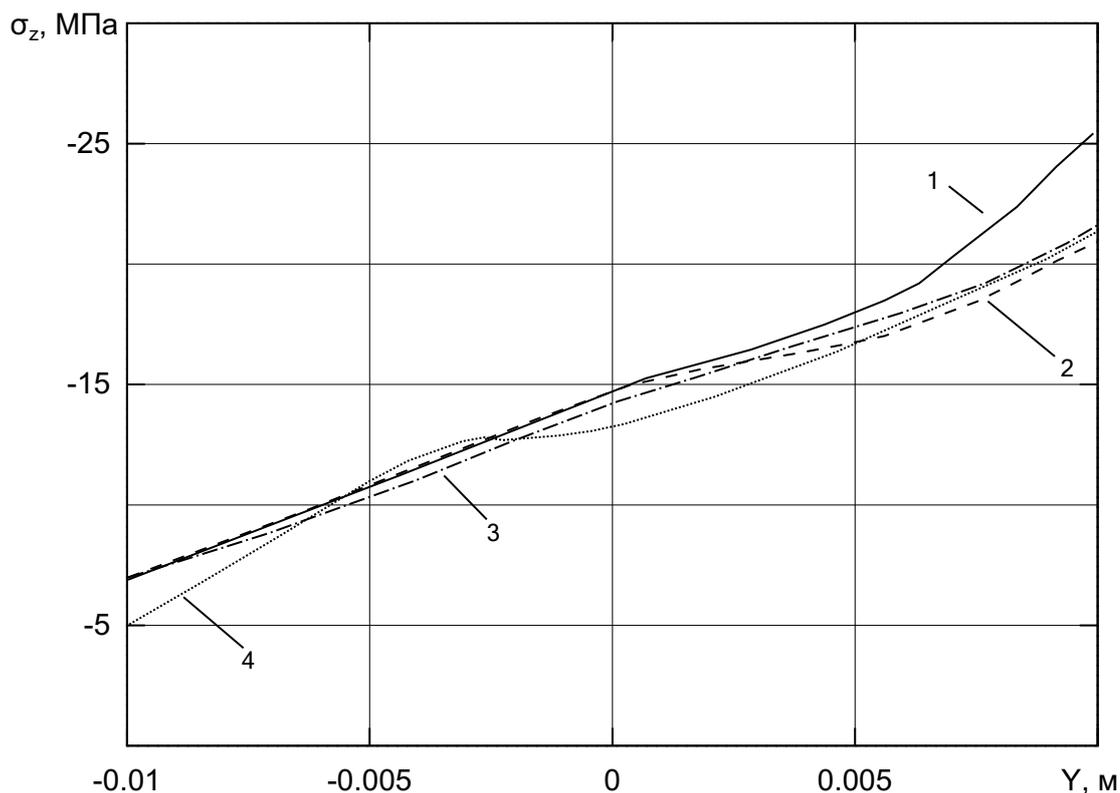


Рис. 2.17. Значение компоненты напряжения σ_z при $x = -0.002$: 1 — интактная шейка бедра; армирование: 2 — спица; 3 — спица + спица; 4 — штопор.

ных линий в локальной системе координат приведены в приложении А).

Таким образом, из анализа напряженного состояния следует:

- нормальные компоненты тензора напряжений на поверхности шейки бедра выше, чем внутри кости уже на расстоянии 10 мм (по нормали) примерно в 5 раз;
- компоненты нормальных напряжений внутри области существенно ниже (в общем случае по модулю) напряжений в опасной (критической) точке;
- наибольшее значение напряжения имеет нормальная к выбранному сечению компонента тензора напряжения σ_z .

В целом имплантаты снижают напряженное состояние. Наиболее эффективными являются имплантаты в виде одной или двух спиц. Винт-штопор не

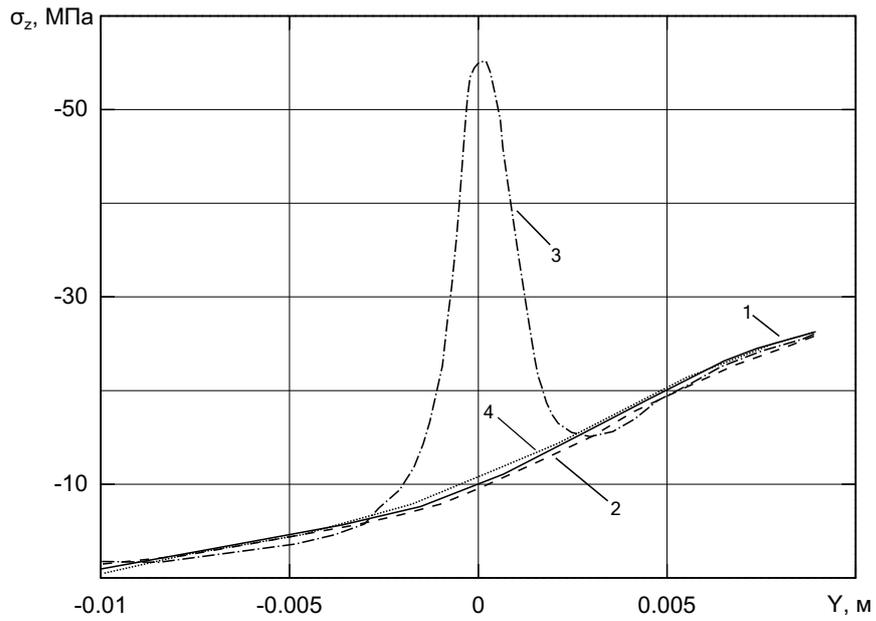


Рис. 2.18. Значение компоненты напряжения σ_z при $x = 0.010$: 1 — интактная шейка бедра; армирование: 2 — спица; 3 — спица + спица; 4 — штопор.

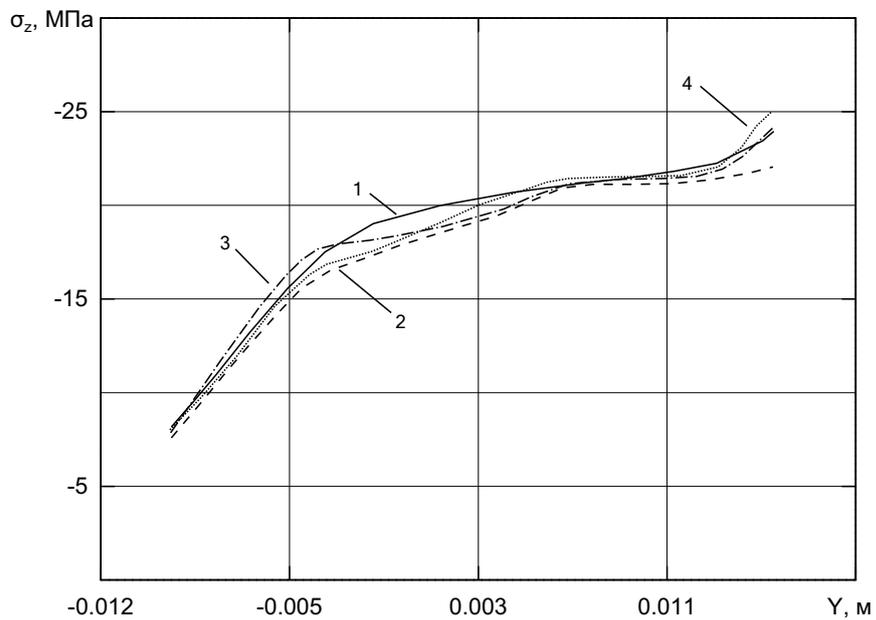


Рис. 2.19. Значение компоненты напряжения σ_z при $y = 0.006$: 1 — интактная шейка бедра; армирование: 2 — спица; 3 — спица + спица; 4 — штопор.

дает эффективности, поскольку находится дальше от поверхности, чем спицы. Одна спица в данном исследовании оказывается даже лучше, чем две. Однако вторая спица позволяет снизить концентрацию напряжений и в нижней части шейки бедренной кости.

2.2. Двухслойная линейно-упругая изотропная модель деформирования бедренной кости

В главе 1 указано, что бедренная кость — это сложный биокompозитный объект преимущественно с двумя слоями: внешний слой — кортикальная часть, внутренний слой — губчатая кость (много менее прочная). Поэтому в некоторых работах сделана попытка рассматривать двухслойную модель кости [14, 121].

В параграфе 2.1 рассмотрена однослойная модель кости без учета губчатого слоя. Целью дальнейшей работы является исследование деформирования бедренной кости на основе двухслойной модели, что, во-первых, позволит сделать вывод об уточнениях, вносимых данной моделью по сравнению с однослойной (параграф 2.1), во-вторых, внесет ясность в целесообразность использования двухслойной модели в расчетной практике. На первом этапе будет рассматриваться двухслойная модель кости с линейно-упругими свойствами обеих фаз.

2.2.1. Геометрическое моделирование объема бедренной кости

При построении однослойной модели использовалась упрощенная геометрическая модель, полученная на основе лазерного сканирования следующим образом: полученная в результате лазерного сканирования виртуальная модель (см. рис. 1.2) разбивалась на сечения плоскостями, «перпендикулярными» оси бедренной кости, и далее на основе этих сечений строилась упрощенная геометрическая модель при помощи специально разработанной программы с участием пользователя и с применением генерации ANSYS-команд. Эти

команды использовались далее в программной системе конечно-элементного анализа для расчета напряженно-деформированного состояния. Следует отметить, что практическая часть геометрического моделирования армированной шейки бедра костной ткани — достаточно трудоемкая задача, занимающая по времени несколько суток.

Поскольку для дальнейших расчетов по двухслойной модели необходима более точная геометрия кости, предлагается другой подход к ее построению. Ключевые особенности этого подхода:

- использование алгоритма автоматического упрощения геометрии кости;
- значительное снижение времени построения геометрической модели;
- возможность регулирования точности построения геометрии.

В качестве алгоритма автоматического упрощения геометрии кости проекта The Titanium Bone Project [100] (она представлена на рис. 1.2) используется алгоритм Quadric Edge Collapse Decimation (QECD), который позволяет упростить модель без нарушения топологии. Программный продукт MeshLab [99] представляет собой набор различных фильтров для работы с объемными моделями. Один из фильтров этой программы реализует необходимый алгоритм. В результате последовательного применения фильтра с учетом настроек, указанных на рис. 2.20, получаем упрощенную геометрическую модель, которую можно сохранить в формате wrl [126].

В главе 4 описана разработанная для данного исследования программа, которая позволяет конвертировать данные из формата wrl с учетом спецификации [126] в ANSYS-команды, синтаксис которых можно найти в [20, 93].

Таким образом, алгоритм построения бедренной кости в данном случае можно описать следующим образом:

- 1) открытие объемной модели в программе MeshLab;

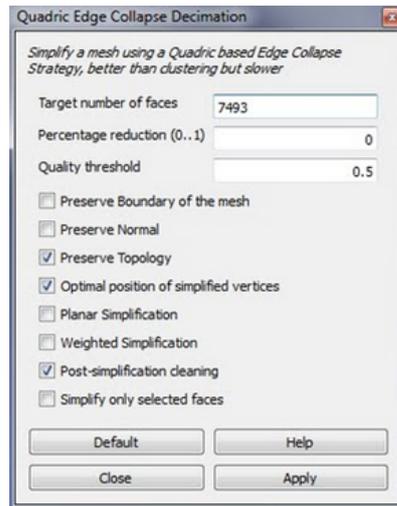


Рис. 2.20. Настройки фильтра Quadric Edge Collapse Decimation в программе MeshLab. Основными параметрами являются: Quality threshold — степень уменьшения количества конечных элементов поверхности бедренной кости (0.5 — означает, что количество КЭ станет в 2 раза меньше); Preserve Topology — сохранить топологию виртуальной модели, т.е. чтобы после применения фильтра в поверхности не было отверстий; остальные параметры задаются по умолчанию согласно программе MeshLab [99] и не меняются в рамках данного исследования.

- 2) последовательное применение фильтра QECD до достижения необходимого соотношения точности и простоты модели;
- 3) конвертирование данных при помощи разработанной программы.

На рис. 2.21 показан результат выполнения ANSYS-команд для построения геометрии кости различной сложности. Рис. 2.21, б и 2.21, в — результат применений фильтра QECD второй и третий раз соответственно, рис. 2.21, а — геометрия кости, используемая в разделе 2.1. Исходя из количества точек модели на рис. 2.21, можно констатировать, что модели 2.21, а и 2.21, б имеют примерно одинаковую сложность (в данном случае сложность определяется количеством точек в геометрической модели), а модель на рис. 2.21, в в 2 – 3 раза сложнее. Исходя из объема памяти компьютера, требуемой для проведения расчетов (объем памяти прямо пропорционален количеству точек модели), а также предварительных расчетов по геометрическим моделям разной сложности, можно утверждать, что среднестатистический

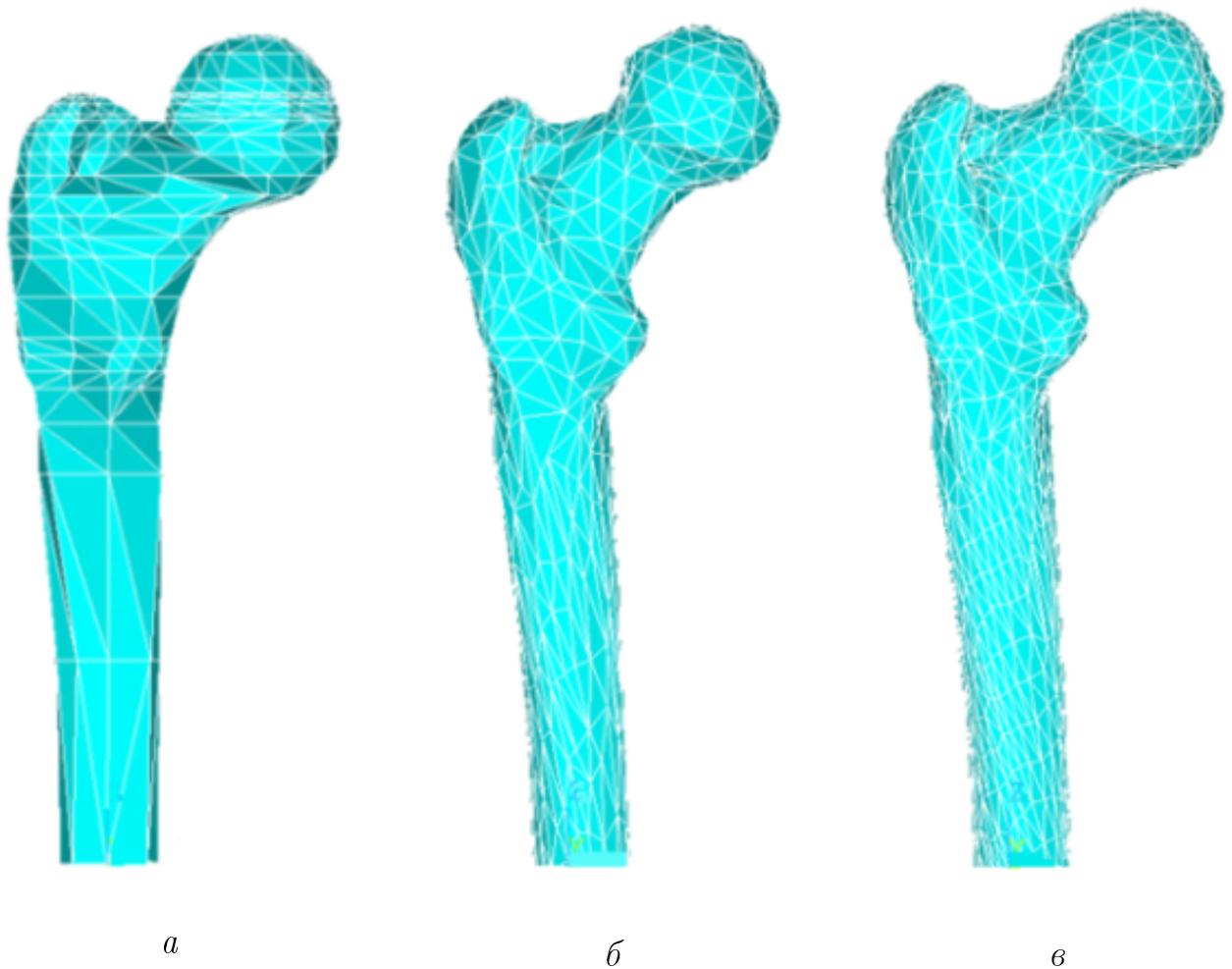


Рис. 2.21. Геометрия бедренной кости: *a* — исследование из раздела 2.1 (379 точек); *б* — фильтр QECD (508 точек); *в* — фильтр QECD (957 точек).

персональный компьютер не справится с расчетами более сложных моделей, чем представленные на указанных рис. рис. 2.21, *a* и рис. 2.21, *б*.

Таким образом, для построения двуслойной модели кости выбрана модель из рис. 2.21 *б*, которая при помощи вспомогательной программы (см. пункт 4.5.4.1) преобразуется в двухслойную модель бедра. Основная идея такой программы — создание внутреннего слоя кости за счет уменьшения масштаба исходной геометрии с учетом невыпуклой особенности геометрии кости и затем «склеивание» (в терминах ANSYS) внутреннего и внешнего слоев. Подробнее об алгоритме и программе см. пункт 4.5.4.1.

2.2.2. Геометрическая модель бедренной кости с имплантатами

При дальнейшем исследовании в данной части работы используются все имплантаты, описанные в разделе 2.1.3 (спица, винт-штопор, винт-шнек), однако их сочетания более разнообразны. На рис. 2.22 схематически представлены различные сочетания имплантатов, причем здесь приведены уже окончательные (наиболее эффективные) ориентации имплантатов, которые установлены на основании многочисленных вариативных численных расчетов, о которых речь пойдет ниже.

Также стоит отметить ситуацию на рис. 2.22, з — на нем спицы имплантированы вне шейки. Такой вариант имплантации должен повысить эффективность армирования с точки зрения механики деформируемого твердого тела. Однако такое применение спиц нежелательно по ряду медицинских факторов, но получение положительного результата может косвенно свидетельствовать об адекватности методики исследования.

Для данного исследования были доработаны и разработаны вспомогательные программные средства, благодаря которым в кость можно встроить различные имплантаты в различных сочетаниях. Подробнее о программах построения геометрии имплантатов см. в главе 4. Основные особенности программ:

- генерация ANSYS-команд для построения геометрий имплантатов по заданным характеристикам, таким как длина, диаметр, шаг резьбы и др.;
- позиционирование имплантатов;
- генерация команд для соединения геометрических моделей кости и имплантатов;
- задание характеристик материала и типа конечных элементов.

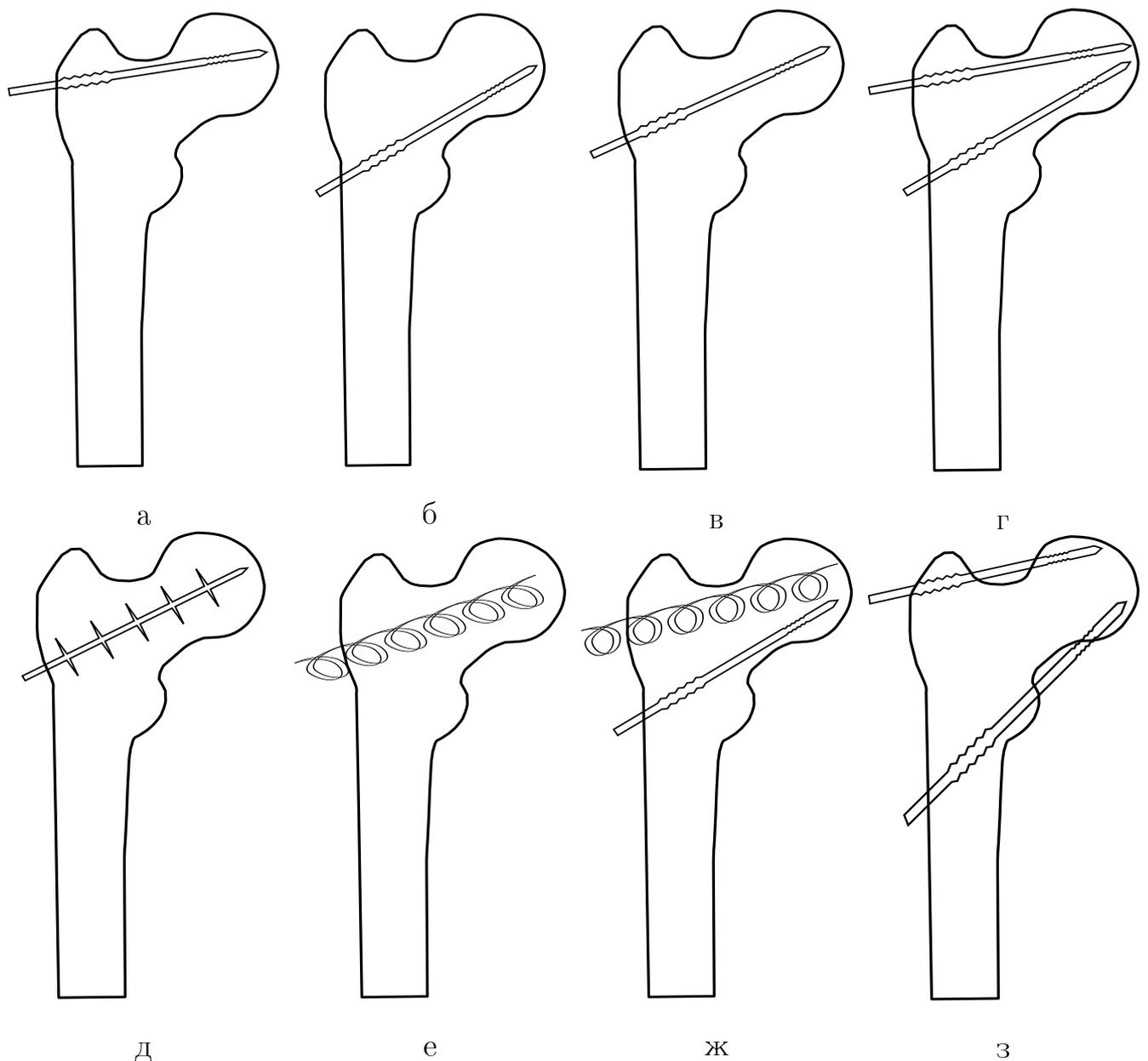


Рис. 2.22. Расположение имплантатов в шейке бедра: а — спица сверху; б — спица снизу; в — спица посередине; г — спица + спица; д — винт-шнек; е — винт-штопор; ж — винт-штопор + спица; з — спица + спица вне шейки.

2.2.3. Механические характеристики фазовых материалов бедренной кости и имплантатов и краевые условия

Краевые условия в данной работе почти аналогичны условиям из раздела 2.1 и соответствуют схеме жесткого закрепления элементов поверхности, представленной на рис. 2.23. Сосредоточенная нагрузка F равномерно распределена по части поверхности головки бедренной кости (см. рис. 2.23)

таким образом, чтобы интегральная величина от распределенной нагрузки численно была равна ее значению. В расчетах принято значение величины $F = 8 \times 10^3$ Н, которая была использована в реальных экспериментальных исследованиях в работе [54]. Эти эксперименты были проведены коллегами по исследованию предупреждения перелома шейки бедра с медицинской точки зрения. Подробнее о величине нагрузки см. в главе 1.

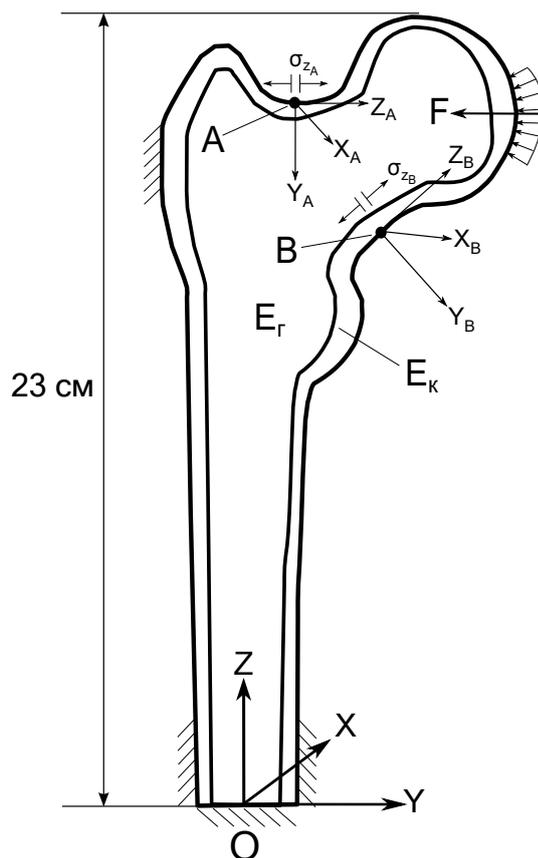


Рис. 2.23. Краевые условия численного эксперимента для двухслойной линейно-упругой изотропной модели: XYZ — глобальная система координат; $X_A Y_A Z_A$, $X_B Y_B Z_B$ — локальные системы координат в точках A и B ; A , B — критические точки; E_k , E_r — модули Юнга для кортикальной и губчатой костной ткани; F — результирующая распределенной нагрузки, по величине и направлению соответствующей силе при падении человека.

Необходимо отметить, что в пункте 2.1 настоящей работы использовалась однослойная модель кости с усредненными механическими характеристиками нелинейной диаграммы деформирования материала костной ткани. Однако для двухслойной кости не удалось найти научного источника, в котором имелась бы экспериментальная нелинейная диаграмма деформирования для губчатого

слоя кости. Кроме того, численный эксперимент при использовании линейных характеристик требует значительно меньше вычислительного времени. Таким образом, в первом приближении численные эксперименты с линейными характеристиками позволят достаточно быстро определить наиболее эффективную систему армирования «кость-имплантат» для снижения напряженного состояния в критических областях шейки бедренной кости.

В связи с этим в данной части диссертационной работы использованы механические характеристики кости в упругой области в предположении изотропности и однородности (подробнее о линейно-упругих характеристиках бедренной кости см. главу 1) и титановых имплантатов. Численные значения модуля Юнга и коэффициента Пуассона представлены в табл. 2.3. В дальнейшем модуль Юнга для кортикальной кости обозначим E_K , а для губчатой — E_T (см. рис. 2.23) Данные табл. 2.3 свидетельствуют о том, что «жесткость» губчатой ткани почти на 2 порядка ниже, чем у кортикальной кости.

Таблица 2.3. Механические характеристики материалов: E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона.

| Материал | E , Па | ν |
|--------------------|----------------------|-------|
| Кортикальная кость | 1.7×10^{10} | 0.32 |
| Губчатая кость | 3.25×10^8 | 0.29 |
| Титан | 1.1×10^{11} | 0.32 |

2.2.4. Методика численного решения задачи

Построение геометрической модели бедренной кости в данном случае было выполнено аналогично пункту 2.1 в соответствии с данными работ [53, 94], в которых указано, что среднее расстояние D между центрами остеонов (клетки кости, из которых состоит ее матрица) в физической структуре костной ткани имеет значение $D = 0.3$ мм (подробнее см. главу 1).

Поэтому линейный размер конечного элемента не должен быть меньше этого значения, поскольку в противном случае необходимо учитывать дискретную структуру костной ткани и в расчетах нельзя использовать макроскопические механические характеристики сплошной среды (модуль Юнга, коэффициент Пуассона, характеристики диаграммы деформирования и др.).

В пункте 2.1 в результате численного решения задачи установлены нижеследующие положения:

- 1) величины нормальных компонент тензора напряжений (по модулю) на поверхности существенно больше соответствующих напряжений внутри кости;
- 2) в конструкции шейки бедра имеются приповерхностные (критические) области, в которых нормальные компоненты имеют максимальные (по модулю) значения;
- 3) итерационный процесс решения краевой задачи является сходящимся, что установлено апостериорно выполненными расчетами со сгущением конечно-элементной сетки (правило Рунге).

Исходя из этих результатов в данной части работы проведено исследование только критических областей. Напряжения растяжения опаснее, чем напряжения сжатия [25, 120], в том плане, что при той же величине напряжения разрыв произойдет в точке с напряжением растяжения, а не сжатия (подробнее см. главу 1). Поэтому в нижеследующих численных экспериментах исследуются верхняя и нижняя части шейки бедра (критические точки А и В соответственно, см. рис. 2.23).

Для анализа напряженного состояния в приповерхностных наиболее нагруженных областях (точки А и В на рис. 2.23) введены локальные системы координат $X_A Y_A Z_A$, $X_B Y_B Z_B$, при этом ось Oz имеет направление касательной к поверхности кости в выбранных критических точках (см. рис. 2.23),

и в этом же направлении возникают максимальные (по модулю) нормальные напряжения σ_{z_A} и σ_{z_B} , которые в дальнейшем и были подвержены тщательному анализу при решении краевых задач с разной конструкцией имплантатов.

В расчетах использовались макрохарактеристики обеих фаз композитной костной ткани и титана (материал армирующего имплантата), приведенные в табл. 2.4.

Таблица 2.4. Механические характеристики материалов: E_K , E_T , E_{Γ} — модули упругости компактной, губчатой ткани и титана (материал имплантата) соответственно; ν_K , ν_T , ν_{Γ} — коэффициенты Пуассона компактной, губчатой костной ткани и титана соответственно; D — среднее расстояние между узлами КЭ; F — величина результирующих распределенных сил, действующих на головку бедра человека при падении (рис. 2.23).

| Параметр | Значение | Параметр | Значение |
|----------------|-------------------------|----------|-------------------------|
| E_K | 1.7×10^{10} Па | E_T | 1.1×10^{11} Па |
| ν_K | 0.32 | ν_T | 0.32 |
| E_{Γ} | 3.25×10^8 Па | D | 0.3 мм |
| ν_{Γ} | 0.29 | F | 8000 Н |

Опишем пошагово алгоритм численного решения задачи.

1. Создание двухслойной геометрии кости и внедрение в нее металлических имплантатов по схеме, представленной на рис. 2.22, с помощью программных продуктов, описанных в главе 4.
2. Задание краевых условий по схеме на рис. 2.23.
3. Первоначальное построение сетки конечных элементов. Стоит отметить, что геометрия кости крайне сложна, поэтому можно пользоваться только разбиением с «умным» линейным размером КЭ (smart size) [4, 98]. Алгоритм выбора «умного» размера КЭ заключается в том, что ANSYS в зависимости от длин ребер геометрической модели подбирает размер КЭ. Чтобы отрегулировать алгоритм выбора «умного» размера, нужно

задать параметр — точность разбиения (size level), который может иметь целые значения 1, 2, ..., 10. Чем меньше значение, тем мельче КЭ, но, соответственно, больше потребуется процессорного времени для решения численной задачи; чем больше величина, тем меньше вероятность, что КЭ разбиение может быть построено для сложной геометрической модели. Для данной задачи выбраны следующие значения параметра точности разбиения: для внутренней кости — 6, для внешней — 2, для имплантатов — 10. Значения выбирались по принципу: максимальный размер КЭ, при котором процесс КЭ разбиения завершился успешно.

4. Определение критических точек. Для этого используем первоначальное КЭ разбиение из пункта выше. Во всех узлах в районе шейки бедра (область А на рис. 2.24) выполним уточнение КЭ разбиения при помощи программы sectionmesh из пункта 4.5.7.1. Выполним численное решение краевой задачи с новым КЭ разбиением. Затем определим максимальные по модулю компоненты напряжений в локальных координатах в верхней и нижней части шейки отдельно (точки А и В на рис. 2.23). В результате получим первоначальные координаты критических точек. Эти координаты запишем в табл. 2.5, шаг 0. Теперь снова возьмем первоначальное КЭ разбиение из пункта 3 данного алгоритма, локально уточним сетку КЭ в этих точках и проведем расчет. В результате получим точки с максимальными величинами напряжений с координатами, немного отличными от первоначальных точек. Координаты запишем в табл. 2.5, шаг 1. Теперь будем использовать новые координаты для дальнейших расчетов. Повторим расчет, пока расстояние между узлами не станет $D \leq 0.3$ мм. В результате получим координаты критических точек при $D \approx 0.3$ мм (см. табл. 2.5, шаг 3).
5. Проводится построение и расчет для разных армирующих конструкций, КЭ разбиение в которых в областях около точек А и В с координатами из

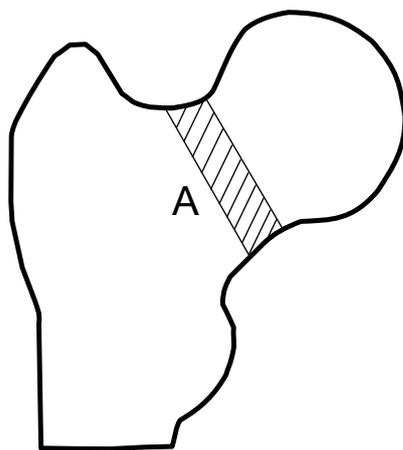


Рис. 2.24. Секция и система координат для уточнения КЭ сетки в области

Таблица 2.5. Координаты критических точек при разном уточнении сетки КЭ в глобальной системе координат XYZ (см. рис. 2.23): шаг 0 — модель с первоначальным разбиением + уточнение в шейке бедра; шаг 1 — модель с первоначальным разбиением + уточнение в локальных точках; шаг 2 — модель из шага 1 + уточнение в локальных точках; шаг 3 — модель из шага 2 + уточнение в локальных точках (на этом шаге был достигнут требуемый размер КЭ — $D = 0.3$ см.).

| Шаг | Точка А, мм | | | Точка В, мм | | |
|-----|-------------|-------|-----|-------------|-------|-----|
| | x | y | z | x | y | z |
| 0 | -1.43 | -1.84 | 198 | 2.19 | -8.26 | 169 |
| 1 | | | | 2.22 | -6.01 | 171 |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |

табл. 2.5 из последнего шага (шаг 3) имеет линейный размер $D \approx 0.3$ см.

6. Выводится компонента тензора напряжений в направлении OZ (см. рис. 2.23). Данные выводятся в двух локальных системах координат — для верхней и нижней частей шейки.
7. Расчет проводится дважды, в первом случае при размерах КЭ, меньших 0.3 мм, второй раз — больших 0.3 мм. В excel высчитывается линейная аппроксимация к размеру в 0.3 мм.

8. Производится вычисление оценки эффективности армирования различных конструкций по формуле (2.1).

2.2.5. Анализ результатов численного решения задач

В рамках данного исследования проведено изучение влияния местоположения имплантата, угла его наклона в кости на напряженно-деформированное состояние в шейке бедренной кости. В результате установлено, что наблюдается снижение напряженности в опасных точках в зависимости от кратчайшего расстояния между критической точкой и имплантатом, т.е. чем меньше расстояние, тем сильнее снижается напряженность. Однако расстояние не должно быть меньше некоторого минимума, поскольку с точки зрения медицины это расстояние не может быть меньше ширины кортикального слоя, чтобы не задеть его. В результате многочисленных вариативных расчетов было определено наилучшее положение, при котором имплантаты обладают наибольшей эффективностью армирования. Эти положения схематично изображены на рис. 2.22.

В табл. 2.6 приведены систематизированные результаты расчетов модуля компоненты $|\sigma_z|$ (именно эта компонента принимает максимальное по модулю значение среди всех компонент тензора деформации) в локальных системах координат в точках А и В для разных типов имплантатов. В колонках $\Delta\sigma_z$ показано, насколько (в процентах) величина $|\sigma_z|$ в конструкции без титановых имплантатов больше, чем в конструкциях с имплантатами, согласно формуле (2.1). Изучение других компонент тензора напряжения не требуется согласно экспериментально (в результате серии расчетов) подтвержденной гипотезе о том, что нормальная компонента σ_z имеет наибольшую величину, а значит, именно эта компонента может быть источником разрушения.

Поскольку кортикальный слой кости, в котором находятся критические точки, имеет линейно-упругие характеристики, процентное отношение напряжения также показывает процентное увеличение силы, которую требуется

приложить для возникновения перелома шейки бедра в армированной кости по сравнению с неармированной.

Таблица 2.6. Значения $|\sigma_z|$ и отношение $\Delta\sigma_z$ разницы величин напряжений в областях сжатия (точка А) и растяжения (точка В).

| Имплантат | Точка А | | Точка В | |
|-----------------------|--------------------|----------------------|--------------------|----------------------|
| | $ \sigma_z $, Па | $\Delta\sigma_z$, % | $ \sigma_z $, Па | $\Delta\sigma_z$, % |
| Интактная кость | 1.64×10^8 | — | 6.57×10^7 | — |
| Спица вверх | 1.49×10^8 | 10.1 | 6.39×10^7 | 2.8 |
| Спица вниз | 1.66×10^8 | 1.2 | 6.10×10^7 | 7.7 |
| Спица + спица | 1.47×10^8 | 11.6 | 5.86×10^7 | 12.1 |
| Спица посередине | 1.60×10^8 | 2.5 | 6.49×10^7 | 1.2 |
| Шнек | 1.64×10^8 | 0.0 | 6.47×10^7 | 1.5 |
| Штопор | 1.66×10^8 | 1.2 | 6.32×10^7 | 4.0 |
| Штопор и спица | 1.69×10^8 | 3.2 | 5.96×10^7 | 10.2 |
| Спица + спица снаружи | 0.91×10^8 | 80.2 | 2.90×10^7 | 126.6 |

Анализ данных в табл. 2.6 свидетельствует о том, что наиболее рациональной конструкцией (для данного вида нагрузки) является система «кость — спица + спица» в смысле снижения уровня нагрузки. Кроме этого, в технологическом, медицинском и финансовом смысле это оптимальный вариант превентивного «лечения» костной ткани от переломов шейки бедра. Отметим, что для данной схемы армирования «спица + спица» величина $\Delta\sigma_z$ для двухслойной линейной модели практически совпадает с этой же величиной для однослойной нелинейной модели (см. параграф 2.1).

Интересный результат получен для схемы армирования, представленной на рис. 2.22, з. Здесь верхняя и нижняя спицы частично проходят вне шейки бедра и величина напряжений в точке А снижается в 1.8, а в точке В — в 2.26 раза. Поэтому, если в медицинской практике такое армирование возможно, то

оно дает наибольшее снижение концентрации напряжений. Но в дальнейшем в качестве основной схемы армирования будет рассматриваться схема «спица + спица», когда обе они находятся внутри шейки бедра, и именно с такой конструкцией выполнены дальнейшие численные эксперименты.

В заключение параграфа сделаем некоторые предварительные выводы. В данном разделе предложена новая методика построения геометрии бедренной кости, доработаны и разработаны новые необходимые программные инструменты и спецификации, а также реализована программа для конвертирования данных в необходимый формат. Проведен расчет для различных расположений имплантатов в кости. Проанализированы результаты и выбрана наиболее рациональная конструкция для армирования и дальнейших исследований — «кость — спица + спица». По результатам расчетов такая конструкция позволяет снизить наибольшие напряжения в шейке бедра примерно на 12%.

2.3. Двухслойная изотропная модель с нелинейной диаграммой деформирования

В данном разделе произведен численный эксперимент с наиболее эффективной системой армирования «кость — спица + спица» (согласно исследованию из раздела 2.2). Однако для кортикального слоя используются нелинейные характеристики диаграммы деформирования из раздела 2.1.

Краевые условия такие же, как в разделе 2.2, см. рис. 2.23. Рассматривается конструкция из рис. 2.22, г. Механические характеристики заданы в табл. 2.3, только вместо $E_k = \text{const}$ используется секущий модуль $E_k = E_k(\varepsilon) = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$, где график зависимости «напряжение — деформация» представлен на рис. 2.1. Параметры настройки расчета пакета ANSYS указаны на рис. 2.14. КЭ сетка и геометрия конструкций аналогичны исследованию в разделе 2.2. Координаты критических точек представлены в табл. 2.7, и они несколько отличаются от представленных в табл. 2.5.

Таблица 2.7. Координаты критических точек при разном уточнении сетки КЭ в глобальной системе координат XYZ (см. рис. 2.23): шаг 0 — модель с первоначальным разбиением + уточнение в шейке бедра; шаг 1 — модель с первоначальным разбиением + уточнение в локальных точках; шаг 2 — модель из шага 1 + уточнение в локальных точках; шаг 3 — модель из шага 2 + уточнение в локальных точках (на этом шаге была достигнута требуемая величина размера КЭ — $D = 0.3$ см.).

| Шаг | Точка А, мм | | | Точка В, мм | | |
|-----|-------------|-------|-----|-------------|-------|-----|
| | x | y | z | x | y | z |
| 0 | -1.34 | -10.4 | 192 | 21.0 | -3.80 | 172 |
| 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |

В данной части исследования проведен сравнительный анализ напряженно-деформированного состояния конструкции «кость — спица + спица» и интактной кости по методике исследования из раздела 2.2. Результаты анализа отображены в табл. 2.8.

Таблица 2.8. Максимальные (по модулю) значения σ_z и отношение $\Delta\sigma_z$ разницы величин напряжений в областях сжатия (точка А) и растяжения (точка В).

| Имплантат | Точка А | | Точка В | |
|-----------------|--------------------|----------------------|--------------------|----------------------|
| | σ_z , Па | $\Delta\sigma_z$, % | σ_z , Па | $\Delta\sigma_z$, % |
| Интактная кость | 1.38×10^8 | — | 6.33×10^7 | — |
| Спица + спица | 1.21×10^8 | 13.6 | 5.92×10^7 | 7.0 |

Анализ данных этой таблицы показывает, что прочность в такой модели в верхней точке увеличилась по сравнению с линейной моделью и в то же время эффективность армирования в нижней точке уменьшилось (см. для сравнения табл. 2.6). Так как кортикальный слой кости имеет нелинейно-упругие характеристики, то численное значение величины $\Delta\sigma_z$

нельзя напрямую использовать для оценки соответствующего приращения силы ΔF , которую необходимо приложить, чтобы вызвать возможный перелом. Путем последовательного увеличения силы, приложенной к кости, было определено, что верхняя критическая точка находится в нелинейной области деформирования и величина $\Delta\sigma_z = 13.6\%$ соответствует приращению силы $\Delta F = 26.5\%$. В пункте 2.2 установлена величина разрушающей силы при падении человека $F = 7800$ Н для неармированной (интактной) костной ткани. Таким образом, полученные значения ΔF свидетельствуют, что в армированной костной ткани в верхней критической точке (при разрушении от сжатия) она может выдержать нагрузку уже $F = 10890$ Н, а если разрушение происходит от растяжения (нижняя критическая точка), то выдержит $F = 8510$ Н ($\Delta\sigma_z = 7\%$, $\Delta F = 6\%$).

2.4. Экспериментальное исследование разрушения

армированной и неармированной бедренной кости на биоманекенах

Выполненные выше исследования влияния армирования на напряженно-деформированное состояние костной ткани касались нагрузок, которые испытывает человек, например, при падении. Но во многих случаях эти нагрузки не являются предельными в смысле разрушения (переломов). Вопрос, связанный с разрушающими нагрузками для бедренной кости, столь детально не исследован, но единичные работы в этом направлении имеются [14, 51, 120], однако в основном для трупной кости. Теоретических и экспериментальных исследований, посвященных влиянию армирования на прочность костной ткани в условиях разрушения, вообще в научной литературе не имеется. Поэтому целью данного раздела является экспериментальное исследование разрушающих нагрузок для армированной и неармированной шейки бедра и

бедренной кости на биоманекенах с целью выяснения влияния армирования на характеристики прочности кости. Это также служит для обоснования процедуры профилактического остеосинтеза шейки бедренной кости.

В качестве исходного материала для имплантатов взят технический титан медицинского применения. Основной особенностью используемого титана является то, что он находится в наноструктурированном состоянии. Такое структурное состояние позволяет формировать качественно новые эксплуатационные свойства, выраженные в высоком уровне предела прочности — до 1300 МПа.

Нагрузочные испытания проводились согласно постановкам краевых задач, описанных в пункте 2.2. Изучению были подвергнуты различные системы «кость-имплантат», армированные различными типами оригинальных имплантатов (описание имплантатов представлено в пункте 2.1.3). Сравнение производилось с результатами исследования для интактных (неармированных) образцов.



Рис. 2.25. Расположение системы в динамометре INSTRON 5982

Исследуемые системы подвергалась дозированной нагрузке по оси конечности, а также перпендикулярно оси бедренной кости с силой, направленной на область большого вертела, до полного разрушения со скоростью 5 мм/мин на универсальном динамометре INSTRON 5982 (рис. 2.25).

В результате проведенного исследования было выявлено, что разрушение

интактных образцов при нагрузке по оси бедра (табл. 2.9, рис. 2.26, 2.27, 2.31, 2.30) в большинстве случаев происходило в области шейки при средней нагрузке 1.346 ± 0.15 КН на 361 секунде эксперимента. Системы, фиксированные спицей, разрушались в подвертельной зоне при средней нагрузке $1.652 \pm$

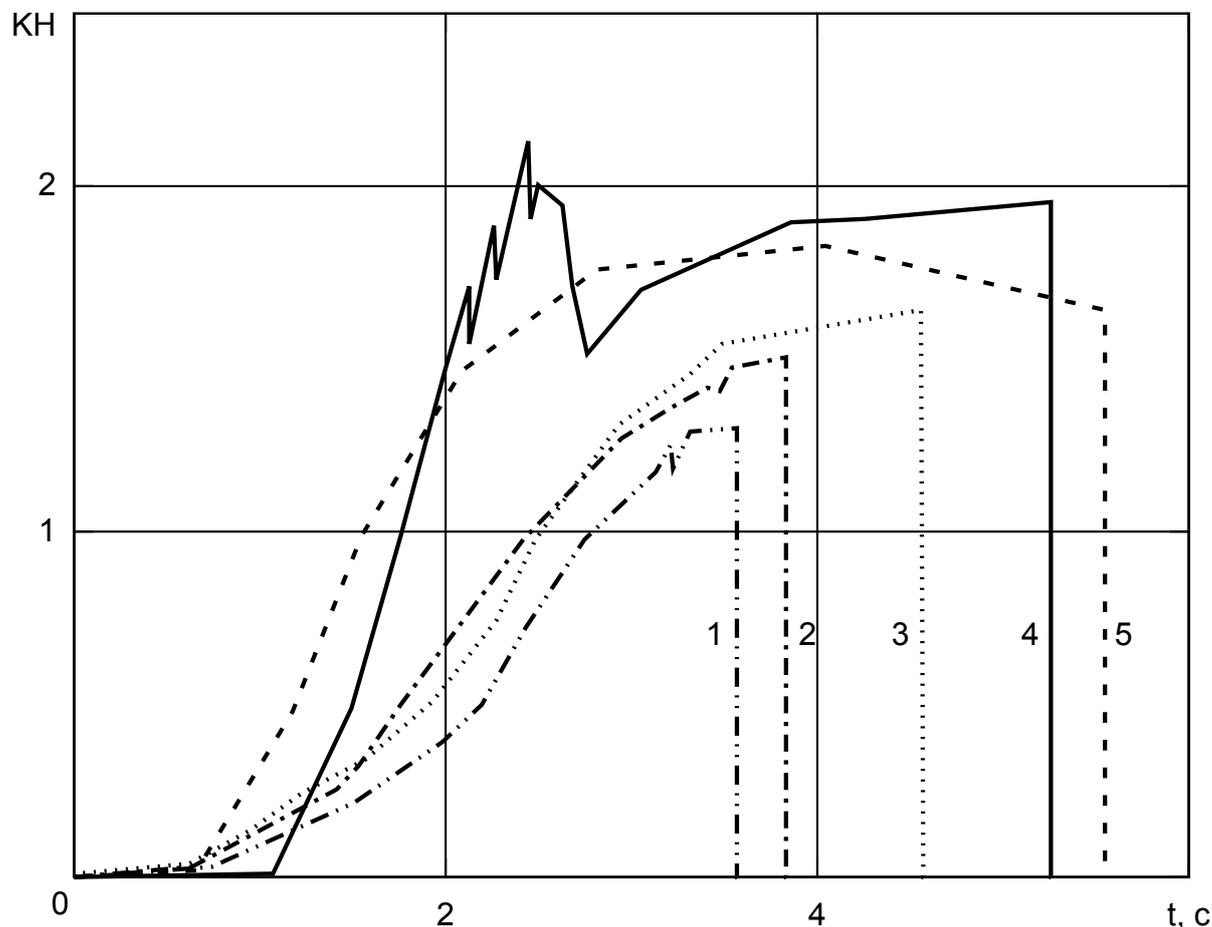


Рис. 2.26. Диаграмма нагрузки на головку кости во время эксперимента при сжатии вдоль механической оси бедренной кости: 1 — интактная кость; имплантаты: 2 — спица, 3 — три спицы, 4 — спираль, 5 — спираль + спица.

0.15 КН на 386 секунде эксперимента, что на 22.7% превышает нагрузку для интактных образцов. Системы, фиксированные тремя спицами, также разрушались в подвертельной зоне, при этом теряли устойчивость при нагрузке 1.890 ± 0.15 КН на 463 секунде, прочность образцов превосходила прочность интактных образцов в среднем на 40.1%. Системы, фиксированные винтом-штопором, разрушались при нагрузке 2.100 ± 0.15 КН, в то же время

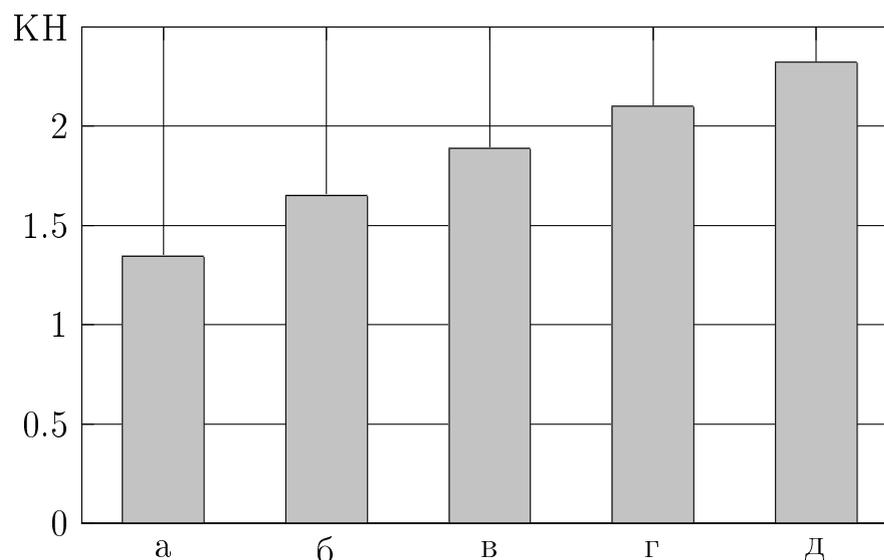


Рис. 2.27. Величины максимальных нагрузок систем при сжатии вдоль механической оси бедренной кости: а — интактная кость; имплантаты: б — спица, в — три спицы, г — спираль, д — спираль + спица.

Таблица 2.9. Механические характеристики систем при сжатии вдоль механической оси бедренной кости.

| Системы | Максимальная нагрузка, ± 0.15 , КН | Продолжительность деформирования в области упругости, сек | Начало нелинейного деформирования, сек |
|-------------------|--|---|--|
| Интактный образец | 1.346 | 346 | 361 |
| Спица | 1.652 | 362 | 386 |
| 3 спицы | 1.890 | 391 | 463 |
| Спираль | 2.100 | 198 | 561 |
| Спираль + спица | 2.323 | 243 | 532 |

они продемонстрировали наибольшую временную резистентность, так как теряли устойчивость лишь на 561 секунде эксперимента. Прочность систем, фиксированных винтом, была выше на 56.1% по сравнению с интактными

образцами. Наиболее прочными из всех систем «кость — имплант» при осевом сжатии были образцы, фиксированные спицей, а также по схеме «винт — штопор», которые сохраняли структурную состоятельность при нагрузках менее 2.323 ± 0.15 кН. Сопротивляемость осевой нагрузке была на 72.6% выше сопротивляемости интактных образцов, при этом было отмечено падение нагрузок до значений, сопоставимых с резистентностью систем, фиксированных винтами, с разрушением систем на 532 секунде эксперимента.

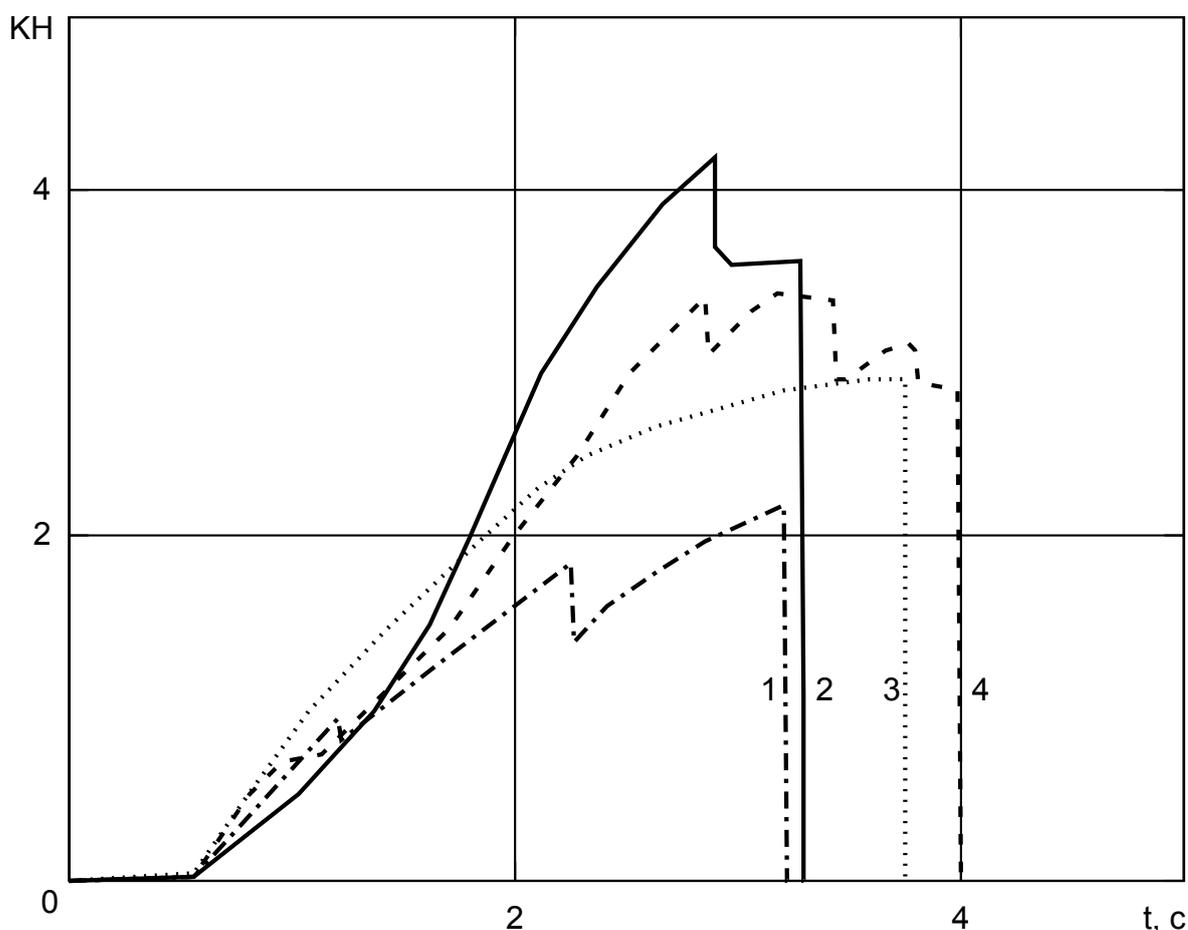


Рис. 2.28. Диаграмма нагрузки на головку кости во время эксперимента при сжатии вдоль оси шейки бедренной кости: 1 — интактная кость; имплантаты: 2 — спица, 3 — три спицы, 4 — спираль.

При компрессии аналогичных систем по оси шейки бедренной кости (табл. 2.10, рис. 2.28, 2.29, 2.32) в большинстве случаев отмечено разрушение области шейки бедренной кости в области перехода медиальной кортикальной

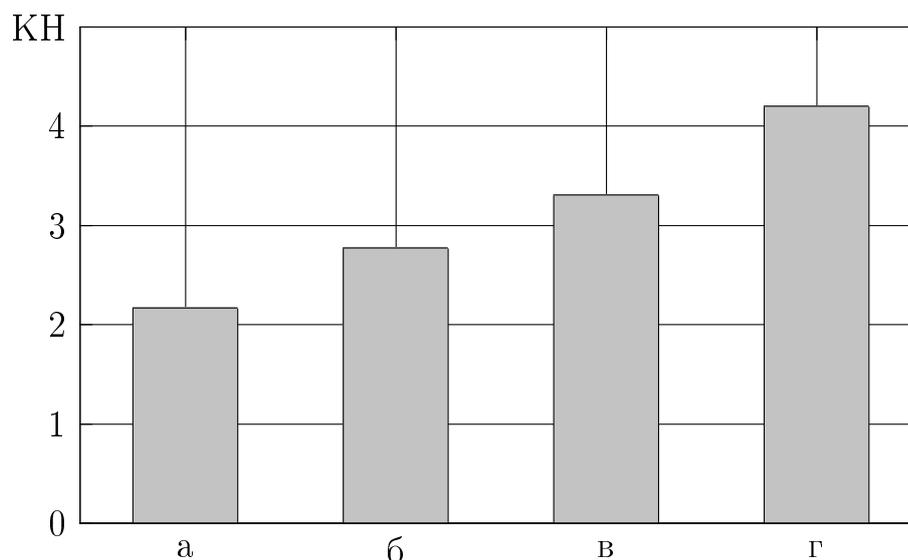


Рис. 2.29. Величины максимальных нагрузок систем при сжатии вдоль оси шейки бедренной кости: а — интактная кость; имплантаты: б — спица, в — три спицы, г — спираль.

пластины (дуги Адамса) в межvertebralную линию. Так, интактный образец терял структурную состоятельность при средней нагрузке 2.171 ± 0.15 КН на 331 секунде эксперимента. Системы, фиксированные спицей, разрушались при нагрузке 2.774 ± 0.15 КН на 385 секунде, при этом прочность систем была выше интактных образцов в среднем на 27.9%. Изученные образцы, фиксированные перекрещивающимися спицами, были на 52.6% прочнее интактных, так как разрушались при средней нагрузке 3.308 ± 0.15 КН на 410 секунде эксперимента. Наиболее прочными из изученных при компрессии по оси шейки были системы, фиксированные по схеме «винт – штопор», так как оставались устойчивыми при нагрузках менее 4.205 ± 0.15 КН до 361 секунды эксперимента.

Особенностью систем, фиксированных спицами, при сжатии вдоль механической оси бедренной кости (вне зависимости от компоновки имплантов) было разрушение образцов в подvertebralной зоне непосредственно под спицей, что, несомненно, свидетельствует о феномене «шунтирования» нагрузок. Данные, полученные при анализе сопротивляемости осевой нагрузке, несомненно, свидетельствуют о преимуществах систем, фиксированных винтами либо их комбинациями со спицами, что, по всей видимости, связано с большей

Таблица 2.10. Механические характеристики систем при сжатии вдоль оси шейки бедренной кости.

| Системы | Максимальная нагрузка, ± 0.15 , КН | Продолжительность деформирования в области упругости, сек | Начало нелинейного деформирования, сек |
|-------------------|--|---|--|
| Интактный образец | 2.171 | 231 | 331 |
| Спица | 2.774 | 336 | 385 |
| 3 спицы | 3.308 | 359 | 410 |
| Спираль | 4.205 | 361 | 338 |

площадью контакта в системах «кость — имплант», при этом прочность увеличивалась от 22 до 70%.

Результаты, полученные при анализе устойчивости синтезированных систем при компрессии по оси шейки, также свидетельствуют о преимуществах систем с наибольшей площадью контакта, при этом сопротивляемость нагрузкам увеличивается от 27 до 93%.

Другой особенностью изученных систем было то, что при нагрузках, приводящих к структурной деформации, их разрушение (в отличие от интактных образцов) происходило не полностью, а, как правило, монокортикально, что не приводило к дальнейшему смещению отломков.

Также было отмечено наличие феномена шунтирования силовых линий и разрушение систем в предимплантной зоне, что, несомненно, требует дальнейшего изучения.

Таким образом, все изученные способы фиксации увеличивают прочность систем «кость-имплант» при компрессии как по оси, так и вдоль шейки бедренной кости. А значит, при широком внедрении в клиническую практику методики профилактического армирования кости при различных процессах

охрупчивания костной ткани проксимального отдела бедра у лиц, склонных к переломам, можно не только избавить их от вероятного перелома бедренной кости, но и сохранить и продлить им жизнь.

В качестве замечания к рис. 2.26 и рис. 2.28 отметим, что начальные зоны диаграмм «нагрузка — время», имеющие горизонтальные участки, можно объяснить приспособляемостью испытуемых систем, связанных с выбором зазоров, которые обязательно имеются в столь сложной системе «конструкция — испытательная машина». Не последнюю роль здесь играет и жесткость испытательной машины, которая также существенно влияет на диаграмму деформирования.



d1



d2



d3

Рис. 2.30. Рентгенограмма схем армирования и результаты испытаний: *d1* — рентгенограмма образца с имплантатом «спираль — спица»; *d2* — изучаемая система «спираль — спица»; *d3* — система «спираль — спица» после разрушения.

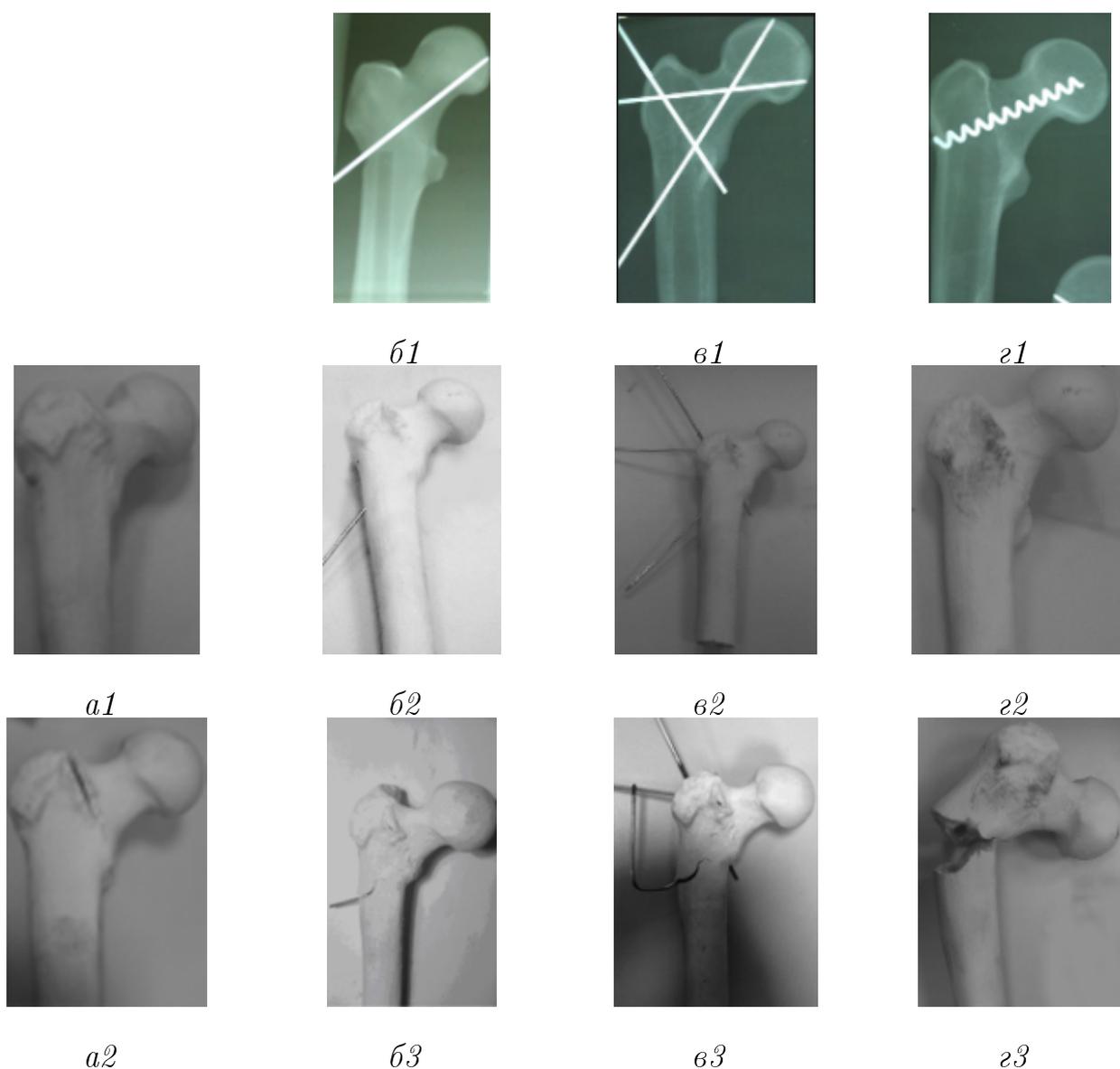


Рис. 2.31. Рентгенограмма схем армирования и результаты испытаний: *a1* — изучаемая система интактного образца; *a2* — система интактного образца после разрушения; *b1* — рентгенограмма образца со спицей; *b2* — изучаемая система образца со спицей; *b3* — система образца со спицей после разрушения; *v1* — рентгенограмма системы с перекрещивающимися спицами; *v2* — изучаемая система с перекрещивающимися спицами; *v3* — система с перекрещивающимися спицами после разрушения; *z1* — рентгенограмма системы со спиралью; *z2* — изучаемая система со спиралью; *z3* — система со спиралью после разрушения; *d1* — рентгенограмма образца с имплантатом «спираль — спица».

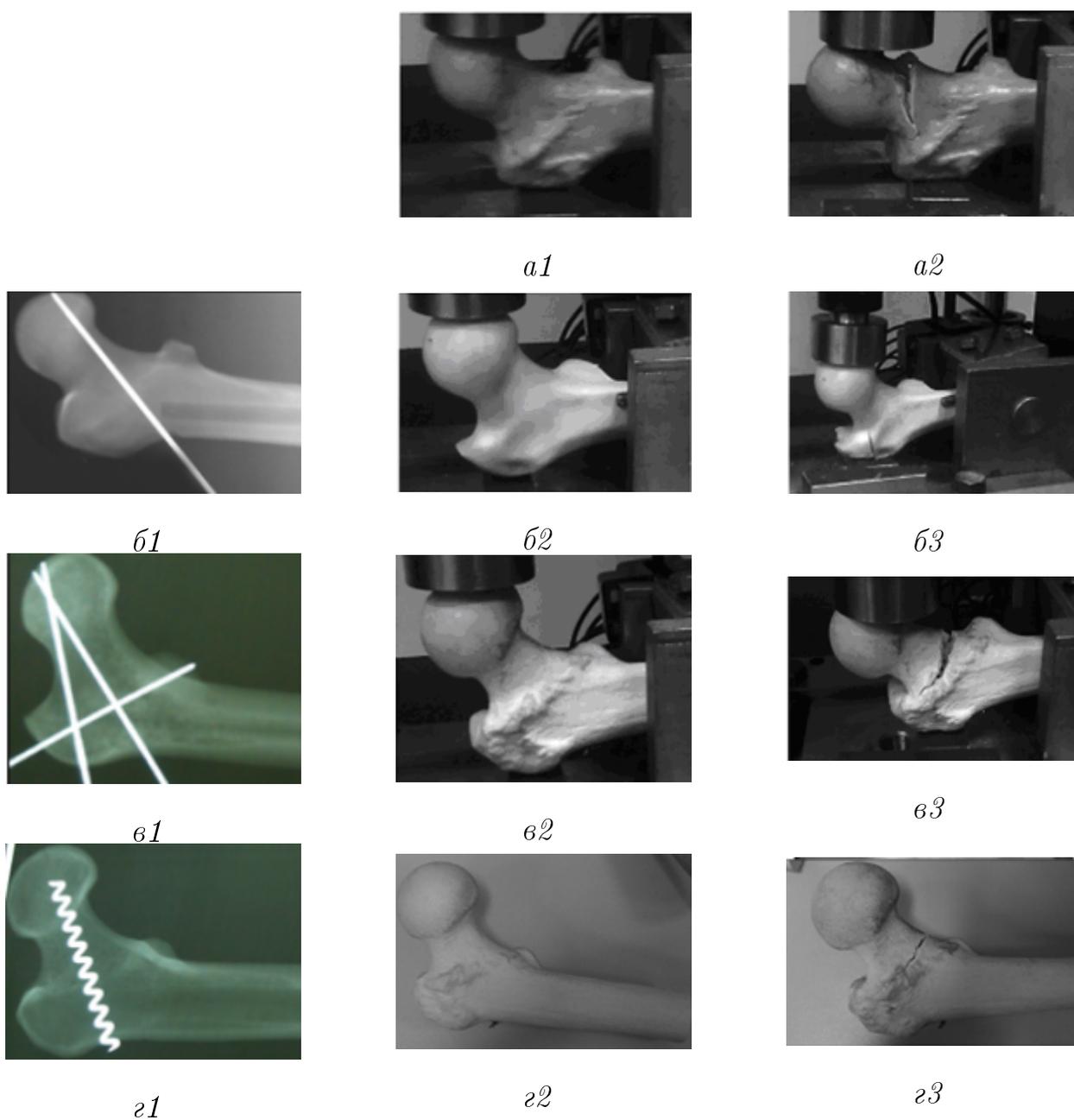


Рис. 2.32. Рентгенограмма схем армирования и результаты испытаний: *a2* — изучаемая система интактного образца; *a3* — система интактного образца после разрушения; *b1* — рентгенограмма образца со спицей; *b2* — изучаемая система образца со спицей; *b3* — система образца со спицей после разрушения; *в1* — рентгенограмма системы с перекрещивающимися спицами; *в2* — изучаемая система с перекрещивающимися спицами; *в3* — система с перекрещивающимися спицами после разрушения; *г1* — рентгенограмма образца с имплантатом «винт – штопор»; *г2* — изучаемый образец с имплантатом «винт – штопор»; *г3* — образец с имплантатом «винт – штопор» после разрушения.

2.5. Выводы по главе 2

1. Разработаны макроскопически изотропные однослойная и двухслойная математические модели деформирования армированной бедренной кости с нелинейной зависимостью диаграммы «напряжение — деформация» в условиях кратковременного («мгновенного») нагружения.
2. Предложен запатентованный спектр армирующих элементов (имплантатов) и схемы рационального армирования шейки бедра для максимального снижения напряженности в костной ткани.
3. Разработаны методы геометрического моделирования армирующих элементов (спица, спираль, винт-штопор) и бедренной кости с использованием ряда сглаживающих фильтров.
4. Разработан метод имплантирования геометрической модели армирующих элементов в однослойную и двухслойную геометрические модели бедренной кости.
5. Сформулирован ряд новых постановок краевых задач для расчета напряженно-деформированного состояния армированной бедренной кости и реализован численный метод их решения при линейной и нелинейной зависимостях диаграммы «напряжение-деформация» в условиях кратковременного нагружения. Выполнены исследования устойчивости и сходимости численного метода.
6. Апостериорный анализ результатов численного расчета позволил установить рациональные схемы армирования и рекомендовать наиболее эффективный имплантат (спица + спица) для максимального снижения напряженности в костной ткани, использование которого снижает максимальные (по модулю) напряжения на 10–13% по сравнению с неармированной шейкой бедра.

7. Впервые выполнены экспериментальные исследования влияния различных армирующих элементов (титановые имплантаты) и схем армирования на разрушение шейки бедра биоманекенов для двух видов напряженного состояния: при сжатии вдоль и поперек механической оси бедренной кости. Установлено, что армирование (спица; три спицы, спираль, спираль + спица) повышает разрушающие нагрузки от 27 до 93% по сравнению с неармированным образцом, что свидетельствует об увеличении прочности систем «бедренная кость–имплантат».
8. Полученные теоретические и экспериментальные результаты могут служить одним из обоснований внедрения в клиническую практику методики профилактического армирования шейки бедра, поскольку данная процедура снижает вероятность ее перелома.

Глава 3

Математическое моделирование деформирования бедренной кости при длительных нагрузках в условиях ползучести

Основная задача превентивного армирования — увеличение прочности бедренной кости до уровня, при котором она сможет выдержать нагрузки, возникающие, например, при падении человека. Однако имплантат будет находиться в бедренной кости длительное время, которое может достигать 10 лет и более. В разделе 1 отмечено, что костная ткань обладает свойствами ползучести, при этом приведенные в этом разделе кривые ползучести реальной костной ткани, по-видимому, единственные в научной литературе. Влиянию реологической деформации на напряженно-деформированное состояние интактной костной ткани посвящены единичные работы, ссылки на которые даны в главе 1. А вопросы влияния ползучести на кинетику армированной костной ткани вообще не изучены в научной литературе. Поэтому целью данной главы является изучение влияния длительных нагрузок на напряженно-деформированные состояния как в интактной, так и в армированной шейке бедра, которые возникают, например, при ходьбе человека. При этом одним из важных вопросов является изучение свойства ползучести уже на созданное имплантатом напряженное состояние в костной ткани.

3.1. Двухслойная линейно-упругая изотропная математическая модель в условиях ползучести

В данной главе изучается напряженно-деформированное состояние линейно-упругой изотропной модели двухслойной бедренной кости человека в

процессе действия длительных (по времени) нагрузок.

В пункте 2.2 проведен анализ влияния армирования шейки бедра различными запатентованными имплантатами на напряженно-деформированное состояние. В результате наиболее рациональной схемой выбрана система «кость — спица + спица». В данной части диссертации используется методика из пункта 2.2, но в более широком спектре исследуемых областей («точек», см. рис. 3.1) и с учетом процесса ползучести.

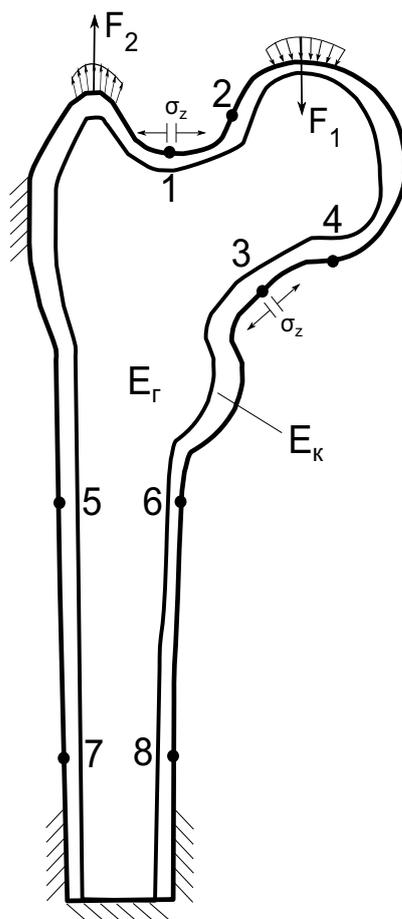


Рис. 3.1. Краевые условия для моделирования деформируемости бедренной кости при длительных нагрузках в условиях ползучести (в точках 1 – 8 проводилось исследование напряженно-деформированного состояния).

В настоящей главе сделана попытка моделирования напряженно-деформированного состояния в бедре человека при длительных нагрузках, которые соответствуют, например, нагрузкам при хождении человека. Процесс хождения человека выбран, потому что это основная нагрузка, приходящаяся на

кость в течение жизни человека, в том числе пожилого возраста. Выбор же линейной теории упругости обусловлен тем, что, например, при хождении нагрузки относительно невысокие и напряжения, возникающие в костной ткани, соответствуют линейному участку деформирования фаз ее материалов.

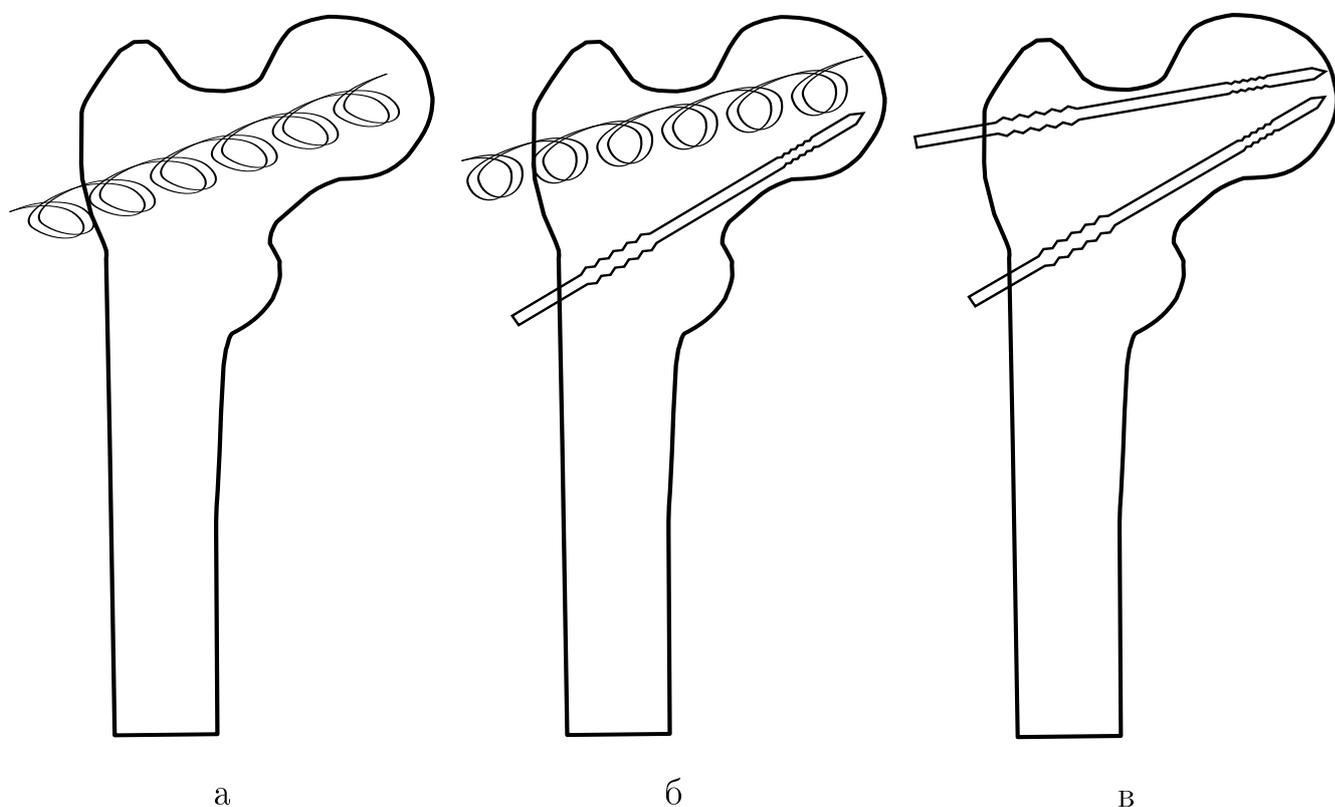


Рис. 3.2. Схемы систем армирования бедренной кости с использованием имплантатов: а — «винт-штопор»; б — «спица + винт-штопор»; в — «спица + спица»

Линейные характеристики аналогичны приведенным в разделе 2.2 и представлены в табл. 3.1, исследуемые системы армирования представлены на рис. 3.2.

Для проведения численных расчетов при решении соответствующих краевых задач необходимо задать краевые условия. Для этой цели выполнен анализ научной литературы по этому вопросу. В работах [85, 108] моделировался процесс хождения человека; согласно рекомендациям этих работ, граничные условия можно представить так, как это показано на рис. 3.1. Там же приведены численные значения равнодействующих сил F_1 и F_2 , действующих на бедренную кость, которые представлены в табл. 3.1.

Таблица 3.1. Механические характеристики материалов: параметры E_k , E_g , E_t — модули упругости компактной, губчатой ткани и титана (материал имплантата) соответственно; ν_k , ν_g , ν_t — коэффициенты Пуассона компактной, губчатой ткани и титана соответственно; D — среднее расстояние между центрами структурных единиц костной ткани; F_1 , F_2 — результирующие силы, действующие на кость.

| Параметр | Значение | Параметр | Значение |
|----------|--------------------------|----------|----------|
| E_k | 17.0×10^{10} Па | D | 0.3 мм |
| ν_k | 0.32 | F_1 | 2000 Н |
| E_g | 3.25×10^8 Па | F_2 | 1300 Н |
| ν_g | 0.29 | | |
| E_t | 1.1×10^{11} Па | | |
| ν_t | 0.32 | | |

3.2. Построение феноменологической модели ползучести костной ткани

Для исследования деформируемости костной ткани при длительных нагрузках одной из основных задач является построение феноменологической теории ползучести. Поскольку в дальнейшем для анализа напряженно-деформированного состояния в армированной и неармированной шейке бедра использовался пакет ANSYS, теория ползучести должна соответствовать хотя бы одной из библиотек этого пакета. Как уже отмечалось, при ходьбе нагрузки незначительны и далеки от предельных критических значений. В связи с этим для построения модели ползучести были использованы реальные экспериментальные данные из работы [22], представленные точками на рис. 3.3. Они получены при напряжениях растяжения $\sigma_0 = 35.71$ МПа и $\sigma_0 = 53.56$ МПа, соответствуют линейному участку диаграммы деформирования (см. рис. 2.1) и составляют значения 0.28 и 0.42 от величины разрушающего напряжения при кратковременном нагружении (по данным работы [22]).

Анализ экспериментальных данных на рис. 3.3 позволяет сделать вывод в пользу выбора классической теории упрочнения [79], тем более, что она имеется в библиотеке программного комплекса ANSYS. Основным вариантом неизотермической теории упрочнения для одноосного случая имеет вид:

$$\dot{p} = C_1 \sigma^{C_2} p^{C_3} e^{-C_4/T}, \quad (3.1)$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 — коэффициенты модели ползучести; p — деформация ползучести; σ — напряжение; T — температура.

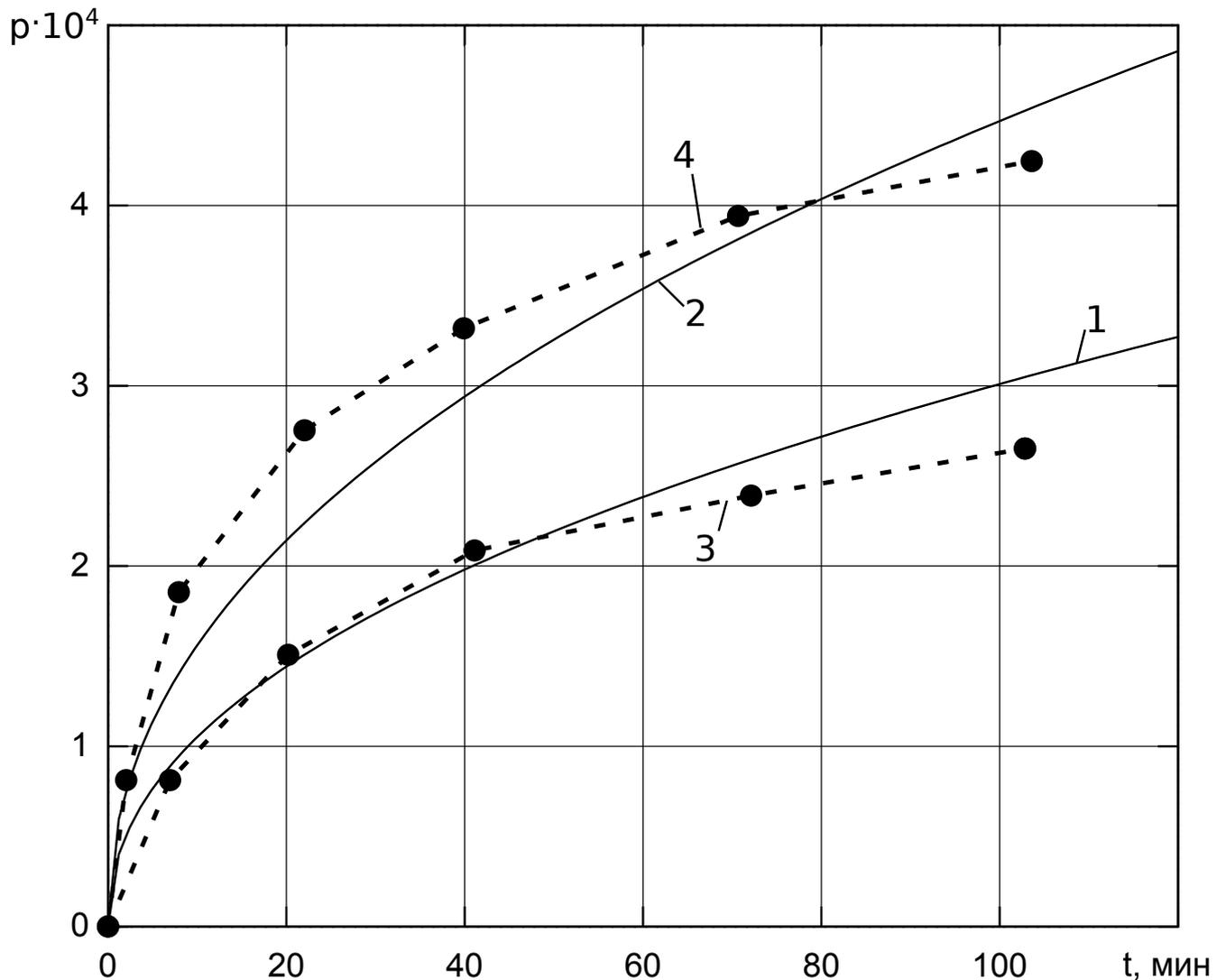


Рис. 3.3. Экспериментальные данные (3, 4) (точки), пунктирная линия — кусочно-линейная аппроксимация, и расчетные (1, 2) кривые одноосной ползучести костной ткани, полученные по теории упрочнения. Цифры: 1, 3 соответствуют растягивающему напряжению $\sigma_0 = 35.71$ МПа; 2, 4 — $\sigma_0 = 53.56$ МПа.

Поскольку температура костной ткани является постоянной (определяется

температурой тела человека), в модели (3.1) величина $C_4 = 0$, и мы имеем изотермический трехпараметрический вариант теории упрочнения. К сожалению, единой универсальной методики идентификации параметров модели (3.1) не существует. Поэтому разработана авторская методика.

Для определения коэффициентов модели ползучести выполним следующие действия. С учетом соотношения $C_4 = 0$ модель ползучести запишем в виде

$$\dot{p} = C_1 \sigma^{C_2} p^{C_3}. \quad (3.2)$$

Проинтегрируем (3.2) при постоянном напряжении $\sigma = \sigma_0 = \text{const}$. Имеем

$$\int_0^p \frac{dp}{p^{C_3}} = C_1 \sigma^{C_2} \int_0^t dt,$$

и после стандартных преобразования получим

$$p(t) = (C_1(1 - C_3))^{\frac{1}{1-C_3}} \sigma_0^{\frac{C_2}{1-C_3}} t^{\frac{1}{1-C_3}}. \quad (3.3)$$

Обозначим (как и в классической теории упрочнения [79])

$$-C_3 = \alpha, \quad m = \frac{1}{(1 + \alpha)}.$$

Тогда (3.3) принимает вид

$$p(t) = \left(\frac{C_1}{m}\right)^m \sigma_0^{C_2 m} t^m. \quad (3.4)$$

Для определения параметра m на каждой кривой возьмем 2 точки t_1 и t_2 (схематически это изображено на рис. 3.4) и составим соотношение

$$\frac{p(t_2)}{p(t_1)} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^m,$$

откуда

$$m = \ln \frac{p(t_2)}{p(t_1)} / \ln \frac{t_2}{t_1}. \quad (3.5)$$

Процедуру (3.5) необходимо применить к разным точкам t разных кривых $\sigma_0^{(i)}$ ($i = 1, 2$) и затем осреднить полученный спектр значений m , в результате получим необходимое значение этого параметра.

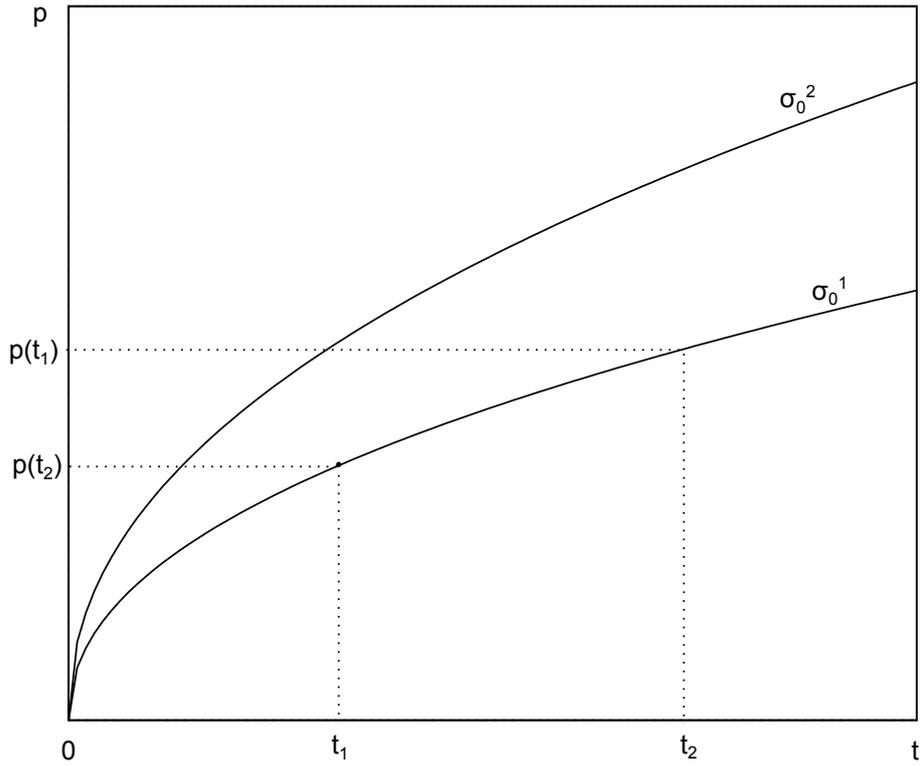


Рис. 3.4. Схематическое изображение кривых ползучести для идентификации параметров.

Теперь определим C_2 . Для этого выберем конкретные значения времени t и два разных значения $\sigma_0^{(1)}$ и $\sigma_0^{(2)}$, тогда из (3.4) получим

$$\frac{p(\sigma_0^{(2)}, t)}{p(\sigma_0^{(1)}, t)} = \left(\frac{\sigma_0^{(2)}}{\sigma_0^{(1)}} \right)^{C_2 m},$$

откуда определим величину C_2 :

$$C_2 = \frac{1}{m} \ln \frac{p(\sigma_0^{(2)}, t)}{p(\sigma_0^{(1)}, t)} / \ln \frac{\sigma_0^{(2)}}{\sigma_0^{(1)}}, \quad (3.6)$$

где m определено ранее. Процедуру (3.6) необходимо применить для разных t и разных $\frac{\sigma_0^{(i)}}{\sigma_0^{(k)}}$ ($i, k = 1, 2; i \neq k$) и осреднить полученные результаты. Таким образом, будет найдено окончательное осредненное значение C_2 .

Если известны величины m и C_2 , то величину C_1 можно определить из выражения (3.4):

$$C_1 = m \left(\frac{p(t)}{\sigma_0^{C_2 m} t^m} \right)^{-m}. \quad (3.7)$$

Процедуру (3.7) необходимо применить для разных t и $\sigma_0^{(i)}$, в результате получим окончательное осредненное значение параметра C_1 .

Применение разработанной методики идентификации позволило определить параметры модели (3.2), значения которых приведены в табл. 3.2. Для определения коэффициентов (применения методики для различных кривых и различных точек кривых ползучести) разработана программа, подробное описание которой представлено в разделе 4.6.

Таблица 3.2. Параметры модели ползучести костной ткани (3.2).

| Параметр | Значение |
|----------|--------------------------|
| C_1 | 1.1218×10^{-28} |
| C_2 | 2.1351 |
| C_3 | -1.1883 |

Результаты построения расчетных кривых ползучести костной ткани по модели (3.2) при постоянных напряжениях (т.е. по формуле (3.3)) и найденных значениях C_1 , C_2 , C_3 (см. табл. 3.2) приведены на рис. 3.3 сплошными линиями. В целом соответствие расчетных данных экспериментальным удовлетворительное. Отклонение расчетных данных деформации ползучести p от экспериментальных значений \tilde{p} в норме:

$$\Delta = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\sum_{k=1}^n (p^i(t_k) - \tilde{p}^i(t_k))^2}{\sum_{k=1}^n (\tilde{p}^i(t_k))^2} \right)} \times 100\%,$$

где $i = 1, 2$ — соответствует кривым ползучести при $\sigma_0 = 35.71$ МПа ($i = 1$) и $\sigma_0 = 53.56$ МПа ($i = 2$); t_k — значения времени, в которых вычисляются значения деформации ползучести $p^i(t_k)$ и $\tilde{p}^i(t_k)$ на обеих кривых; $n = 6$ — общее число экспериментальных точек, дает значение $\Delta = 17.9$ %, что можно считать удовлетворительным для теории ползучести [79].

3.2.1. Методика и алгоритм численного решения задачи и анализ результатов

Для сравнительного анализа влияния времени выдержки на кинетику напряженно-деформированного состояния в костной ткани расчеты выполнялись для временных интервалов 4 часа, 30 дней и 1 год. Согласно рекомендациям и исследованиям [95], время $t = 4$ часа интегрально соответствует 8 – часовой ходьбе с попеременным переставлением ног и последующим 16 – часовым отдыхом (для ног), т.е. это суточная нагрузка на бедренную кость.

Численные эксперименты проведены в программном комплексе конечно-элементного анализа ANSYS. Алгоритм расчета ползучести отличается от расчетов при «мгновенном» приложении нагрузки. Для проведения расчета в условиях ползучести необходимо [3, 28]:

1. Задать краевые условия, геометрию кости, построить КЭ сетку, задать механические характеристики. Эта часть подготовки расчета аналогична заданию данных из раздела 2.2.
2. Провести расчет для упругой задачи. Для этого в ANSYS необходимо:
 - а) перейти в меню Main menu > Solution > Analysis > Sol'n Controls;
 - б) задать параметр Time at end of loadstep = 1;
 - в) задать настройку Frequency = Write every substep, данная настройка позволит запомнить напряженно-деформированное состояние на каждом шаге;
 - г) выполнить Main menu > Solution > Solve > Current LS.
3. Провести расчет задачи по времени. Для этого в ANSYS необходимо:
 - а) перейти в меню Main menu > Solution > Analysis > Sol'n Controls;
 - б) задать параметр Time at end of loadstep = 31500000, величина 31500000 секунд примерно соответствует одному году;

- в) задать Time increment = true;
 - г) задать Time step size = 5;
 - д) задать Minimum time step = 1;
 - е) задать Maximum time step = 31500000, такое значение позволит не ограничивать максимальный шаг во время всего расчета;
 - ж) выполнить Main menu > Solution > Solve > Current LS.
4. Вывести результаты эксперимента по всем шагам в заданных точках Main menu > TimeHist Postpro. В качестве альтернативы пункту 4 можно выбрать шаг в Main menu > General Postproc > Result Viewer, а затем вывести значения напряжений с помощью комплекса вспомогательных программ из главы 4.

Важной особенностью алгоритма вычисления в ANSYS является то, что алгоритм может автоматически (если он «считает» это возможным по критериям сходимости) увеличивать временное значение шага на коэффициент $k = 1.5$, т.е. если первый шаг, допустим, $\Delta t_1 = 1$ сек., то $\Delta t_2 = k \times \Delta t_1 = 1.5$ сек. и т.д. Это заметно ускоряет процесс вычисления. Полезной является информация о том, насколько дольше будет происходить расчет ползучести длительностью 1 год по сравнению с 4 ч. Для этого вычислим количество шагов, которые требуются для завершения численного эксперимента при помощи формулы геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad (3.8)$$

где n — количество шагов; b_1 — первый член геометрической прогрессии; q — шаг прогрессии; S_n — сумма прогрессии.

Рассмотрим специфику алгоритма решения задачи ползучести в ANSYS: шаг по времени начинается с одной секунды; величина первого шага по времени $\Delta t_{lin} = 1$ сек. расходуется на решение упругой задачи, поэтому

первый шаг ползучести начинается с секунды 2. Таким образом, величина шага, начинающегося со второй секунды, не увеличивается на коэффициент k , поскольку секунда 2 является первым шагом в численном алгоритме расчета ползучести; величины третьего и последующего шагов уже умножаются на коэффициент k ; величина последнего шага в сумме с предыдущим временем должна равняться заданному конечному времени; коэффициент увеличения шага имеет значение $k = 1.5$. Переходя к параметрам геометрической прогрессии, из (3.8) можно сделать вывод, что

$$q = k = 1.5, b_{lin} = \Delta t_{lin} = 1, b_1 = \Delta t_1^p,$$

тогда для $n \geq 4$ получаем формулу

$$n = \left[\frac{\ln((S_n - b_1 - b_l)(q - 1)/b_1 + 1)}{\ln(q)} \right] + 1,$$

где скобки $[\bullet]$ означают оператор вычисления целой части от числа внутри скобок. Этот оператор появился из-за особенности алгоритма, согласно которому последний шаг должен обязательно привести суммарное время к значению времени окончания расчета, заданного в программе (подробнее см. выше).

Для $S_n = 4$ ч. (для вычисления все временные параметры переводятся в секунды) получим $n = 19$ шагов, для $S_n = 1$ год получаем $n = 38$ шагов. Таким образом, увеличение длительности эксперимента по времени в 2190 раз увеличивает время расчета всего в 2 раза.

В качестве примера проанализируем результаты расчета длительностью в 1 год (они включают в себя длительности 4 ч. и 30 дней). Выполненный анализ в условиях длительного нагружения (длительность 1 год) показал, что происходит существенная релаксация величины σ_z в критических областях (в областях, где возможно зарождение разрушения кости при «мгновенных» нагрузках), причем релаксация в армированной шейке бедра происходит более интенсивно, чем в неармированной. В качестве примера на рис. 3.5 показана

зависимость максимального напряжения $\sigma_z(t)$ в локальных системах координат для имплантатов в критических точках 1 и 3 (см. нумерацию точек на рис. 3.1), из которого следует, что вследствие ползучести напряженность в наиболее опасных областях за счет армирования снижается более чем на 18%, следовательно, уменьшается вероятность перелома шейки бедра. Стоит отметить, что наиболее эффективной системой по отношению к величине скорости релаксации в этом исследовании также оказалась система «кость — спица + спица».

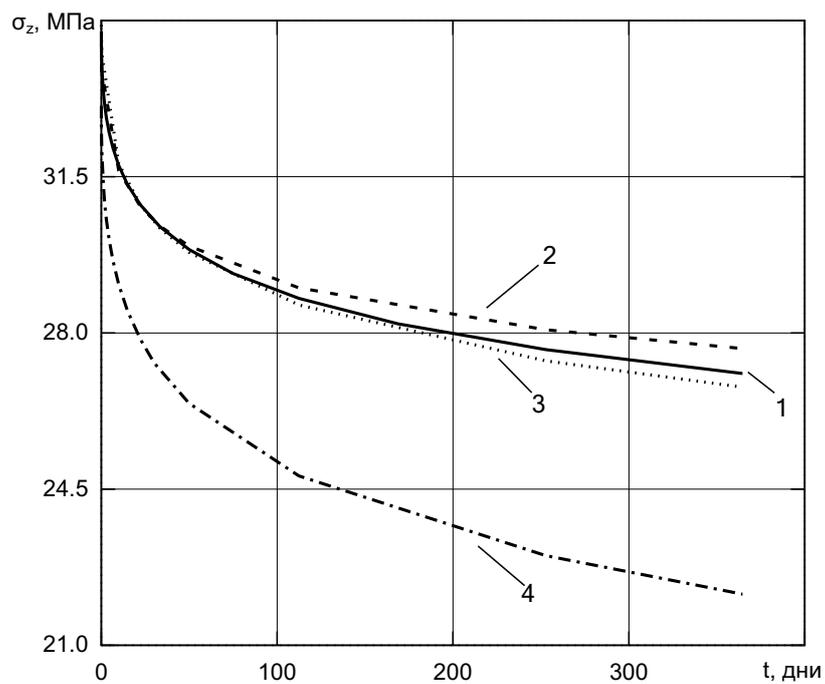
Это крайне важный с точки зрения практики результат, поскольку армирование ускоряет процесс релаксации напряжений вследствие ползучести при длительной временной нагрузке (типа веса тела), т.е. происходит разгрузка наиболее нагруженных областей естественным образом. Поэтому, если в какой-то момент времени будут воздействовать «мгновенные» нагрузки (падение человека), то напряженное состояние от них будет уже накладываться на «рабочие» остаточные напряжения после упругой разгрузки от повседневных нагрузок, а они с течением времени уменьшаются.

В табл. 3.3 приведены результаты для всех исследуемых точек, изображенных на рис. 3.1 (номера точек приведены в нулевой строке таблицы). Строки с величиной времени $t = 1$ с — это напряжения σ_z при решении чисто упругой задачи после приложения внешней нагрузки (см. рис. 3.1). В строках таблицы, соответствующих времени 4 ч., 30 дней, 365 дней, приведены значения величины

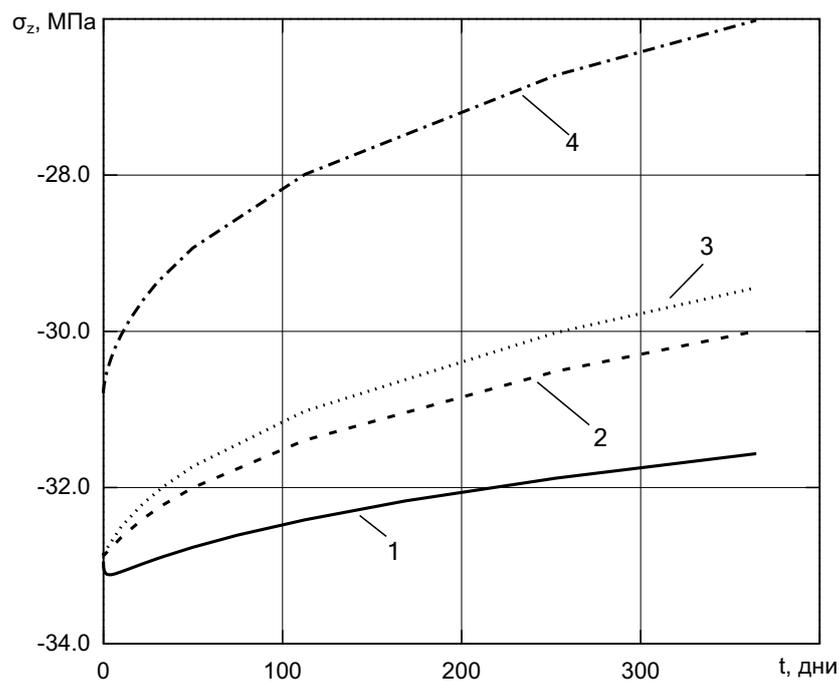
$$\Delta\sigma_z = \frac{|\sigma_z^y - \sigma_z^p|}{|\sigma_z^p|} \times 100\%,$$

где σ_z^y — напряжение σ_z , соответствующее упругому решению; σ_z^p — напряжение σ_z , полученное в процессе релаксации вследствие ползучести к моменту окончания длительного нагружения (4 ч., 30 дней или 1 год).

Значение $\Delta\sigma_z$ характеризует степень релаксации напряжений, которая протекает естественным образом при естественных нагрузках, действующих



а



б

Рис. 3.5. Кинетика напряжения $\sigma_z(t)$ в «критических точках» вследствие ползучести: а — точка 1; б — точка 3 (нумерация — на рис. 3.1). Цифры: 1 — неармированная кость; 2 — армирование «винт-штопор»; 3 — армирование «винт-штопор + спица»; 4 — армирование «спица + спица».

на человека. Как следует из данных табл. 3.3, наибольшая релаксация наблюдается в системе «кость — спица + спица» в самой опасной точке №1 и составляет около 49%. Стоит отметить, что напряжения в теле шейки выше, чем в шейке, и почти не снижаются, однако тело бедренной кости не так сильно «страдает», как шейка бедра.

Таблица 3.3. Значения напряжений $\sigma_z(t)$ для упругой задачи (без учета ползучести) и процентное отношение величины релаксации в характерных точках 1 – 8 (рис. 3.1).

| Имплантат | Время | $\sigma_z(t)$ (МПа) и степень релаксации (%) | | | | | | | |
|----------------------------|--------------------|--|-------|------------|-------|------|-------|------|-------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| — | 1 с; $\sigma_z(t)$ | 34.8 | -19.2 | -32.9 | -16.3 | 34.5 | -40.4 | 41.9 | -49.5 |
| | 4 ч | 2% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% |
| | 30 д | 14% | 9% | 0% | 4% | 1% | 2% | 1% | 1% |
| | 365 д | 28% | 31% | 4% | 11% | 5% | 8% | 1% | 3% |
| спица + спица | 1 с; $\sigma_z(t)$ | 33.1 | -19.3 | -30.8 | -15.4 | 31.0 | -33.2 | 29.5 | -36.0 |
| | 4 ч | 2% | 1% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% |
| | 30 д | 21% | 13% | 5% | 6% | 1% | 0% | 0% | 1% |
| | 365 д | 49% | 46% | 18% | 23% | 1% | 3% | 3% | 3% |
| винт- штопор | 1 с; $\sigma_z(t)$ | 34.5 | -19.2 | -32.8 | -16.1 | 34.4 | -40.7 | 41.6 | -49.2 |
| | 4 ч | 2% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% |
| | 30 д | 13% | 10% | 2% | 3% | 1% | 1% | 0% | 2% |
| | 365 д | 25% | 38% | 9% | 9% | 6% | 7% | 1% | 5% |
| винт- штопор + спица | 1 с; $\sigma_z(t)$ | 34.9 | -19.4 | -32.8 | -16.0 | 34.2 | -40.0 | 41.7 | -48.9 |
| | 4 ч | 2% | 1% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% |
| | 30 д | 14% | 12% | 2% | 4% | 0% | 0% | 1% | 3% |
| | 365 д | 30% | 41% | 12% | 15% | 2% | 4% | 0% | 6% |

Таким образом, получен неожиданный результат: при превентивном армировании естественным образом (вследствии свойства ползучести костной ткани) происходит существенная разгрузка (релаксация напряжений) напряженности

шейки бедра. Связано это с тем, что поскольку титан в этих условиях (температура тела человека) не обладает свойствами ползучести, напряжения из костной ткани «перекачиваются» в металлический имплантат.

3.3. Выводы по главе 3

1. Разработана математическая модель оценки влияния армирующих элементов на деформирование бедренной кости при длительных статических нагрузках в условиях ползучести.
2. Построена феноменологическая модель ползучести компактной костной ткани на основе теории упрочнения, предложена методика идентификации ее параметров и выполнена проверка адекватности экспериментальным данным.
3. Разработан и реализован численный метод решения краевой задачи ползучести бедренной кости с различными армирующими элементами в условиях длительного стационарного нагружения. Выполненный анализ показал, что происходит существенная релаксация напряжений в наиболее нагруженных областях вследствие ползучести, причем в армированной шейке бедра она происходит более интенсивно, чем в неармированной. Так, для имплантата «спица + спица» при длительности нагрузок в течение 1 года при естественных нагрузках, соответствующих хождению человека, напряженность в наиболее нагруженной области шейки бедра вследствие ползучести снижается на 49 %.
4. Для реализации численного метода решения задачи ползучести предложена методика выбора переменного шага интегрирования по времени, позволяющая существенно сократить время расчета без потери точности. Установлено, что при увеличении длительности численного эксперимента в 2190 раз время расчета увеличивается всего в 2 раза.

5. В качестве приложений можно сделать вывод, что при превентивном армировании в условиях длительных нагрузок естественным образом (вследствие ползучести костной ткани) происходит существенная разгрузка (релаксация напряжений) наиболее нагруженных областей шейки бедра.

Глава 4

Программный комплекс для решения задач численного эксперимента и обработки результатов расчета

В настоящей главе представлены и описаны используемые для численного решения задач, обработки данных расчетов и информационных баз данных программные средства и разработанные программные продукты, на основании которых и получены основные научные результаты глав 2 и 3. Используемые средства можно классифицировать по следующим группам:

- программные средства оформления диссертационной работы и графиков;
- программные среды для разработки программ, представленных в настоящей главе;
- программы для построения геометрических моделей бедренной кости и имплантатов;
- программы для имплантирования геометрической модели имплантатов в геометрическую модель бедренной кости;
- программы для построения сетки КЭ;
- программы для задания кинематических и силовых граничных условий;
- программы для запуска расчета;
- программы для получения и обработки результатов численного решения задач.

4.1. Описание программ

ANSYS. Для выполнения расчетов используется программный комплекс ANSYS — универсальная программная система конечно-элементного анализа, существующая и развивающаяся на протяжении последних 30 лет. Она является довольно популярной у специалистов в области компьютерного инжиниринга конечно-элементного решения линейных и нелинейных пространственных задач механики деформируемого твердого тела, а также механики конструкций, жидкости, газа, теплопередачи и теплообмена, электродинамики, акустики, связанных полей и др. Моделирование и анализ в некоторых областях промышленности позволяет избежать дорогостоящих и длительных циклов разработки типа «проектирование – изготовление – испытания».

КОМПАС. Для упрощения геометрии кости (получение сечений) используется программный (чертежный) комплекс КОМПАС, который предназначен для создания трёхмерных ассоциативных моделей отдельных деталей и сборочных единиц, содержащих как оригинальные, так и стандартизованные конструктивные элементы.

Java. Для генерации команд построения геометрии кости разработана программа на языке Java — объектно-ориентированном языке программирования. Приложения Java обычно компилируются в специальный байт-код, поэтому они могут работать на любой виртуальной Java-машине независимо от компьютерной архитектуры.

Netbeans. Для разработки программы на языке Java использовалась среда разработки NetBeans. NetBeans IDE — свободная интегрированная среда разработки приложений на языках программирования Java и др. Последние версии NetBeans IDE поддерживают рефакторинг, профилирование, выделение синтаксических конструкций цветом, множество predefined шаблонов кода и др.

Python. Для генерации команд разбиения конечно-элементной модели, создания геометрии имплантатов, вывода результатов использовались программы, разработанные на языке Python — высокоуровневом языке программирования общего назначения с акцентом на производительность разработчика и читаемость кода. Синтаксис ядра Python минималистичен. В то же время стандартная библиотека включает большой объем полезных функций.

PyScripter. Для разработки программы на языке Python использовалась среда разработки PyScripter. PyScripter является свободным и распространяющимся с исходным кодом программным продуктом. Будучи построенной на компилируемом языке, является более быстрой средой разработки, нежели некоторые другие Python IDE, и предоставляет широкий спектр особенностей, которые делают его продуктивной средой разработки Python.

Gnuplot. Для построения графиков использовалась программа Gnuplot. Gnuplot — свободная программа для создания двух- и трехмерных графиков. Gnuplot имеет собственную систему команд, может работать интерактивно (в режиме командной строки) и выполнять скрипты, читаемые из файлов. Gnuplot выводит графики как непосредственно на экран (интерактивный режим), так и в файлы различных графических форматов (командный режим работы), таких как PNG, EPS, SVG, JPEG и множество других.

Excel. Для построения некоторых графиков и вычисления линейных аппроксимаций использовалась программа Excel. Excel — программа для работы с электронными таблицами. Она предоставляет возможности для экономико-статистических расчетов, графические инструменты и язык макропрограммирования VBA.

Notepad++. Для работы с текстом, кодом программ и latex-кодом использовался функциональный редактор с подсветкой синтаксиса. Notepad++ — свободный текстовый редактор с открытым исходным кодом для Windows с подсветкой синтаксиса большого количества языков программирования и разметки.

Inkscape. Для модификации графиков и создания векторных рисунков использовалась программа Inkscape. Inkscape — векторный графический редактор, удобен для создания как художественных, так и технических иллюстраций (вплоть до использования в качестве САПР общего назначения, чему также способствует легкость обмена чертежами). Это стало возможным во многом благодаря открытому формату SVG, развиваемому консорциумом W3C. Формат SVG позволяет создавать иллюстрации различного типа, в том числе анимированные. Поскольку SVG основан на языке разметки XML, к нему можно писать расширения, чем авторы Inkscape и пользуются. Программа распространяется на условиях GNU General Public License.

MiKTeX. Для создания диссертации в формате LaTeX использовался компилятор MiKTeX. MiKTeX — открытый (open source) дистрибутив TeX для платформы Windows. Одним из существенных достоинств MiKTeX является возможность автоматического обновления установленных компонентов и пакетов. Особенностью последних версии MiKTeX (2.7-2.8) является интегрированная поддержка XeTeX, MetaPost, pdfTeX и совместимость с Windows Vista, Windows Server 2008 и Windows 7.

LaTeX. Для создания диссертации используются команды согласно спецификации LaTeX. LaTeX — наиболее популярный набор макрорасширений системы компьютерной вёрстки TeX, который облегчает набор сложных документов. TeX — система компьютерной вёрстки, разработанная американским профессором информатики Дональдом Кнутом в целях создания компьютерной типографии. В неё входят средства для секционирования документов, для работы с перекрёстными ссылками.

SourceForge.net. Для ведения версионирования разрабатываемых в данном исследовании программ использовался интернет-ресурс SourceForge.net. SourceForge.net — один из самых больших в мире веб-сайтов для разработчиков открытого программного обеспечения, который обслуживается SourceForge, Inc., и использует проприетарную систему SourceForge.

TortoiseSVN. В качестве клиента для версионирования программ использовался TortoiseSVN. TortoiseSVN — это бесплатный клиент для системы контроля версий Subversion, выполненный как расширение оболочки Windows и распространяемый под лицензией GPL. Будучи клиентом Subversion, TortoiseSVN позволяет управлять файлами и папками во времени. Файлы хранятся в центральном хранилище, в котором запоминается каждое изменение, сделанное в хранимых файлах и папках. Это даёт возможность восстанавливать старые версии файлов и изучать историю их изменения.

g3data. Для оцифровки графиков использовалась программа g3data. Она позволяет из картинки графика, которые часто встречаются в публикациях, получить табличное представление соответствующей функции.

Visio. Для построения диаграмм классов используется программа Visio. Visio — векторный графический редактор, редактор диаграмм и блок-схем для Windows.

4.2. Общий вид алгоритма решения задачи в ANSYS

Система совместных линейных уравнений, составленная в процессе КЭ разбиения, может быть решена прямым или итерационным методом. Прямой метод представляет собой преобразование методом Гаусса, в результате применения которого находится вектор неизвестных компонент перемещения u из соотношения

$$Ku = F,$$

где K — расширенная матрица жесткости, u — расширенный вектор неизвестных, F — расширенный вектор нагрузок.

Прямой метод решения использует декомпозицию матрицы K на две треугольные матрицы (нижнетреугольную и верхнетреугольную). Таким

образом, матрицу K можно представить в виде

$$K = LU,$$

где L — верхнетреугольная, U — нижнетреугольная матрицы соответственно. Затем с помощью прямой и обратной подстановок находится вектор u .

Типичный итерационный метод использует начальное приближение u_1 . На каждой итерации вычисляется вектор u_i таким образом, чтобы выполнялось следующее соотношение:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} u_i = u,$$

где u_i — вектор решения на i -той итерации, u — точное решение. Остановка итерационного процесса происходит при достижении заданной точности после конечного числа итераций.

В данном исследовании уже в программном комплексе использовался разреженный прямой метод (Sparse Direct Solver, см. подробное описание в [98]), который, как правило, применим для решения 95% встречающихся задач. Метод обладает оптимальным соотношением расхода памяти и скорости решения.

Разреженный прямой метод использует тот факт, что матрицы КЭ являются нормально разреженными (т.е. ненулевые элементы матрицы распределены по нормальному закону теории вероятности). Задача для данного метода имеет вид

$$LUu = F. \tag{4.1}$$

Сделаем замену:

$$w = Uu.$$

Тогда u получим из решения системы относительно w , используя прямую подстановку:

$$Lw = F.$$

Затем вычислим u , используя обратную подстановку:

$$Uu = w.$$

Если матрица K симметрична, то ее можно представить в виде

$$K = LL^T.$$

Однако в методе используется модифицированное соотношение

$$K = L'DL'^T,$$

где D — диагональная матрица.

Элементы матрицы D могут быть отрицательными в случае нелинейных типов КЭ для некоторых задач. Это позволяет генерировать L' , не заботясь о том, что в процессе решения может получиться вычисление квадратного корня из отрицательного числа. Вследствие этого получаем следующие соотношения:

$$L'DL'^T u = F, \tag{4.2}$$

$$w = DL'^T u, \quad L'w = F,$$

$$DL'^T u = F.$$

Матрица K является нормально разреженной с коэффициентами, в основном расположенными около главной диагонали. Разреженный прямой метод разработан для работы с ненулевыми элементами матрицы K . Согласно разложению Холецкого, матрица K (формулы разложения (4.1) и (4.2)), имеет ненулевые коэффициенты, расположенные в L или L' на местах, в которых K имеет нулевые элементы. Алгоритм разреженного прямого метода минимизирует количество необходимых вычислений благодаря процедуре переупорядочивания, которая заключается в перестановке строк и столбцов в K , F и соответственно u . Алгоритм перестановок описан в [106].

4.3. Построение геометрической модели однослойной бедренной кости

В вышеприведенных исследованиях (раздел 2.1) использовалось полуавтоматическое построение геометрии бедренной кости. А именно, была разработана программа на языке Java, которая при помощи графического интерфейса позволяла пользователю на сечениях (рис. 2.5) указать точки и затем последовательно соединить эти точки таким образом, чтобы получились плоские треугольники на поверхности, которая бы и задавала искомый объем.

При решении этой задачи и разработке программного продукта стоял выбор между разработкой полностью автоматического преобразования геометрии кости и полуавтоматического преобразования. Выбор был сделан в пользу полуавтоматического метода, т.к. его разработка примерно в 3 раза быстрее по времени, но главным фактором является то, что преобразование геометрии проводилось лишь один раз. Таким образом, если сложить время разработки автоматического метода вместе с автоматическим преобразованием геометрии и время разработки полуавтоматической программы вместе с полуавтоматическим преобразованием, более эффективным видится полуавтоматический подход.

Для разработки был выбран язык Java в связи с тем, что полуавтоматический метод требует визуализации входных данных (изображение сечений кости), а Java вместе со средой разработки NetBeans позволяет быстро разработать графический интерфейс пользователя.

Схема классов программы представлена на рис. 4.1.

Основным классом программы является Project — он содержит в себе все классы, необходимые для последующей генерации команд.

Класс View реализует отображение входных данных (изображения сечений кости) и запоминает результаты действий пользователя при работе с геометрией в классе Project.

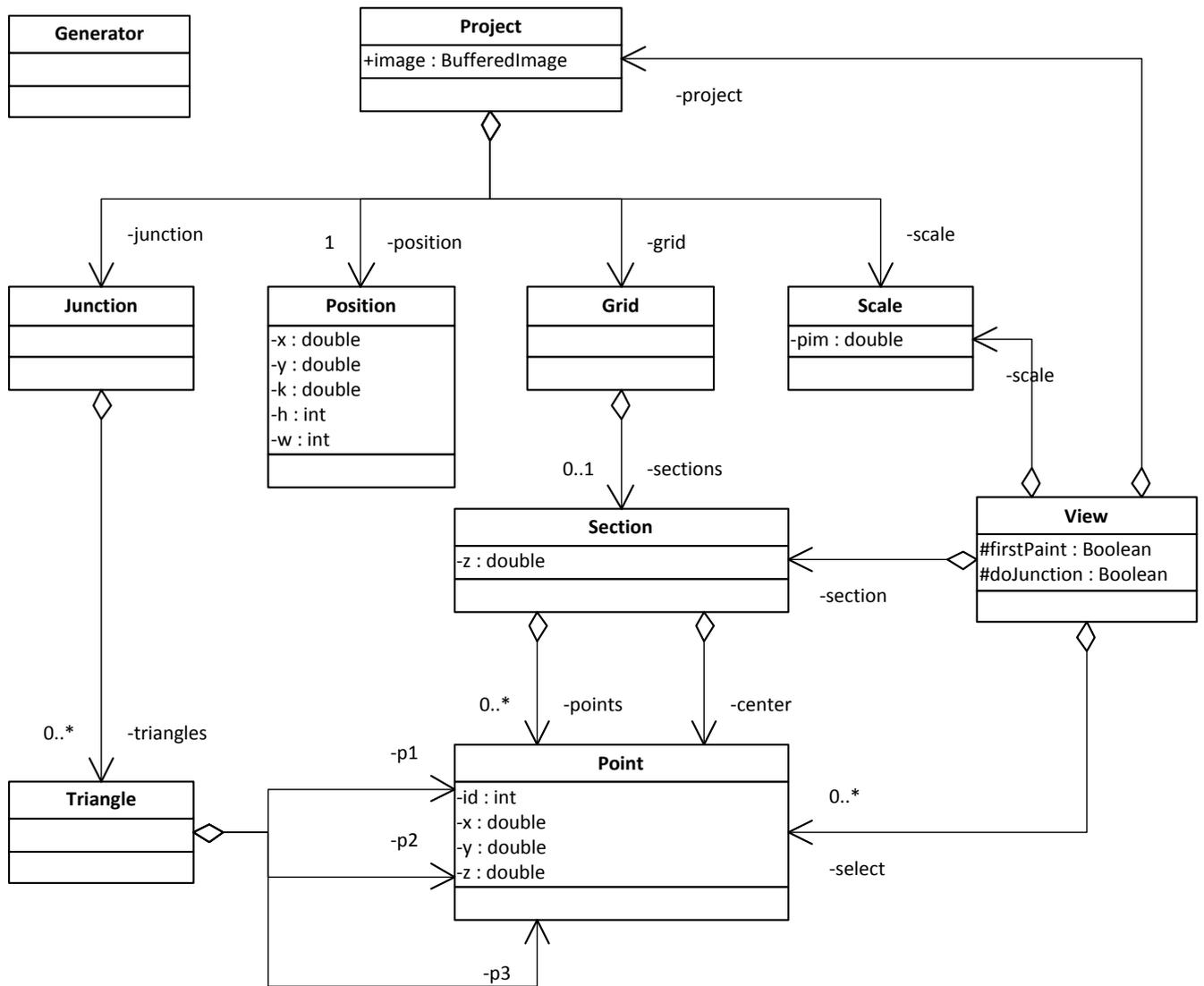


Рис. 4.1. Диаграмма классов программы упрощения геометрии бедренной кости.

Scale — класс, хранящий масштаб, т.е. количество метров в пикселе. Имеется в виду следующая особенность: сечения для «ручного» задания точек на контуре этого сечения представлены в виде рисунка, размеры рисунка в компьютере всегда задаются в пикселях, и пользователь при указании точек на рисунке будет указывать координаты точек в пикселях, однако в реальном мире размеры задаются, например, в метрах, поэтому необходимо задать соответствие количество метров количеству пикселей, чтобы выходной результат работы пользователя в программе (набор точек, их координаты и соединительные линии, представляющие поверхность бедренной кости) был задан в метрах.

Position — хранит информацию об отображении сечений кости на экране. В классе присутствуют такие атрибуты, как ширина и высота изображения, масштаб отображения, координаты левой верхней точки изображения относительно левой верхней точки видимой части изображения.

Класс Grid — содержит список сечений кости Section, которые, в свою очередь, представлены набором точек Point. Набор точек определяется пользователем, причем одна из точек в наборе является центром сечения. В классе Point, кроме координат точки, имеется атрибут id. Он необходим для генерации ANSYS-команд.

Класс Junction — это набор геометрических фигур в виде треугольников Triangle, покрывающих поверхность кости. Triangle — содержит в себе 3 точки Point и представляет собой простейшую плоскую геометрическую фигуру. Именно из фигур в виде треугольников состоят все изображения в 3D-графике.

Generator — единственной целью этого класса является преобразование данных из объекта Project в команды, понятные ANSYS-интерпретатору.

Преобразование данных происходит по следующему алгоритму (ANSYS-команды описаны в разделе 4.4):

- 1) координаты точек переводятся в метрическую систему согласно масштабу в Scale класса Project;
- 2) каждая точка Point выводится в виде ANSYS-команды K;
- 3) каждый Triangle преобразуется в набор ANSYS-команд FLST, FITEM, A, смысл которых состоит в получении треугольной плоской поверхности по трем точкам;
- 4) создается объем из всех поверхностей при помощи ANSYS-команды VA.

После интерпретации полученного файла с командами в ANSYS получаем объемную модель бедренной кости с упрощенной геометрией относительно модели, которая была получена при помощи лазерного сканирования.

4.4. Описание команд ANSYS

В данном разделе приводится описание ANSYS-команд, которые используются для генерации списка команд в программах данного исследования. О командах подробнее можно узнать в [20, 21, 93, 98]. Опишем команды, которые использовались при разработке программного комплекса.

WPOF, x , y , z — изменение центра рабочей системы координат, где x , y , z — смещения относительно текущей системы координат.

WPRO, thxy, thyz, thzx — поворот рабочей системы координат, где thxy, thyz, thzx — углы в градусах, на которые нужно повернуть систему координат.

CSYS, kcp — задание активной системы координат, где kcp может принимать значения: 0 — глобальная декартова система координат; 1 — глобальная цилиндрическая (относительно z) система координат; 2 — глобальная сферическая система координат; 4 — рабочая (текущая) система координат; 11 и больше — определенная пользователем система координат. Пример использования этих команд приведен в листинге 4.1.

Листинг 4.1. Пример позиционирования системы координат

```
wprof,0.0,-0.005,0.187
wpro,0,0,60
CSYS,4
wprof,0.0,0.0,-0.065
```

K, npt, x , y , z — создание новой точки или редактирование старой, где npt — уникальный номер точки; x , y , z — координаты точки в активной системе координат (пример — листинг 4.2).

Листинг 4.2. Пример создания точки

```
k,1033,0,0.00125,0.03
```

LSTR, p1, p2 — создание линии по двум точкам, где p1, p2 — индексы точек, которые должны быть соединены (пример — листинг 4.3).

Листинг 4.3. Пример создания линии

```
LSTR,1031,1032
```

FLST, nfield, narg, type — определяет данные, которые необходимо выделить, где nfield — номер поля для выполнения команды (например,

значение 2 используется для p51x); type — тип выделяемых данных: 1 — узлы, 2 — элементы, 3 — точки, 4 — линии, 5 — плоские фигуры, 6 — объемы.

FITEM, nfield, item — определяет данные, которые необходимо выделить, где nfield — номер поля для выполнения команды (например, значение 2 используется для p51x); item — уникальный номер данных (узла, элемента, точки и др.);

A, p1, p2, ... — создание плоской фигуры по точкам, где p1, p2, ... — список точек. Если p1=p51x, то точки определяются командами FLST, FITEM (пример — листинг 4.4).

Листинг 4.4. Пример создания треугольной поверхности

```
FLST,2,3,3
FITEM,2,1131
FITEM,2,1132
FITEM,2,1128
A,P51X
```

VA, a1, a2, ... — создание объема по плоским фигурам, где a1, a2, ... — список фигур. Если a1=p51x, то фигуры определяются командами FLST, FITEM (пример — листинг 4.5).

Листинг 4.5. Пример создания объема по поверхностям

```
FLST,2,755,5,ORDE,2
FITEM,2,1909
FITEM,2,-2663
VA,P51X
```

VROTAT, na1, ..., na6, paх1, paх2, arc, nseg — создание объема путем поворота сечения вокруг оси, где na1, ..., na6 — номера плоских фигур, с помощью которых будет создан объем (если na1=p51x, то фигуры определяются командами FLST, FITEM); paх1, paх2 — номера точек, которые определяют осевую линию; arc — длина дуги кручения в градусах; nseg — количество частей, на которые будет разбита дуга (пример — листинг 4.6)

Листинг 4.6. Пример создания объема кручением

```
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,1909
FLST,8,2,3
FITEM,8,1031
FITEM,8,1040
VROTAT,P51X, , , , ,P51X, ,360, ,
```

VSBV, nv1, nv2, sero, keep1, keep2 — вырезание объема из объема, где nv1 — индекс вычитаемого объема (если nv1=p51x, то фигуры определяются командами FLST, FITEM); nv2 — индекс уменьшаемого объема (если nv2=p51x, то фигуры определяются командами FLST, FITEM); sero — поведение пересекающихся объемов во время вычитания: (blank) — результирующие объемы будут иметь общие поверхности в тех местах, где они пересекаются, SEPO — результирующие объемы будут иметь совпадающие, но разные поверхности; keep1 — определяет, будет ли объем nv1 удален: (blank) — используются значения глобальных настроек, DELETE — объем будет удален после операции, KEEP — объем не будет удален после операции; keep2 — определяет, будет ли объем nv2 удален (используются те же опции, что и в keep1) (пример — листинг 4.7).

Листинг 4.7. Пример вычитания объемов

```
FLST , 2 , 1 , 6 , ORDE , 2
FITEM , 2 , 1
FITEM , 2 , -2
FLST , 3 , 1 , 6 , ORDE , 1
FITEM , 3 , 7
VSBV , P51X , P51X , , , KEEP
```

VGLUE, nv1, nv2, ... — генерирует новый объем путем «склеивания» объемов, где nv1, nv2, ... — номера объемов, которые нужно объединить, если nv1=p51x, то номера определяются командами FLST, FITEM (пример — листинг 4.8).

Листинг 4.8. Пример склеивания объемов

```
FLST , 2 , 3 , 6 , ORDE , 3
FITEM , 2 , 3
FITEM , 2 , -4
FITEM , 2 , 7
VGLUE , P51X
```

VADD, nv1, nv2, ... — объединение объемов, где nv1, nv2, ... — номера объемов, которые нужно объединить (если nv1=p51x, то номера определяются командами FLST, FITEM) (пример — листинг 4.9).

Листинг 4.9. Пример склеивания объемов

```
FLST,2,4,6,ORDE,2  
FITEM,2,1  
FITEM,2,-4  
VADD,P51X
```

VDRAG, na1, ..., наб, nlp1, ..., nlp6 — создание объема путем «перетаскивания» сечения вдоль пути, где na1, ..., наб — номера плоских фигур (если na1=p51x, то номера определяются командами FLST, FITEM); nlp1, ..., nlp6 — номера линий, из которых будет состоять путь (если na1=p51x, то номера определяются командами FLST, FITEM).

SFA, area, lkey, lab, value — задание поверхностной нагрузки, где area — номер плоской фигуры; lkey — дополнительный параметр, назначение которого зависит от lab (стандартное значение — 1); lab — тип нагрузки (pres — распределенная силовая нагрузка, conv — параметр конвекции, др.); value — величина нагрузки (пример — листинг 4.10).

Листинг 4.10. Пример задания нагрузки (давления) на поверхность

```
FLST,2,29,5,ORDE,29  
FITEM,2,619  
FITEM,2,645  
...  
SFA,P51X,1,PRES,2481112.53086
```

CMSEL, type, name — процедура выделения объемов, где type — тип выделения: S — новое выделение, R — перевыбор выделения, A — добавление выделения, U — удаление выделения; name — имя выделения.

CMDELE, name — удаление выделения, где name — имя выделения.

CM, sname, entity — группировка геометрических элементов в компоненту, где sname — имя компоненты; entity — тип геометрических элементов, которые должны быть сгруппированы: VOLU — объемы, AREA — поверхности, LINE — линии, KP — точки, ELEM — элементы, NODE — узлы.

VATT, mat, real, type, esys, secnum — задание соответствия материалов и объемов, где mat, real, type, esys, secnum — индекс материала, физической константы, типа элемента, системы координат в элементах, секции (пример — листинг 4.11).

Листинг 4.11. Пример задания соответствия материалов и объемов

```
CMSEL ,S ,_Y1
VATT ,1 , ,1 ,0
CMSEL ,S ,_Y
CMDELE ,_Y
CMDELE ,_Y1
CM ,_Y ,VOLU
VSEL , , ,3
CM ,_Y1 ,VOLU
CMSEL ,S ,_Y
```

NREFINE, nn1, nn2, ninc, level, depth, post, retain — уточнение сетки КЭ в узлах, где nn1, nn2, ninc — номера конечных элементов от nn1 до nn2 с шагом ninc (если nn1=p51x, то номера определяются командами FLST, FITEM); level — степень уточнения (от 1 до 5); depth — глубина уточнения (в количестве КЭ); post — тип обработки новых элементов для оптимального распределения новых узлов (off — отключено, smooth — разрешено изменение координат узлов и др.); retain — флаг необходимости использования квадратичных элементов (пример — листинг 4.12).

Листинг 4.12. Пример уточнения сетки КЭ в узлах

```
FLST ,5 ,1 ,1 ,ORDE ,1
FITEM ,5 ,34895
CM ,_Y ,NODE
NSEL , , , ,P51X
CM ,_Y1 ,NODE
CMSEL ,S ,_Y
CMDELE ,_Y
NREFINE ,_Y1 , , ,2 ,1 ,0 ,0
CMDELE ,_Y1
```

4.5. Программный комплекс FemurUtils для подготовки геометрических моделей, задания краевых условий, запуска численных решений задач и обработки результатов решений

Программный комплекс FemurUtils состоит из набора модулей, написанных на языке Python в среде PyScripter. Язык Python был выбран, потому что он нацелен на скорость разработки и позволяет сравнительно быстро написать программный код. Стандартная библиотека удовлетворяет потребностям задач, возникающих в рамках данного исследования. Кроме

того, семантика языка позволяет обрабатывать текстовые данные и массивы при помощи нескольких строк кода, что дает возможность сосредоточиться на решении задачи, а не поиске алгоритмов обработки данных. Еще один факт в пользу выбора языка Python — программы, которые пишутся на этом языке, получаются компактными по количеству кода по сравнению с языками C++, Java. Учитывая все приведенные замечания, автор считает, что Python — наиболее эффективный язык для решения математических задач данного исследования.

Код программ может быть найден в виде программного комплекса FemurUtils на интернет-ресурсе [19]. По данному комплексу получено авторское свидетельство [1], которое представлено в приложении Б.

На рис. 4.2 представлена диаграмма модулей программного комплекса FemurUtils.

4.5.1. Модуль `commands`

В подпрограммах генерация ANSYS-команд происходит в модулях, которые выполняют ту или иную логику. В процессе естественного «разрастания» комплекса выросла актуальность абстрагирования от команд — создания отдельного модуля, задачей которого является только печать команд, и использования его в конечных модулях. Таким образом, в программном комплексе появился модуль `commands.py`.

В модуле реализован класс `AnsysCommander`, который содержит номера последних точек, линий, поверхностей и объемов, а также команды в текстовом представлении. При вызове различных методов класса в текстовое представление записывается очередной набор команд. В классе реализован небольшой набор команд, необходимых для данного исследования. Также через метод `write()`¹ можно добавить в текстовое представление любой текст,

¹ `name()` — означает что любой текст перед скобками вместо слова `name` является именем программного метода (или функции, процедуры).

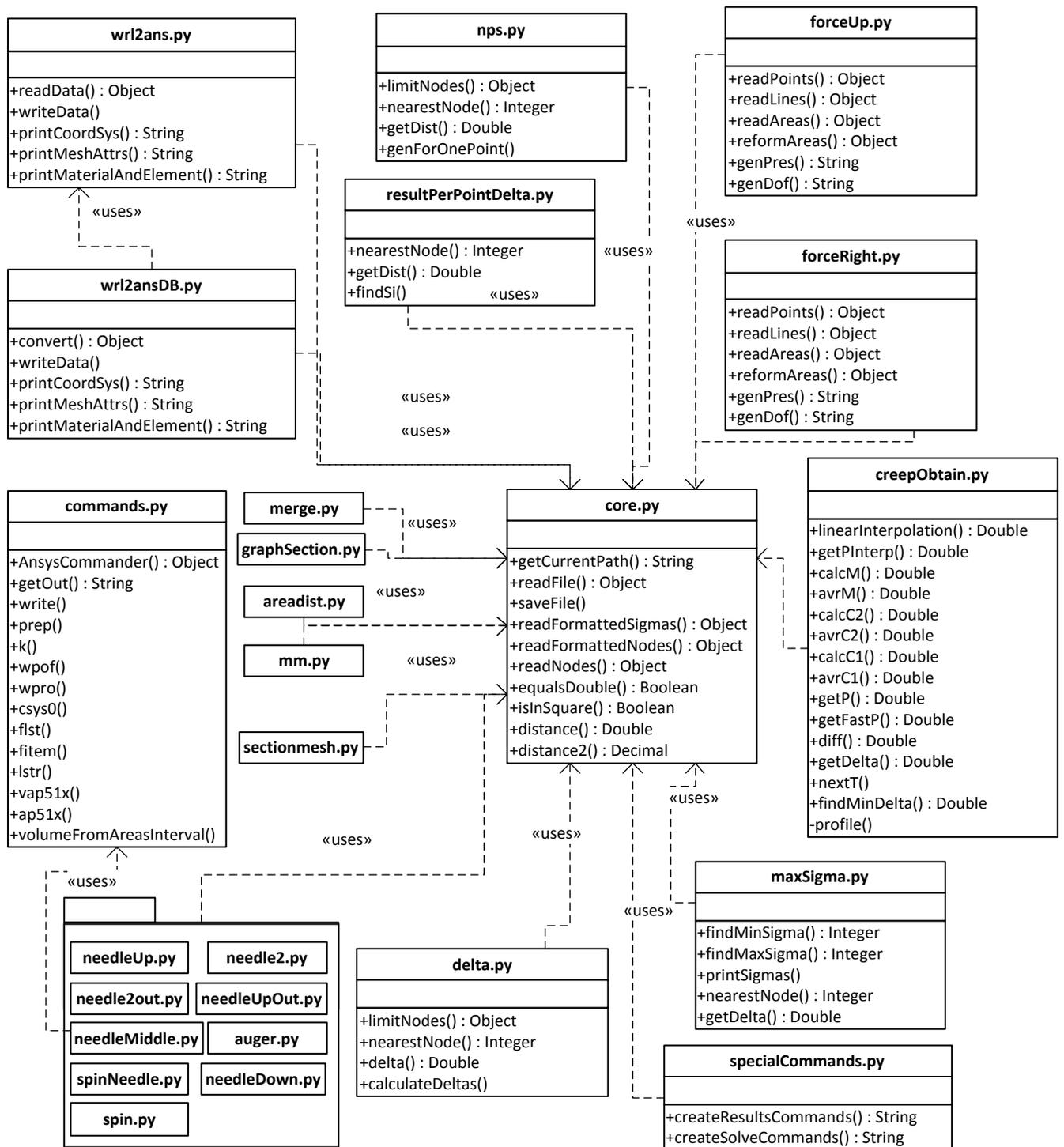


Рис. 4.2. Диаграмма модулей программного комплекса FemurUtils.

например, нереализованную команду. После того как класс создан и у него вызваны методы для составления нужной последовательности команд, строковое представление можно получить через метод `getOut()`.

Пример использования класса AnsysCommander:

Листинг 4.13. Пример использования класса AnsysCommander

```
cmd = AnsysCommander(10,20,30,40)
cmd.k(3.5,"-1.7",0)
cmd.k(3.5,"-1.7",0,10)
cmd.getOut()
#return:
#    K,11,3.5,-1.7,0
#    K,10,3.5,-1.7,0
```

4.5.2. Модуль core

Модуль core.py используется почти всеми подпрограммами, т.к. он реализует базовые функции, которые необходимы в большинстве программ, а именно:

- getCurrentPath() – возвращает текущий каталог;
- readFile() \ saveFile() – чтение\запись файла;
- readFormattedSigmas() – чтение значений компонент напряжений в узлах в формате списка (n,sx,sy,sz,sxy,syz,szx,sint);
- readFormattedNodes() – чтение координат узлов в формате списка (n,x,y,z);
- readNodes() – чтение координат узлов в формате ANSYS, т.е. с разделением узлов по 20 строк и подписями ANSYS;
- equalsDouble() – сравнение нецелых чисел с определенной точностью;
- distance() – вычисление расстояния между точками, координаты которых представлены в виде массивов.

4.5.3. Модуль specialCommands

В модуле specialCommands.py генерируются ANSYS-команды для запуска расчёта в методе createSolveCommands().

4.5.3.1. Получение координат узлов КЭ

Перед запуском расчета генерируется код для получения координат узлов. Впоследствии по этим координатам осуществляется поиск значений напряжения. Получить координаты обязательно нужно перед выполнением расчета, т.к. после решения координаты узлов изменятся. Результат выполнения модуля specialCommands.py для получения списка узлов см. в листинге 4.14.

Листинг 4.14. Команды для вывода координат всех узлов в файл

```
*get, NNUMMAX, node, , num, max
*del, NARRAY
*dim, NARRAY, array, NNUMMAX, 11

*vget, NARRAY(1,2), node, , loc, x
*vget, NARRAY(1,3), node, , loc, y
*vget, NARRAY(1,4), node, , loc, z
*vfil, NARRAY(1,1), ramp, 1, 1
*cfoopen, nodesLoc, txt
*vwrite
('NODE', 10x, 'X', 10x, 'Y', 10x, 'Z')
*vwrite, NARRAY(1,1), NARRAY(1,2), NARRAY(1,3), NARRAY(1,4)
(F8.0,t11, ' ', E12.5, ' ', E12.5, ' ', E12.5)
*cfclos
```

4.5.3.2. Запуск линейного расчета

Команды для запуска расчета довольно просты. Здесь выставляются конечное время расчета и шаг таким образом, чтобы была проведена всего одна итерация расчета, и затем запускается расчет. Результат выполнения модуля specialCommands.py для получения запуска численного решения линейной задачи см. в листинге 4.15.

Листинг 4.15. Запуск расчета линейной задачи

```
/SOLU
DELTIM, 0, 1, 1
TIME, 1
!/STATUS, SOLU
SOLVE
```

4.5.3.3. Запуск нелинейного расчета

Запуск нелинейного расчета отличается только установкой шага. Для нелинейного расчета используется минимальный шаг — 1, максимальный шаг —

3, конечное время — 6 (результатирующие ANSYS-команды см. в листинге 4.16).

Листинг 4.16. Запуск расчета нелинейной задачи

```
/SOLU
DELTIM,0,1,3
TIME,6
!/STATUS,SOLU
SOLVE
```

4.5.4. Автоматическое построение геометрической модели бедренной кости

4.5.4.1. Построение геометрической модели внешнего слоя бедренной кости (модуль wrl2ans)

В разделе 2.2 описано, каким образом строится упрощенная модель бедренной кости в формате wrl. Так как ANSYS без ошибок не может построить геометрическую модель по данным в формате wrl¹ [126] или в формате iges² (в который можно конвертировать из формата wrl), была реализована программа (модуль wrl2ans.py), которая создает геометрию через ANSYS-команды. Программа wrl2ans «не умеет пропускать» все незначимые элементы, поэтому нужно подготовить данные таким образом, чтобы было всего два массива — point и coordIndex, пример — листинг 4.17:

Листинг 4.17. Пример данных в формате wrl

```
point [
  106.5 -4477 426.5, -13.51 -4652 444.4, -166.1 -4830 439.2,
  -542.5 -129.9 606.3, 395.3 -3544 235.8, 404.5 -3573 278.3,
  ...
  -239.1 3859 443.1, 371.6 3443 461.2
]
coordIndex [
  293, 1, 0, -1, 301, 300, 4, -1, 302, 301, 4, -1, 307, 306, 8, -1,
  307, 312, 10, -1, 309, 308, 11, -1, 13, 311, 312, -1,
  ...
  254, 290, 288, -1, 286, 288, 290, -1, 289, 286, 290, -1
]
```

Программа wrl2ans работает по следующему алгоритму (описание команд см. в разделе 4.4):

¹ VRML (англ. Virtual Reality Modeling Language, формат файла wrl) — стандартизированный формат файлов для демонстрации трёхмерной интерактивной векторной графики.

² IGES (англ. Digital Representation for Communication of Product Definition Data) — двумерный/трехмерный векторный формат графики; используется многими САД-программами

- 1) прочесть данные wrl;
- 2) преобразовать их в массивы;
- 3) напечатать ANSYS-команды для построения точек (K) и поверхности (A);
- 4) напечатать ANSYS-команды для создания объема по поверхностям (VA);
- 5) удалить нижнюю часть бедренной кости (VSBV);
- 6) задать реологические характеристики материалов, типы элементов и связать их с полученным объемом в п. 4;
- 7) создать локальные системы координат, в которых впоследствии будут выводиться данные;
- 8) вывести сгенерированные команды в файл.

Кроме текущего исследования, программа была испытана на других виртуальных геометрических моделях, которые не входят в тему данной диссертационной работы. В общем случае часто геометрические объемные модели создаются в программных средах визуального проектирования 3dmax, КОМПАС, в которых можно сохранить данные в формате wrl, а из него уже при помощи модуля wrl2ans можно генерировать ANSYS-команды. Таким образом, программа может быть переиспользована в любых других областях, где необходимо импортировать геометрическую модель в расчетный комплекс ANSYS. Поэтому можно сделать вывод, что данный программный модуль имеет применение за рамками исследования, хотя изначально при его создании широкое применение не планировалось.

В результате выполнения команд получим геометрию бедренной кости, представленную на рис. 4.3.

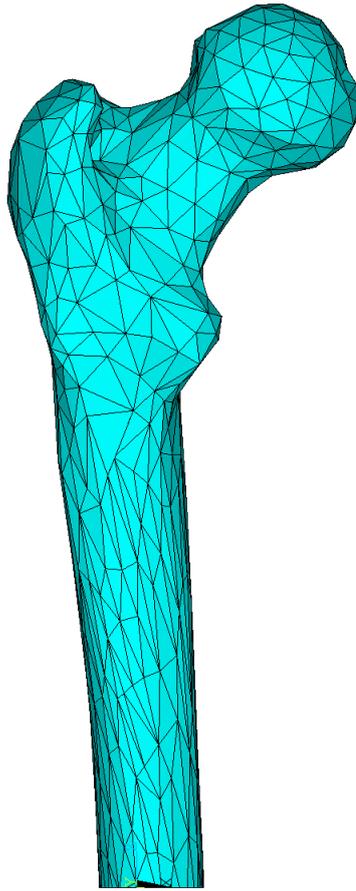


Рис. 4.3. Геометрическая модель бедренной кости, построенная в ANSYS.

4.5.4.2. Построение геометрической модели внутреннего слоя бедренной кости (модуль wrl2ansDB)

Модуль wrl2ansDB.py предназначен для построения геометрической модели двухслойной бедренной кости. Идея программы — построить геометрию бедренной кости, затем построить еще одну, уменьшенную по объему геометрию бедренной кости, после чего вырезать\склеить объемы. Так как для работы wrl2ansDB необходимо построить геометрию внешнего слоя бедренной кости, программа использует модуль wrl2ans.py как вспомогательный. Алгоритм построения кости тот же.

Уменьшение геометрии бедренной кости (уменьшение объема) достигается путем применения метода `convert()` при генерации команд. Метод изменяет координаты точек (см. рис. 4.4) так, чтобы они оказались внутри внешнего слоя. Реализуется это путем умножения разницы координаты и центра области

на уменьшающий коэффициент, который представлен 3 компонентами, каждая компонента отвечает за свою ось координат. Так как кость невыпуклая, экспериментально было выбрано несколько областей, в которых правила уменьшения (центр и индекс) разные. Всего их получилось 7: головка, тело, несколько в шейке, несколько в большом вертеле. Правила уменьшения подобраны экспериментально таким образом, чтобы внутренний слой не выходил за наружный и визуально был меньше на 10% по расстоянию между поверхностями.

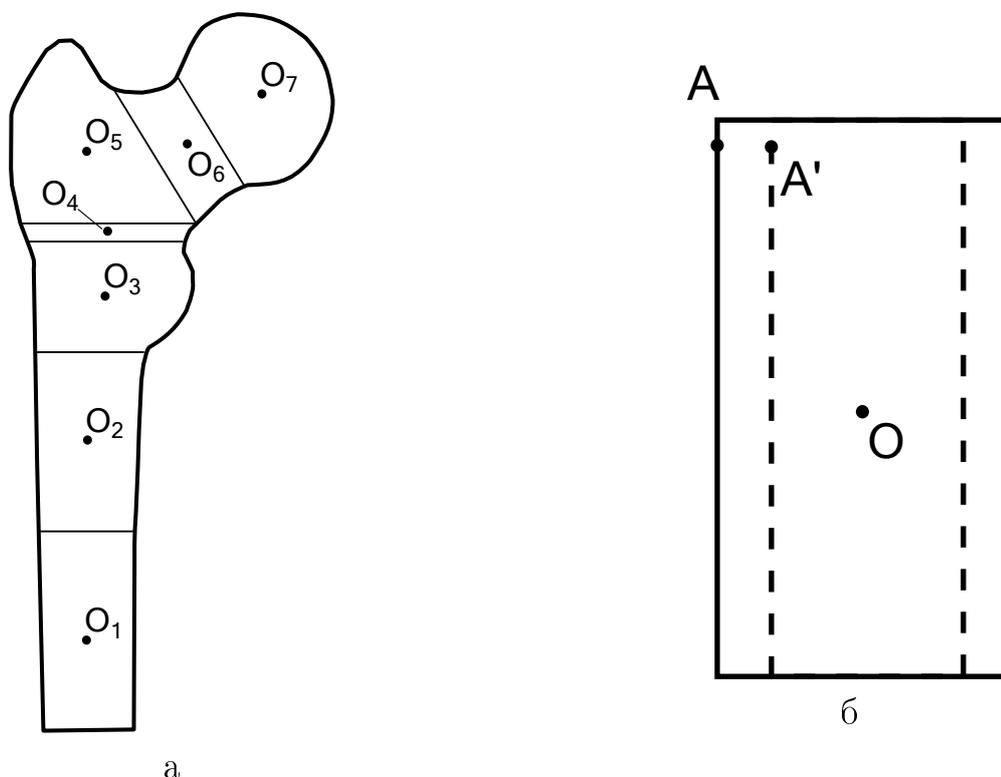


Рис. 4.4. Схема для процесса уменьшения масштаба бедренной кости: а — набор областей; б — пример изменения координаты точки.

На рис. 4.4, а, изображены 7 областей, каждая имеет свой центр и свой уменьшающий коэффициент $k^i = \{k_x^i; k_y^i; k_z^i\}$, $i = \overline{1, 7}$. На рис. 4.4, б, продемонстрировано, как изменяются координаты точки А относительно центра области О — точка преобразуется в точку А'. А именно, точка А имеет координаты $A = (x_A; y_A; z_A)$, точка $O = (0; 0; 0)$, уменьшающий коэффициент для данной области $k = 0.9; 0.9; 1$, тогда $\overrightarrow{OA'} = \overrightarrow{OA} * k$ и координаты точки А' получаются следующими: $A' = (k_x x_A; k_y y_A; k_z z_A) = (0.9x_A; 0.9y_A; z_A)$.

По такому же принципу меняются координаты всех точек в каждой области.

Конечное действие программы — внутренний объем вырезается из внешнего и полученный объем «склеивается» (в терминах ANSYS) с внутренним.

4.5.5. Построение геометрической модели имплантатов

Для проведения вычислений с имплантатами внутри кости необходимо построить геометрические модели имплантатов. Поскольку имплантаты могут иметь различную форму, геометрические размеры, место и направление ввода в кость, принято решение написать программу, которая позволяла бы выполнить все эти требования.

Для уменьшения затрат времени на ввод исходных данных было решено хранить их в виде программного кода. Генерация команд для построения имплантатов состоит из нескольких частей:

- подготовка координатной системы (выбор наклона и позиции);
- генерация команд для построения геометрии (точек, линий, поверхностей, объемов);
- склейка объемов бедренной кости и имплантатов;
- задание реологических свойств материала, типа КЭ для объемов.

4.5.5.1. Построение геометрической модели имплантата типа «спица»

Позиционирование спицы относительно кости происходит в два этапа. Сначала в глобальной системе координат (СК-0) строится система координат (СК-1), которая смещена относительно (СК-0) на величины координат (0, -0.005, 0.187) (в метрах) и отклонена относительно (СК-0) на (0, 60, 0) градусов (см. рис. 4.5). Затем относительно СК-1 строится система (СК-2) со смещением на (0, 0, -0.065) (в метрах). Такие значения параметров выбраны,

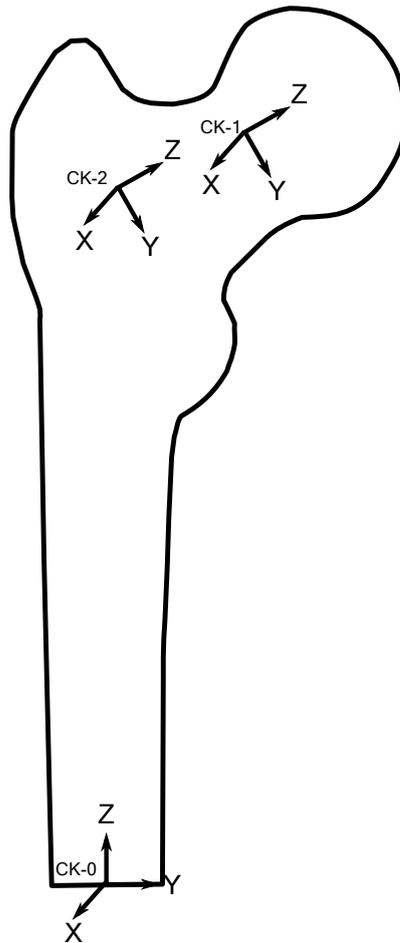


Рис. 4.5. Позиционирование локальной системы координат для имплантата типа «спица».

поскольку при таком встраивании имплантата в кость наблюдается наибольшая эффективность армирования. Отметим, что данные смещения и повороты приведены уже в окончательном варианте и выбраны в результате анализа многочисленных вариативных расчетов. Под эффективностью понимается максимальное снижение нормального напряжения σ_z (наиболее опасного — см. главы 2 и 3) в армированном материале костной ткани по отношению к интактной. На рис. 4.5 представлено позиционирование глобальной и локальных систем координат.

В разработанной программе (ее параметры показаны в табл. 4.1) также необходимо указать размеры спицы. Соответствие параметров программы и геометрических параметров представлено на рис. 4.6, параметры (линейные и угловые) задаются в метрах или градусах. Если r_2 меньше 10^{-6} , то считаем, что отрезка, соответствующего параметру r_2 , не существует, т.е. он «схлопывается»

Таблица 4.1. Параметры для программы построения геометрии верхней спицы: dx , dy , dz , dax , day , daz , $dx2$, $dy2$, $dz2$, $r1$, $r2$, $l1$, $h1$, $a1$, $n1$, $l2$, $h2$, $a2$, $n2$, $l3$ — параметры программы.

| Параметр | Значение | Параметр | Значение |
|----------|----------|----------|--------------------|
| dx | 0 | $r1$ | 0.0025/2 |
| dy | -0.005 | $r2$ | 0.0025/2 |
| dz | 0.187 | $l1$ | 0.03 |
| dax | 0 | $h1$ | 0.0005 |
| day | 60 | $a1$ | 0.0005×20 |
| daz | 0 | $n1$ | 1 |
| $dx2$ | 0 | $l2$ | 0.065 |
| $dy2$ | 0 | $h2$ | -0.0005 |
| $dz2$ | -0.065 | $a2$ | 0.0005×20 |
| | | $n2$ | 1 |
| | | $l3$ | 0.001 |

Таблица 4.2. Параметры для программы построения геометрии нижней спицы: dx , dy , dz , dax , day , daz , $dx2$, $dy2$, $dz2$ — параметры программы.

| Параметр | Значение | Параметр | Значение |
|----------|----------|----------|----------|
| dx | 0 | dax | 0 |
| dy | -0.01 | day | 30 |
| dz | 0.151 | daz | 0 |
| $dx2$ | 0 | | |
| $dy2$ | 0 | | |
| $dz2$ | -0.05 | | |

в точку. Параметры h_1 и h_2 должны удовлетворять условиям $h_1 > 0$ и $h_2 < 0$. Параметры n_1 и n_2 — количество резбовых треугольников. Стоит отметить, что треугольники — это стандартный подход для моделирования резьбы. В данном исследовании использовано $n_1 = 1$ и $n_2 = 1$, так как это уменьшает сложность сетки КЭ и практически не влияет на результат.

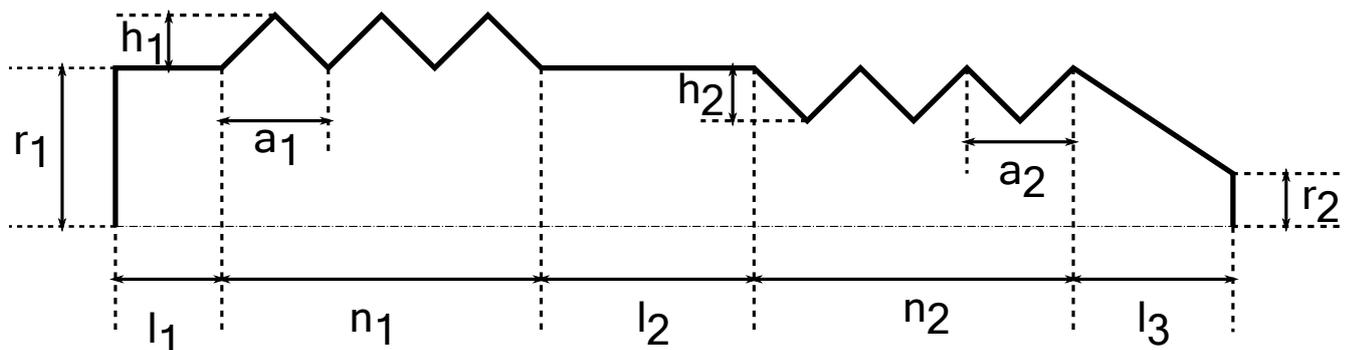


Рис. 4.6. Сечение имплантата типа «спица».

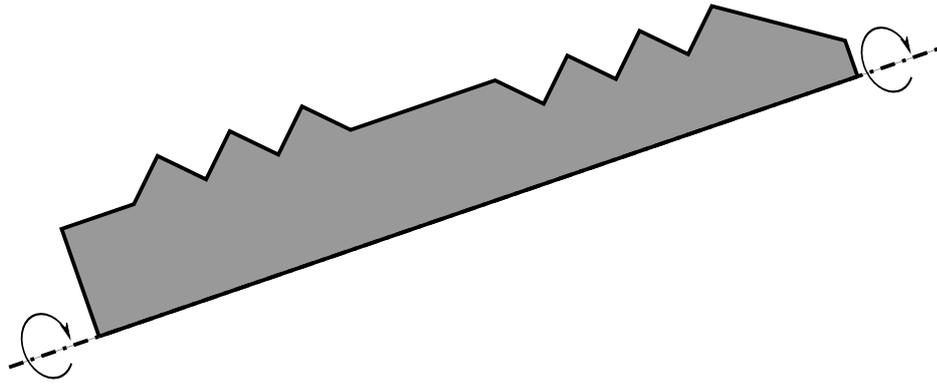
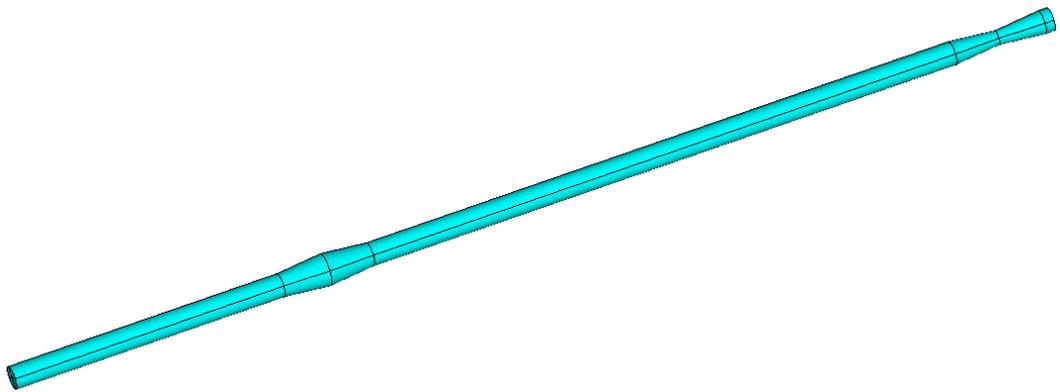


Рис. 4.7. Кручение плоской фигуры (сечение спицы) вокруг своей оси.

Суть программы — построить точки на основании заданных параметров в заданной системе координат, по этим точкам создать плоскую поверхность. Затем из поверхности сделать объем путем кручения плоской фигуры (VROTAT, см. раздел 4.4) вокруг продольной оси спицы (см. рис. 4.7).



а



б

Рис. 4.8. Пример геометрической модели имплантата типа «спица», построенной в ANSYS: а — геометрия по параметрам из табл. 4.2; б — геометрия по параметрам табл. 4.2 при условии $a1 = a2 = 0.0005 \times 2$, $n1 = n2 = 10$.

Аналогично строится и спица внизу (параметры см. в табл. 4.2, отличается

только позиционирование). По остальным спицам — см. код программы [19].

В результате выполнения команд получим геометрическую модель, представленную на рис. 4.8, а. На рис. 4.8, б, представлена усложненная геометрическая модель спицы с имитацией резьбы с 10 витками.

4.5.5.2. Построение геометрии имплантата типа «винт-штопор»

Для построения имплантата типа «винт-штопор» была написана отдельная программа, так как геометрия этого имплантата существенно отличается от имплантата типа «спица». Этот модуль называется `spinDB.py`.

Штопор — это, по сути, скрученная спица. Суть программы — построить «ломаную линию» (линию, состоящую из отрезков прямых) — ось штопора. «Ломаная линия» была использована, поскольку построение «ломаного штопора» вызывает меньше математических проблем в ANSYS, нежели построение плавных линий. Виток спирали состоит из 8 прямоугольных отрезков ($A_1 - A_8$) (см. рис. 4.9). Затем строится плоская поверхность в виде квадрата ($B_1 - B_4$). Эта поверхность будет вытянута (`VDRAG`, см. раздел 4.4) по каждой линии спирали, полученные объемы будут склеены в один. Таким образом, получим штопор, построенный из ломаных линий.

Геометрические параметры для этого имплантата представлены на рис. 4.9 и в табл. 4.3, где L — длина одного витка спирали; R — радиус витка спирали; r — «толщина» спирали.

В результате выполнения команд получим геометрическую модель, представленную на рис. 4.10.

4.5.5.3. Построение геометрической модели имплантата типа «винт-шнек»

«Винт-шнек», как и «спица», получается кручением вокруг продольной оси. Для этого разработан модуль `auger.py`. По аналогии с резьбой в спице спираль в имплантате «винт-шнек» имитирована повторяющимися кругами.

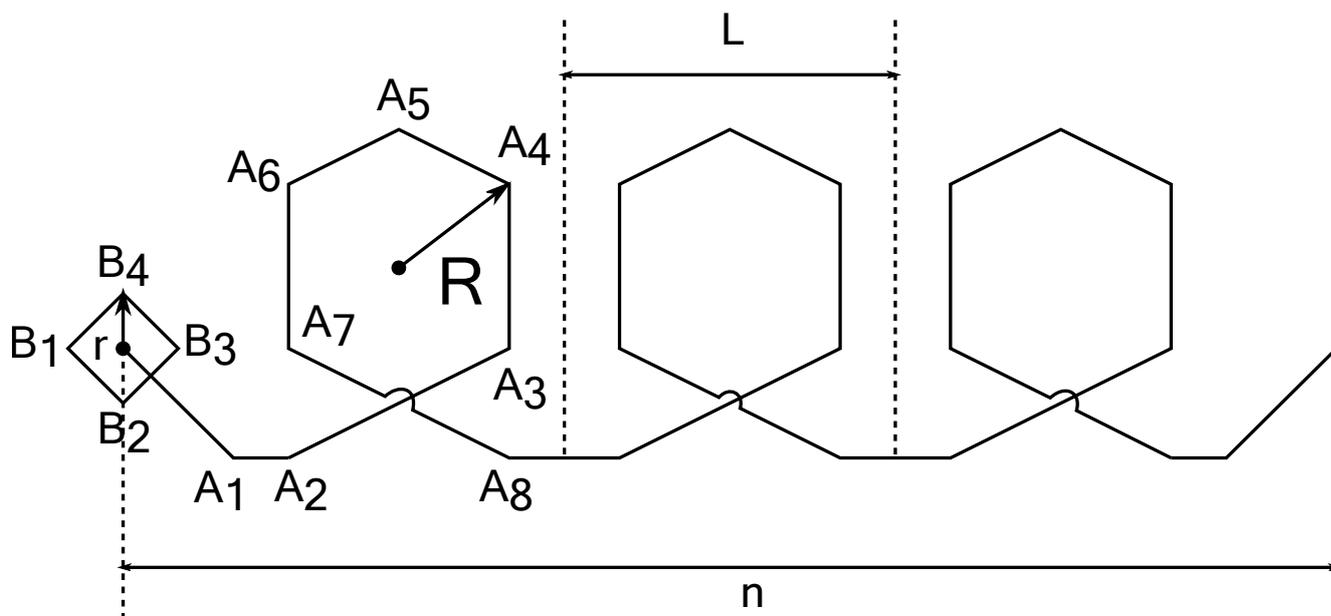


Рис. 4.9. Схема геометрического моделирования имплантата типа «винт-штопор».

Таблица 4.3. Параметры для программы построения геометрии имплантата типа «винт-штопор»: dx , dy , dz , dax , day , daz , $dx2$, $dy2$, $dz2$, $dax2$, $day2$, $daz2$, r , R , L , n — параметры программы.

| Параметр | Значение | Параметр | Значение |
|----------|----------|----------|----------|
| dx | 0 | $dax2$ | 0 |
| dy | 0 | $day2$ | -30 |
| dz | 0.17 | $daz2$ | -20 |
| dax | 0 | r | 0.0025/2 |
| day | 60 | R | 0.006/2 |
| daz | 90 | l | 0.008 |
| $dx2$ | -0.0085 | n | 12 |
| $dy2$ | 0 | | |
| $dz2$ | -0.039 | | |

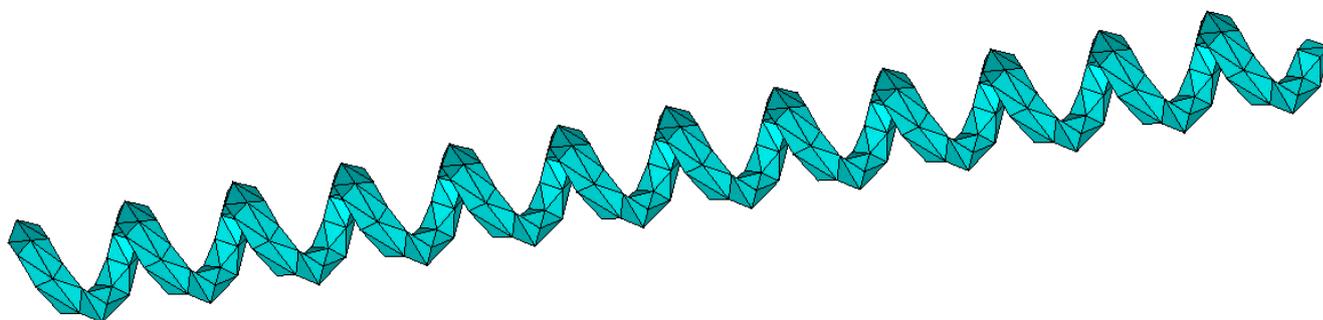


Рис. 4.10. Пример геометрии имплантата типа «винт-штопор», построенной в ANSYS.

Геометрические параметры представлены на рис. 4.11 и в табл. 4.4.

В результате выполнения команд получим геометрическую модель,

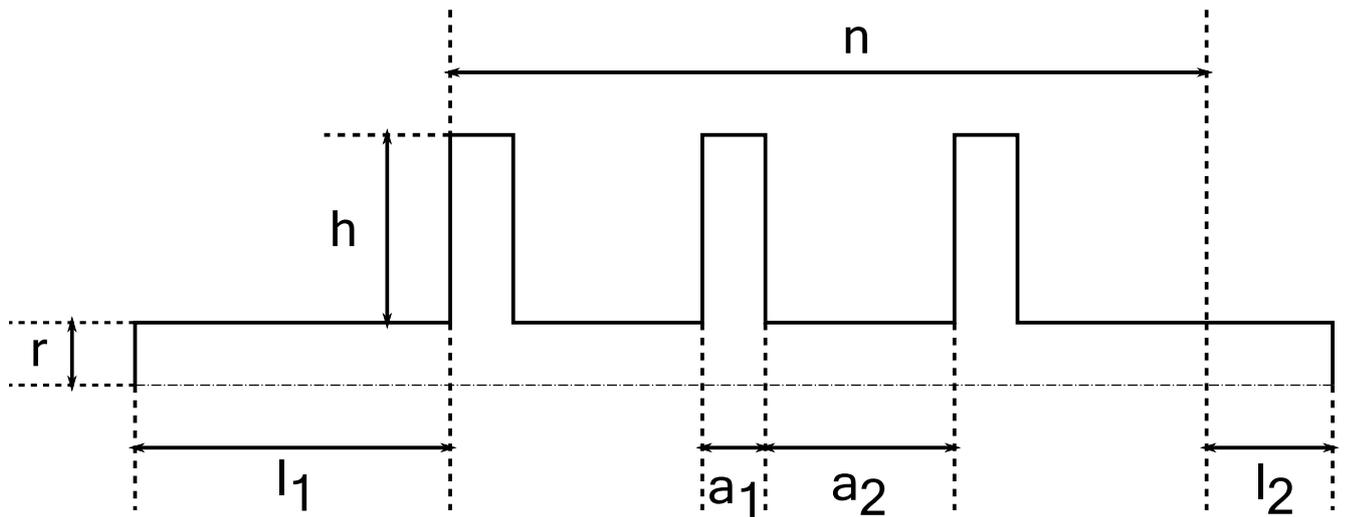


Рис. 4.11. Сечение имплантата типа «винт-шпек».

Таблица 4.4. Параметры для программы построения геометрии имплантата типа «винт-шпек»: dx , dy , dz , dax , dax , daz , $dx2$, $dy2$, $dz2$, r , h , $l1$, $a1$, $a2$, $l2$, n — параметры программы.

| Параметр | Значение | Параметр | Значение |
|----------|----------|----------|----------|
| dx | 0 | r | 0.0025/2 |
| dy | -0.007 | h | 0.00275 |
| dz | 0.175 | $l1$ | 0.03 |
| dax | 0 | $a1$ | 0.0002 |
| dax | 50 | $a2$ | 0.008 |
| daz | 0 | $l2$ | 0.001 |
| $dx2$ | 0 | n | 10 |
| $dy2$ | 0 | | |
| $dz2$ | -0.06 | | |

представленную на рис. 4.12.

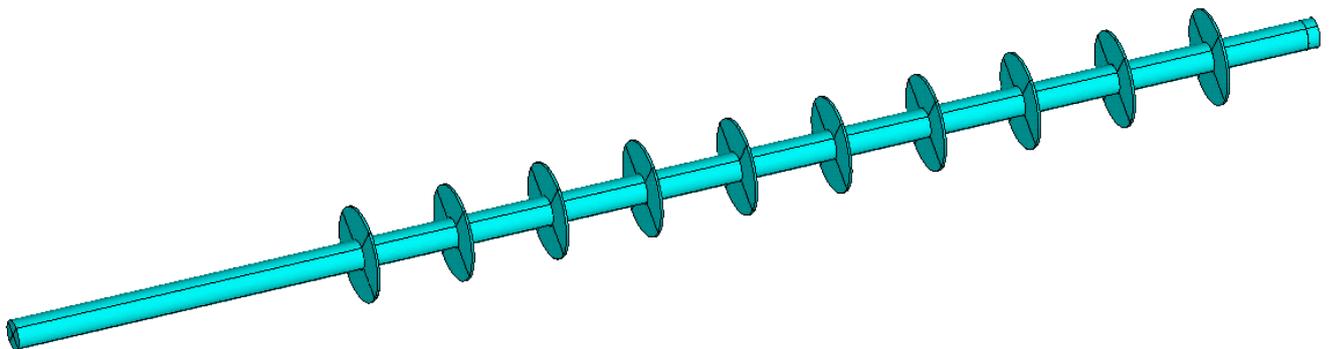


Рис. 4.12. Пример геометрической модели имплантата типа «винт-шпек», построенной в ANSYS.

4.5.6. Задание краевых условий

Краевые условия генерируются в модулях `forceRight.py` и `forceUp.py` («мгновенно» приложенные нагрузки и длительные нагрузки при хождении человека соответственно).

4.5.6.1. Задание краевых условий при падении человека

Силовые («мгновенные») нагрузки задаются в виде давления на поверхность шейки бедренной кости (подробнее о граничных условиях см. раздел 2.2). Для этого программе необходимо предоставить список точек, линий, поверхностей из ANSYS. Координаты точек выводятся в глобальной и локальной системах координат, указанных на рис. 4.13. Поверхности в ANSYS состоят из линий, а линии, в свою очередь, определяются набором соответствующих точек.

Получив связь между поверхностями и точками, можно отбросить те поверхности, которые лежат правее сечения А. Для этого в методе `genPres()` передается параметр — координата на оси Oz — который определяет положение сечения А. Поверхность считается расположенной правее сечения А-А, если сумма разниц между координатой z точки и параметром Z_A сечения для всех точек поверхности положительна, т.е. если выполняется условие

$$\sum_{i=1}^n (z_i - Z_A) > 0, \quad (4.3)$$

где z_i — компонента z точки поверхности с индексом i ; Z_A — координата сечения на оси z в локальной системе координат; n — количество точек в поверхности, обычно $n = 3$, т.к. в подавляющем числе случаев используются треугольные плоские поверхности для создания любой геометрической модели.

Для отобранных сечений задается давление извне. Для этого вычисляется общая площадь выбранных поверхностей (данные о площадях поверхностей присутствуют в ANSYS, если предварительно провести конечно-элементное разбиение, однако, если бы их не было, можно было бы вычислить площадь

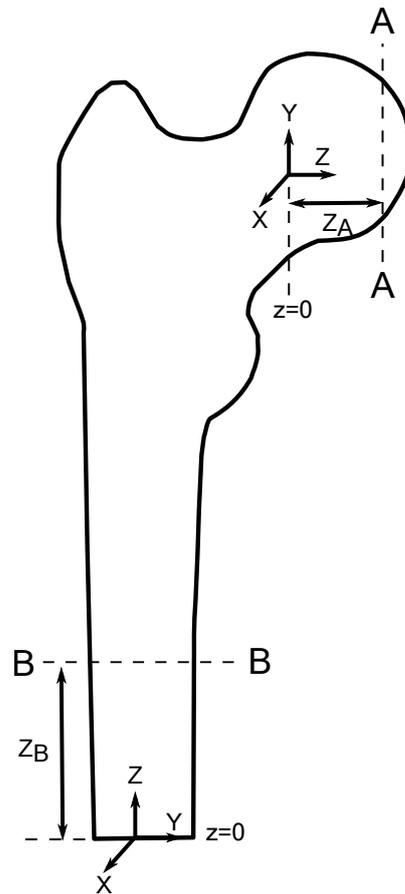


Рис. 4.13. Сечения и системы координат для задания краевых условий, соответствующих процессу удара при падении человека.

по формуле Герона (нахождение площади треугольника через периметр), так как координаты точек известны). Затем давление вычисляется путем деления параметра нагрузки, который задает пользователь в программе, на общую площадь:

$$P = F / \sum_{i \in U} S_i,$$

где P — давление; F — априорно заданная внешняя сила; S_i — площадь поверхности с индексом i ; U — множество поверхностей, которые удовлетворяют условию (4.3).

Для задания давления используется ANSYS-команда SFA (см. раздел 4.4).

По аналогии в методе genDof() реализуется задание закреплений на поверхностях ниже сечения B-B (см. рис. 4.13). Закрепление жесткое, т.е. вектор перемещений в соответствующих узлах равен нулю. Закрепление задается при помощи ANSYS-команды DA.

Числовые значения параметров граничных условий представлены в разделе 2.2 (рис. 2.23, табл. 2.4).

4.5.6.2. Задание краевых условий при длительных нагрузках в условиях хождения человека

Краевые условия для хождения моделируются аналогично предыдущему пункту, только различаются сечения и системы координат. На рис. 4.14 представлены сечения, которые отсекают поверхности (они в верхней части) и к которым приложено давление, и системы координат. Числовые параметры краевых условий представлены в разделе 3 (рис. 3.1, табл. 3.1).

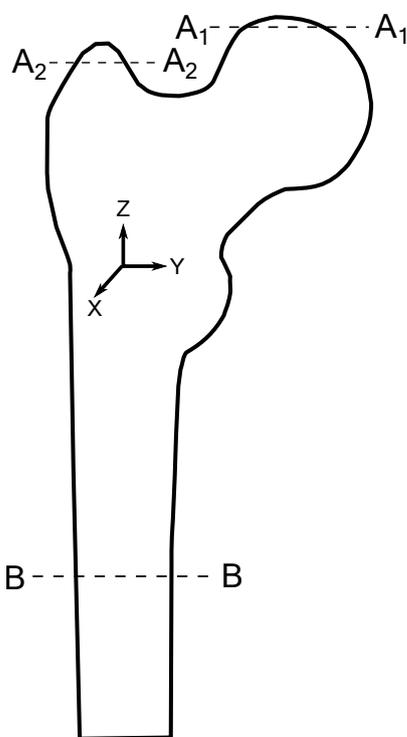


Рис. 4.14. Сечения и системы координат для задания краевых условий, соответствующих процессу хождения человека.

4.5.7. Уточнение конечно-элементной сетки

Для уточнения конечно-элементной сетки разработаны программы, позволяющие уточнять разбиение в узлах, входящих в интересующую нас область.

4.5.7.1. Уточнение конечно-элементной сетки в заданной области

В модуле `sectionmesh.py` реализовано уточнение сетки конечных элементов в заданной области, например, как показано на рис. 4.15. Обычно такое разбиение использовалось в данной работе, если нужно было построить качественную картину напряженно-деформированного состояния в некотором выбранном объеме шейки бедра.

Для этого задается параметр сечения — координата на оси Oz и толщина области A (расположенная между двумя плоскими сечениями) в системе координат, представленной на рис. 4.15. Координаты узлов также выводятся в этой системе координат. Отбираются все узлы, входящие в эту область, и для них генерируются ANSYS-команды для уточнения сетки. Кроме этого, в программе можно задать уровень уточнения и область действия для ANSYS-команды `NREFINE`. Результат программы — набор команд для выполнения в ANSYS.

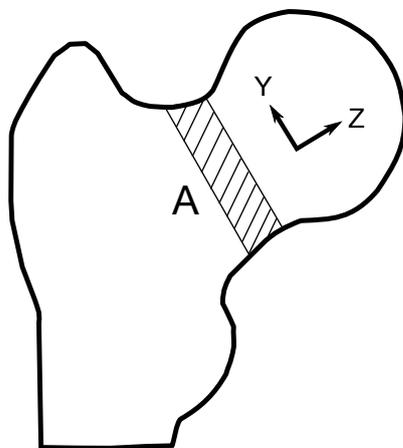


Рис. 4.15. Область и локальная система координат для уточнения КЭ сетки в области.

4.5.7.2. Уточнение конечно-элементной сетки в окрестностях заданных точек

Уточнение сетки КЭ по области не позволяет создать сетку КЭ с приемлемой дискретизацией области для проведения расчетов на стационарном ПК, так как большое количество узлов приводит к переполнению памяти.

В связи с этим разработана программа (модуль `prp.py`), которая позволяет уточнять сетку в небольшой области около конкретных точек. Это существенно снижает сложность задачи, так как количество узлов заметно уменьшается по сравнению с предыдущим методом уточнения сетки КЭ.

Входные данные программы:

- количество узлов в окрестности точек, в которых будет происходить уточнение сетки;
- степень уточнения сетки;
- список координат точек, около которых будет произведено уточнение сетки.

Принцип работы программы — для каждой точки из списка происходит выборка заданного количества ближайших к ней узлов и для этих узлов выводятся в файл команды уточнения сетки КЭ. Чтобы выбрать ближайшие N точек, необходимо их отсортировать по удаленности. Перебор всех точек может занять длительное время, особенно, если учесть, что такую процедуру следует выполнять для каждой заданной точки из списка. Поэтому для оптимизации перед сортировкой узлов проводится «интеллектуальная» выборка точек. Из всех узлов отбираются только те, которые входят в шар с радиусом kk (параметр программы, по умолчанию 0.001). Если точек оказалось меньше, чем N (параметр программы), то радиус увеличивается вдвое от начального. Если точек все равно не хватает, то программа сообщает об этом, так как, вероятно, пользователь неправильно ввел координаты точки, около которой нужно провести уточнение КЭ сетки, поскольку в данном исследовании величины радиуса 0.002 мм всегда было достаточно (согласно выполненным многократно численным экспериментам).

Код функции `genForOnePoint()` можно условно разбить на 3 части:

- 1) выборка узлов в небольшой области около точки для уменьшения времени последующей сортировки;
- 2) сортировка узлов по мере удаленности от точки;
- 3) вывод команд для уточнения КЭ сетки.

ANSYS-команды такие же, что и в случае уточнения КЭ сетки в области.

4.5.8. Вывод результатов

В данном пункте представлено описание программ для вывода данных о напряженно-деформированном состоянии в бедренной кости.

4.5.8.1. Вывод результатов для всех точек

Для вывода напряженно-деформируемого состояния во всех точках используется метод `createResultsCommands()` из модуля `specialCommands.py`. Этот метод возвращает ANSYS-команды для вывода списка точек в формате $(N, S_x, S_y, S_z, S_{xy}, S_{yz}, S_{zx}, S_{int})$, где N — номер узла; S_i — величина компоненты тензора напряжений в узле с индексом N , $i = (x, y, z, xy, yz, zx, int)$.

Вначале выбирается предварительно созданная система координат и напряжения пересчитываются в эту систему с учетом всех узлов (а не только околоповерхностных, как задано в ANSYS по умолчанию). Последовательность команд представлена на листинге 4.18.

Листинг 4.18. Построение ограничения

```
RSYS , 11
AVPRIN , 0
AVRES , 2 ,
/EFACET , 1
LAYER , 0
FORCE , TOTAL

/GRAPHICS , FULL
```

Затем выводятся данные в текстовый файл при помощи последовательности команд, см. листинг 4.19.

Листинг 4.19. Построение ограничения

```
*get, NNUMMAX, node, , num, max
*del, NARRAY
*dim, NARRAY, array, NNUMMAX, 8

*vget, NARRAY(1,2), node, , s, x
*vget, NARRAY(1,3), node, , s, y
*vget, NARRAY(1,4), node, , s, z
*vget, NARRAY(1,5), node, , s, xy
*vget, NARRAY(1,6), node, , s, yz
*vget, NARRAY(1,7), node, , s, xz
*vget, NARRAY(1,8), node, , s, int
*vfil, NARRAY(1,1), ramp, 1, 1

*cfopen, result, txt
*vwrite
('NODE', 10x, 'Sx', 11x, 'Sy', 11x, 'Sz', 11x, 'Sxy', 11x, 'Syz', 11x, 'Szx', 10x, 'Sint')
*vwrite, NARRAY(1,1), NARRAY(1,2), NARRAY(1,3), NARRAY(1,4), NARRAY(1,5), NARRAY(1,6),
NARRAY(1,7), NARRAY(1,8)
(F8.0, t11, ' ', E12.5, ' ', E12.5)
*cfclose
```

4.5.8.2. Вывод результатов для выбранных точек

Вывод результатов для выбранных точек реализован в `resultPerPoint.py` и `resultPerPointDelta.py`. Модуль `resultPerPointDelta.py` ищет ближайший узел к заданной точке, модуль `resultPerPoint.py` — узел с наибольшим напряжением в некоторой небольшой области около точки. Программы работают обратно модулю `prs.py` (см. раздел 4.5.7.2) — аналогично задаются точки, вместо узлов загружаются данные о напряжениях.

Алгоритм программ следующий: вначале находится ближайший узел к точке в методе `getNearestNode()`; затем ищется максимум по модулю по всем компонентам напряжения при помощи метода `findSi()`; в конце выводятся номер узла, напряжение, размер элемента, вычисленный в методе `getDelta()`, — расстояние до ближайшего узла. Кроме этого, можно выводить и другие характеристики, например, все компоненты тензора напряжений и координаты.

4.5.8.3. Поиск максимального\минимального напряжения

В модуле `maxSigma.py` (старая версия — `mm.py`) происходит поиск узла с максимальным\минимальным значением напряжения. Достигается

это следующим путем: выделяется область в шейке (остальные узлы не рассматриваются); далее область уменьшается таким образом, чтобы она не содержала узлы КЭ сетки имплантатов; затем область делится на две части — верхнюю и нижнюю части шейки бедра и производится поиск узла с максимальным по модулю значением в верхней и нижней частях шейки по данным из решения ANSYS.

4.5.8.4. Вывод данных в узлах сечения

Модуль `graphSection.py` — «противоположность» модуля `sectionmesh.py` (см. раздел 4.5.7.1). Он позволяет по параметрам области (координате и толщине, см. рис. 4.15) построить данные в виде списка точек (x, y, σ) , которые потом пригодны для построений сечения или 3D-графика напряженно-деформированного состояния в сечении кости, например в программе `gnuplot` [76]. В данном случае координата z не используется, поскольку считается, что толщина области мала по сравнению с объемом бедренной кости и можно считать, что точки в исследуемой области имеют одинаковую величину координаты z .

4.5.9. Вспомогательные программы для исследования

Модуль `merge.py`. Программа разработана для проверки, насколько отличаются данные при изменении различных параметров материала в процессе вариативных расчетов. Она сравнивает значения напряжений и определяет максимальное отклонение величин напряжений между данными двух численных экспериментов (при условии, что узлы в исследованиях одинаковы).

Модуль `delta.py`. Программа определяет среднее расстояние между указанной точкой и ближайшими узлами. Координаты точки и количество ближайших узлов указываются в параметрах программы.

Модуль `areadist.py`. Программа определяет минимальное расстояние между двумя ближайшими к заданной точке узлами.

4.5.10. Программы для исследования однослойной кости

В разделе 2.1 использовались программы, которые являлись предшественниками модулей из секций выше.

4.5.10.1. Модуль `nodes2section.py`

Программа является предшественницей `graphSection.py`, она использовалась для построения сечения по узлам сетки КЭ. Входные данные для программы содержит файл с узлами и координатами сечения. Выходной файл — выборка узлов, которые принадлежат заданной области. Принцип работы — выбор узлов, которые принадлежат сечению, но так как сечение плоское, а узлы распределены в объеме, то в качестве сечения программа понимает некоторый объем вокруг сечения (сечение с малой высотой).

4.5.10.2. Модуль `elem2nodes.py`

После решения численной задачи необходимо получить информацию о величинах напряжений в различных точках. Для этого ANSYS позволяет вывести напряжения во всех узлах КЭ сетки. Для дальнейшего исследования необходимо: предоставить программе файл с данными о напряжениях в узлах КЭ; вывести напряжения в исследуемых точках.

Практика показала, что прежде чем производить вывод напряжений в исследуемых точках, лучше провести преобразование данных (удаление лишних метаданных) в отличный от ANSYS формат [3, 4, 28]. Новый формат данных позволяет заметно сократить время, требуемое для поиска исследуемых точек.

Некой характеристикой эффективности применения нового формата данных (используемого специально для данного исследования) вместо обобщенного формата данных ANSYS может служить сравнение размеров файлов. В случае с ANSYS-форматом имеем 325 МВ, новый формат — 9 МВ, таким образом, получаем экономию в занимаемом месте на жестком диске, а значит, и в скорости чтения файлов, примерно в 32 раза.

Для работы программы на вход подается файл с узлами и файл с напряжениями в узлах КЭ сетки. На выходе программа предоставляет файл с данными в новом формате.

4.5.10.3. Модуль postAmm2.py

Для вывода напряжений в исследуемых точках с учетом нового формата разработана специальная программа. Принцип работы в определенной мере похож на программу для локального уточнения сетки КЭ, с тем лишь отличием, что производится не уточнение сетки в узлах, а вывод величин напряжений в них.

Входными данными являются список исследуемых точек и файл с напряжениями в новом формате (см. описание модуля elem2nodes.py). Результат — вывод на экран величин напряжений только в исследуемых точках. Однако напряжения можно вывести только в узлах сетки КЭ, а координаты точки не обязательно соответствуют конкретному узлу. Поэтому программа выбирает узел из малой области вокруг исследуемой точки и уже для этого узла выводятся напряжения.

4.6. Идентификация параметров модели ползучести костной ткани

В главе 3 построена феноменологическая модель ползучести костной ткани. Одной из основных задач при этом является процедура идентификации параметров этой модели (см. формулу (3.1)) по экспериментальным данным.

Исходя из методики определения коэффициентов, описанной в главе 3, можно видеть, что значения коэффициентов зависят от того, какие значения времени t будут использоваться в расчетах.

Поскольку подбор наилучших значений требует перебора значений t из промежутка $[0; 6000]$ (промежуток выбран исходя из длительности экспериментальных исследований), наиболее подходящим способом является

автоматизированный перебор. Поэтому была разработана программа, перебирающая точки и находящая наилучшие значения коэффициентов. Критерий выбора коэффициентов — среднеквадратичное отклонение рассчитанных по теории упрочнения (3.2) теоретических значений деформации ползучести (с вычисленными в процессе идентификации параметрами) от экспериментальных данных.

Для перебора значений положим t дискретным. Программа по очереди выполняет шаги методики вычисления коэффициентов, перебирая t . Для этого формируется двумерный массив $[[t_{m_1}, t_{m_2}], [t_1, t_2, \dots, t_n]]$, где первый массив используется для вычисления m , второй — для вычисления C_1 и C_2 . После вычисления коэффициентов происходит сравнение среднеквадратичного отклонения на данном шаге и на предыдущем шаге, и если среднеквадратичное отклонение убывает, то «запоминаются» новые коэффициенты и итерационный процесс повторяется.

Далее происходит следующий шаг программы, в результате чего увеличивается t_{m_1} ; если t_{m_1} достигло максимума ($endStep = 6000$), то увеличиваем величины t_{m_2} , а t_{m_1} обнуляются. Если t_{m_1} и t_{m_2} достигли максимума, то обнуляем их и увеличиваем t_1 и т.д. Причем если размер второго массива меньше n , где $n = \text{ceil}(endStep/step)$ ($step$ — шаг дискретного параметра t , где ceil — целочисленное деление с округлением вверх), а последний элемент достиг максимума, то после сброса параметров добавляем новый элемент в конец массива. Стоп работы программы происходит, когда все значения в массиве достигли максимума и второй массив больше увеличить нельзя.

Логика работы аналогична перебору цифр в числе, только количество разрядов равно $n+2$, а алфавит вместо десяти цифр имеет n позиций. Очевидно, что сложность алгоритма $O(n!)$. Такой алгоритм позволил достигнуть шага, равного всего лишь 600 ($n = 6000/600 = 10$). При уменьшении шага хотя бы в 2 раза время расчета алгоритма на компьютере увеличивается с минут до дней.

Поэтому потребовалось оптимизировать алгоритм. Очевидно, что порядок местоположения величин t в двумерном массиве не важен, т.е. можно организовать алгоритм не полного перебора, а алгоритм перебора замещений. Для этого следующее значение t при сбросе приравнивается не нулю, а предыдущему элементу массива + шаг. Кроме того, в результате численного эксперимента установлено, что в основном наилучшие коэффициенты получаются при использовании 2–5 элементов во втором массиве. Эти ограничения позволили значительно укоротить алгоритм. В результате число операций стало определяться соотношением

$$count = C_{n1}^2 \sum_{i=1}^n C_{n2}^i,$$

где

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Исходя из реального поведения кривых ползучести костной ткани (см. рис. 3.1) и результатов численного эксперимента установлено, что «физический» смысл значения переметра m находится в интервале $0.3 < m < 0.6$. Если это условие не выполняется, то кривая ползучести становится либо слишком быстро растущей, либо слишком долго растущей, поэтому при выходе m за этот интервал алгоритм переходит на следующий шаг без расчета оставшихся коэффициентов.

С помощью профайла cProfile (программа для определения времени, затраченного на выполнение всех команд программы) выявлен участок кода с наибольшим потреблением процессорного времени. Это вычисление среднеквадратичного отклонения. Поэтому создан кеш, который запоминает ранее вычисленные значения параметров кривых ползучести с ключом из t и идентификатором кривой. Также при вычислении было замечено, что

каждый раз вычисляются коэффициенты $A(C_1, C_2, m)$ и $B(C_1, C_2, m)$, которые имеют одинаковое значение в рамках поиска невязки для каждой пары «экспериментальная кривая — вычисленная кривая», поэтому вычисление коэффициентов вынесено из цикла.

С учетом вышеизложенного схема на рис. 4.16 иллюстрирует алгоритм работы программы.

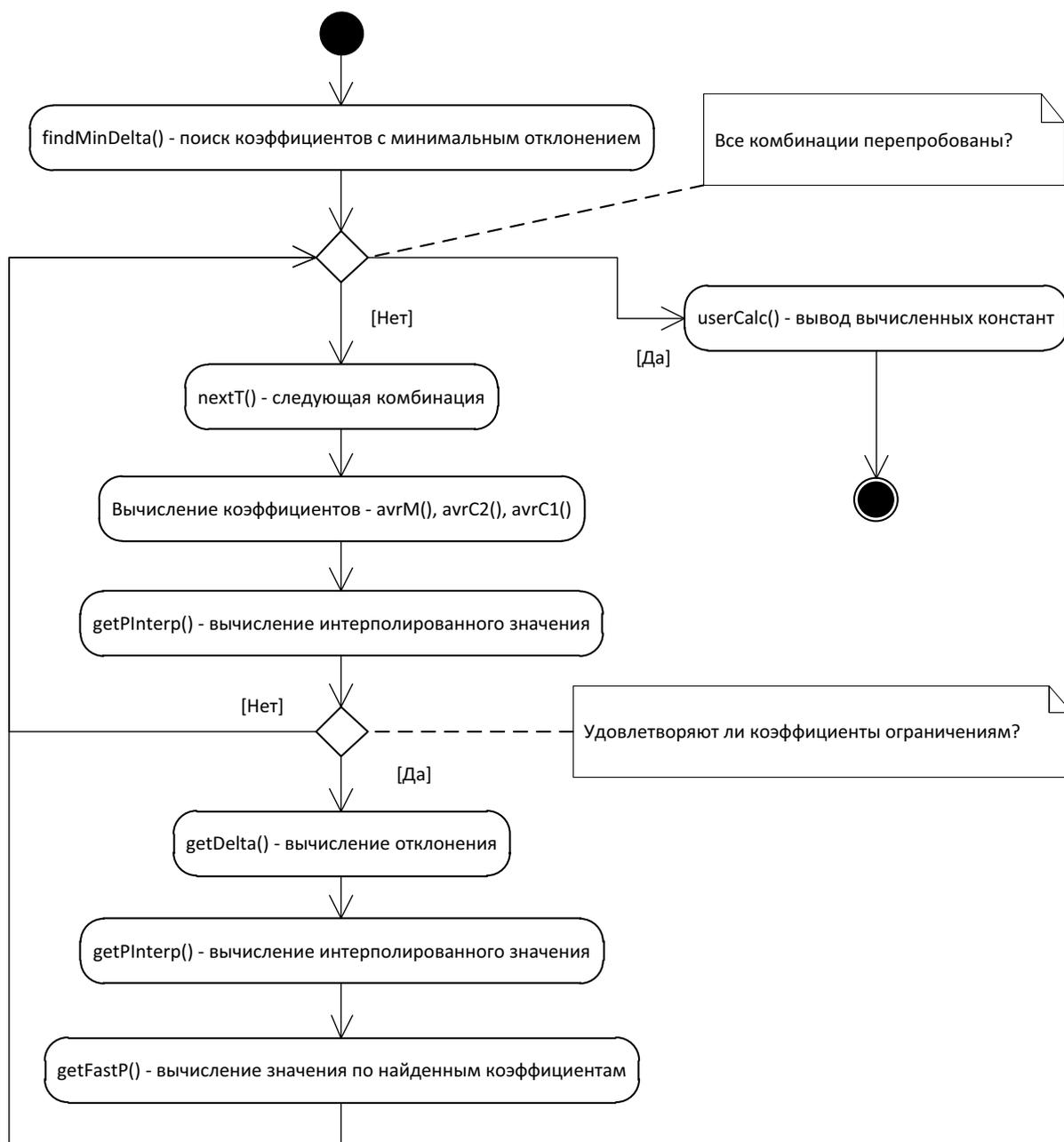


Рис. 4.16. Блок-схема алгоритма работы программы идентификации коэффициентов для модели ползучести.

Благодаря такой оптимизации был достигнут шаг, равный 10. С таким

шагом были определены оптимальные коэффициенты модели ползучести костной ткани по минимальному среднеквадратичному отклонению. Результат работы программы позволил получить расчетные кривые ползучести костной ткани, которые приведены в разделе 3 (см. рис. 3.3).

4.7. Выводы по главе 4

1. Представлены и описаны используемые для численного решения задач, обработки данных расчета и информационных баз данных программные средства и разработанные программные продукты, на основании которых и получены основные научные результаты.
2. Используемые средства классифицируются по следующим группам: программные среды для разработки программ; программы для построения геометрических моделей бедренной кости и имплантатов; программы для имплантирования геометрической модели армирующих элементов в геометрическую модель бедренной кости; программы для построения сетки КЭ разной иерархической структуры; программы для задания кинематических и граничных условий; программы для запуска численных расчетов; программа идентификации параметров модели ползучести костной ткани; программы для получения и обработки результатов численного решения задач и их форматирования; программные средства оформления диссертационной работы и графиков.
3. Разработан оригинальный программный модуль к форматированию и фильтрации данных численного решения краевых задач, полученных в пакете ANSYS, позволяющий увеличить скорость чтения файлов в 32 раза по сравнению с классическим ANSYS-форматом.
4. Разработан программный комплекс FemurUtils, включающий ряд модулей и расширяющий возможности программного комплекса ANSYS

в области геометрического моделирования, решении задачи ползучести и обработки больших массивов данных параметров напряженно-деформированного состояния.

Заключение

Сформулируем основные выводы и результаты, полученные в диссертационном исследовании.

1. Предложен метод математического моделирования нелинейного реологического деформирования армированной костной ткани в условиях кратковременного и длительного режимов нагружения, позволяющий исследовать влияние армирующих элементов на напряженно-деформированное состояние шейки бедра.
2. Предложен запатентованный спектр армирующих элементов (имплантатов), разработаны методы геометрического моделирования имплантатов (спица, спираль, винт–штопор) бедренной кости и их комбинации с использованием ряда сглаживающих фильтров и схемы рационального армирования шейки бедра для максимального снижения концентрации напряжений в костной ткани.
3. Сформулирован ряд новых постановок краевых задач для расчета напряженно-деформированного состояния армированной бедренной кости и реализованы численные методы их решения при линейной и нелинейной диаграммах деформирования в условиях кратковременного и длительного статического режимов нагружения. Выполнены исследования устойчивости и сходимости численных методов. Предложена методика выбора переменного шага интегрирования по времени, позволяющая существенно сократить время расчета без потери точности. Установлено, что при увеличении длительности численного эксперимента в $2 \cdot 10^3$ раз время расчета увеличивается лишь в 2 раза.
4. Построена феноменологическая модель ползучести компактной костной ткани на основе теории упрочнения, предложена и реализована методика

идентификации ее параметров и выполнена проверка адекватности модели по отношению к экспериментальным данным.

5. Установлено, что при использовании армирующих элементов максимальное нормальное напряжение в шейке бедра снижается на 10–13% по сравнению с неармированным образцом в условиях кратковременного нагружения, а при длительных нагрузках происходит существенная релаксация напряжений вследствие ползучести, причем в армированной шейке бедра она происходит более интенсивно, чем в неармированной. Расчетами установлено, что для имплантата «спица + спица» при длительности естественных нагрузок в течение года, соответствующих хождению человека, напряжения в наиболее нагруженных областях шейки бедра вследствие ползучести снижаются на 49% по отношению к напряжениям при приложении «мгновенной» нагрузки в начальный момент времени.
6. Впервые выполнены экспериментальные исследования влияния различных армирующих элементов (титановые имплантаты) и схем армирования на разрушение шейки бедра биоманекенов для двух видов напряженного состояния: при сжатии вдоль и поперек механической оси бедренной кости. Установлено, что армирование (спица; три спицы, спираль; спираль + спица) повышает сопротивление разрушающим нагрузкам от 27 до 93% по сравнению с неармированным образцом, что свидетельствует об увеличении прочности систем «бедренная кость – имплантат».
7. Разработан программный комплекс FemurUtils, включающий ряд модулей и расширяющий возможности программного комплекса ANSYS в области геометрического моделирования, численного решения задач реологического деформирования и обработки больших массивов данных параметров напряженно-деформированного состояния.

8. Полученные теоретические и экспериментальные результаты по снижению концентрации напряжений в шейке бедра за счет армирования могут служить одним из обоснований при сертификации методики профилактического армирования шейки бедра в медицинской практике.

Список литературы

1. А.С. РФ 2014615334. FemurUtils / Нехожин А. В.; заявитель и автор Нехожин А. В. — №2014613243; заявл. 03.04.2014; опубл. 20.06.2014.
2. Афанасьев Ю. И., Юрина Н. А., Котовский Е. Ф. Гистология: 5-е изд., перераб. и доп. М.: Медицина, 2002. 744 с.
3. Басов К. А. ANSYS. Справочник пользователя. М.: ДМК Пресс, 2005. 640 с.
4. Басов К. А. Графический интерфейс комплекса ANSYS. М.: ДМК Пресс, 2006. 248 с.
5. Бегун П. И., Шукейло Ю.А. Биомеханика: Учебник для вузов. СПб.: Политехника, 2000. 463 с.
6. Белов П. А., Гордеев А. В. Моделирование свойств композиционного материала, армированного короткими волокнами. Учет адгезионных взаимодействий // Композиты и наноструктуры. 2010. №1. С. 40–46.
7. Беляев Н. Н. Сопротивление материалов. М.: Наука, 1976. 607 с.
8. Болотин В. В., Новичков Ю. Н. Механика многослойных конструкций. М: Машиностроение, 1980. 375 с.
9. Бочарова О. В., Лыжов В. А., Анджинович И. Е. Некоторые особенности волновых полей на поверхности тел, ослабленных наличием дефектов // Вестник Южного Научного Центра. 2013. Т. 9, №2. С. 11–15.
10. Ван Фо Фы Г. А. Теория армированных материалов. Киев: Наук. Думка, 1971. 232 с.
11. Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов. М: Машиностроение, 1988. 272 с.
12. Вильдеман В. Э, Зайцев А. В. О численном решении краевых задач механики деформирования и разрушения структурно-неоднородных тел с граничными условиями третьего рода // Вычислительные технологии. 1996. Т. 1, №2. С. 65–68.
13. Вильдеман В. Э., Соколкин Ю. В., Ташкинов А. А. Механика неупругого

- деформирования и разрушения композиционных материалов. М.: Наука, 1977, 288 с.
14. Вичнин Г. Г., Бэттерман С. К. Прогнозирование повреждения проксимальной части бедра до и после полной замены тазобедренного сустава // Конструирование и технология машиностроения. 1986. №2. С. 327–342.
 15. Винц Х. Изменение механических свойств компактной костной ткани человека в зависимости от возраста // Механика полимеров. 1975. Т. 11, №4. С. 659–663.
 16. Дедков Д. В., Зайцев А. В. Концентрация напряжений в слое тканого композита с локальными дефектами при двухосном однородном равнокомпонентном макродеформировании // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физ.-мат. науки. 2013. №4. С. 66–75.
 17. Дедков Д. В., Ташкинов А. А. Коэффициенты концентрации напряжений в слое тканого композита с локальными технологическими дефектами при чистом формоизменении // Вычислительная механика сплошных сред - Computational continuum mechanics. 2013. Т. 6, №1. С. 103–109.
 18. Добелис М. А. Деформативные свойства деминерализованной костной ткани человека при растяжении // Механика полимеров. 1978. Т. 14, №1. С. 101–108.
 19. Исходный код программы комплекса FemurUtils [Электронный ресурс] / SourceForge, 2014. Режим доступа: <https://svn.code.sf.net/p/bonetools/code/tags/dissertation>.
 20. Каплун А. Б., Морозов Е. М., Олферьева М. А. Ansys в руках инженера. М.: УРСС, 2003. 307 с.
 21. Колюхов А. В. Основы анализа конструкции в ANSYS. Казань: КГУ, 2001. 102 с.
 22. Кнетс И. В., Вилкс Ю. К. Ползучесть компактной костной ткани человека при растяжении // Механика композитных материалов. 1975. Т. 11, №4. С. 634–638.

23. Кравченко О. Л., Вильдеман В. Э. Модели неупругого деформирования перекрестно-армированных слоистых композитов // Вестник ППГУ: Математическое моделирование систем и процессов. 1997. №5. С. 49–55.
24. Кучер Н. К., Земцов М. П., Заразовский М. Н. Деформирование слоистых эпоксидных композитов, армированных высокопрочными волокнами // Проблемы прочности. 2006. С. 41–57.
25. Лайуни Р. Ш. К вопросу о механических свойствах костной ткани // Физическое воспитание студентов творческих специальностей. 2002. Т. 4. С. 18–22.
26. Лесняк О. М. Падения как важная составная часть проблемы переломов у пожилых людей // Русский медицинский журнал. 2008. Т. 16, №17. С. 1142–1146.
27. Львов С. Е., Кузьмин А. М., Кирпичев И. В. Стабиографическая оценка исходов лечения больных после переломов шейки бедренной кости // Травматология и ортопедия России. 2007. Т. 1, №43. С. 16–20.
28. Любимов А. К. Применение системы ANSYS к решению задач механики сплошной среды. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2006. 227 с.
29. Луат Д. Ч., Лурье С. А., Дудченко А. А. Моделирование деградации свойств композита при растрескивании и расслоении при статическом и циклическом нагружении // Механика композиционных материалов и конструкций. 2008. Т. 14, №4.
30. Матвеев А. Л., Дубров В. Э., Минасов Т. Б., Нехожин А.В. и др. Компьютерная томография проксимального отдела бедренной кости для определения показаний к профилактическому армированию с целью предупреждения переломов костей при остеопорозе // Материалы конгресса. Конгресс российской ассоциации радиологов. Лучевая диагностика и терапия в реализации национальных проектов. Санкт-Петербург, 2013. С. 222–224.

31. Матвеев А. Л., Дубров В. Э., Минасов Т. Б., Нехожин А.В. и др. Особенности биомеханики проксимального отдела бедра в условиях экспериментального армирования и возникновения низкоэнергетических переломов у лиц старшего возраста // Труды первого конгресса стран Шанхайской организации сотрудничества «Травматология, ортопедия и восстановительная медицина третьего тысячелетия». Маньчжурия, 2013. С. 67–69.
32. Матвеев А. Л., Минасов Т. Б., Минасов Б. Ш., Рааб Г.И., Нехожин А.В. Хирургическое армирование шейки бедренной кости имплантатами из наноструктурированного титана — новое направление в травматологии и ортопедии для профилактики переломов при остеопорозе // Материалы и технологии для медицины будущего: тезисы докладов международного совещания. Светлогорск. 2012. С. 33–35.
33. Матвеев А.Л., Дубров В.Э., Минасов Т.Б., Минасов Т.Б., Нехожин А.В. Эпидемиология метаболических заболеваний скелета у лиц с высокой вероятностью патологических переломов проксимального отдела бедра и методы их хирургической профилактики // Курский научно-практический вестник «Человек и его здоровье». 2015. №4. С. 97–103.
34. Матвеев А.Л., Дубров В.Э., Минасов Т.Б., Минасов Т.Б., Нехожин А.В. Возможности и перспективы хирургической профилактики патологических переломов проксимального отдела бедренной кости у лиц с заболеваниями, вызывающих деструкцию костной ткани // Московский хирургический журнал. 2015. Т. 5, №45. С. 22–27.
35. Матвеев А. Л., Минасов Т. Б., Минасов Б. Ш., Нехожин А. В. Модель механической системы кость — имплантат в условиях экспериментального профилактического армирования проксимального отдела бедра материалами нового поколения // Современные аспекты хирургического лечения повреждений и заболеваний костей, суставов конечностей и таза: тезисы докладов научно-практической конференции травматологов-ортопедов с

- международным участием. Москва, 2012. С. 95–97.
36. Матвеев А. Л., Миначов Т. Б., Миначов Б. Ш., Нехожин А. В. Хирургическое армирование проксимального отдела бедренной кости — новое направление в ортопедии для профилактики переломов при остеопорозе // Актуальные вопросы ортопедии. Достижения. Перспективы: тезисы докладов I научно-практической конференции. Москва. 2012. С. 86–88.
37. Матвеев А. Л., Миначов Т. Б., Миначов Б. Ш., Нехожин А. В. Экспериментальная модель механической системы кость — имплантат в условиях профилактического армирования проксимального отдела бедра наноструктурными материалами // Материалы III съезда травматологов-ортопедов Уральского федерального округа Научно-практической конференции с международным участием «Чаклинские чтения». Екатеринбург, 2012. С. 94–96.
38. Матвеев А. Л., Миначов Т. Б., Радченко В. П., Нехожин А. В. Математическое моделирование критических напряжений в шейке бедра в эксперименте при низкоэнергетической травме у лиц пожилого возраста // Актуальные проблемы травматологии и ортопедии: возможности, ошибки и осложнения: материалы VII научно-практической конференции травматологов-ортопедов ФМБА России. Томск, 2012. С. 53–54.
39. Матвеев А. Л., Миначов Т. Б., Миначов Б. Ш., Нехожин А. В. Малоинвазивное профилактическое армирование шейки бедренной кости у лиц пожилого возраста для предупреждения переломов ее при остеопорозе // Новое в травматологии и ортопедии: тезисы докладов всероссийской научно-практической конференции с международным участием. Самара, 2012. С. 240–241.
40. Матвеев А. Л., Миначов Т. Б., Миначов Б. Ш., Нехожин А. В. Хирургическая профилактика в целях предупреждения переломов шейки бедренной кости при остеопорозе у больных пожилого возраста // Проблема остеопороза в травматологии и ортопедии: тезисы докладов V конференции с международным участием. Москва, 2012. С. 77–78.

41. Матвеев А. Л., Минасов Т. Б., Нехожин А. В. Оригинальные имплантаты для методики профилактического армирования шейки бедренной кости при остеопорозе // Новое в травматологии и ортопедии: тезисы докладов Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. Самара, 2012. С. 238–240.
42. Матвеев А. Л., Минасов Т. Б., Нехожин А. В. Механические системы кость — имплантат в условиях профилактического армирования проксимального отдела бедра с использованием наноструктурных материалов // Проблема остеопороза в травматологии и ортопедии: тезисы докладов V конференции с международным участием. Москва, 2012. С. 79–80.
43. Матвеев А. Л., Минасов Т. Б., Минасов Б. Ш., Нехожин А. В. Малоинвазивная методика профилактического армирования шейки бедренной кости для пожилых пациентов, страдающих остеопорозом // Травматология и ортопедия России. Актуальные вопросы травматологии и ортопедии: материалы конференции молодых ученых. 2012. Т. 64, №2. С. 135–136.
44. Матвеев А. Л., Минасов Т. Б., Нехожин А. В. и др. Новые имплантаты из нанотитана для профилактического армирования шейки бедренной кости при остеопорозе // Актуальные проблемы травматологии и ортопедии: возможности, ошибки и осложнения: материалы VII научно-практической конференции травматологов-ортопедов ФМБА России. Томск. 2012. С. 47–49.
45. Матвеев А. Л., Минасов Т. Б., Минасов Б. Ш., Нехожин А. В. Малоинвазивная профилактическая хирургия предупреждения переломов шейки бедренной кости при остеопорозе // Научно-практический журнал для врачей и провизоров ARS MEDICA. 2012. Т. 59, №4. С. 164–167.
46. Матвеев А. Л., Нехожин А. В., Матвеева И. И. Имплантаты для армирования шейки бедренной кости с целью профилактики переломов при остеопорозе // Ургентная и реконструктивно-восстановительная хирургия. 2011. №5. С. 297–299.
47. Матвеев А. Л., Нехожин А. В., Матвеева И. И. Имплантаты для

- армирования шейки бедренной кости с целью профилактики переломов при остеопорозе // Актуальные вопросы диагностики, лечения и реабилитации больных: материалы XV межрег. практ. конф. ГОУ ДПО «Пензенский инст. усоверш. врачей Федер. агентства по здравоохран. и соц. развит». Пенза, 2011. С. 160–162.
48. Мелнис А. Э., Кнетс И. В., Моорлат П. А. Особенности деформирования компактной костной ткани человека при ползучести в условиях растяжения // Механика композитных материалов. 1979. №5. С. 861–867.
49. Мелнис А. Э., Лайзан Я. Б. Нелинейная ползучесть компактной костной ткани человека при растяжении // Механика полимеров. 1978. Т. 14, №1. С. 97–100.
50. Миначов Т. Б., Матвеев А. Л., Нехожин А. В. Механические системы «кость — имплантат» в условиях армирования проксимального отдела бедра с использованием наноструктурных материалов // Научно-практический журнал для врачей и провизоров ARS MEDICA. 2012. Т. 59, №4. С. 167–174.
51. Миначов Т. Б., Матвеев А. Л., Нехожин А. В. Прочностные характеристики проксимального отдела бедренной кости в условиях внутреннего силового шунтирования // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: физ.-мат. науки. 2013. Т. 33, №4. С. 98–106.
52. Миначов Т. Б., Миначов Б. Ш., Матвеев А. Л., Нехожин А. В. Модели механических систем «кость — имплантат» в условиях профилактического армирования проксимального отдела бедра. Экспериментальные исследования // Актуальные вопросы ортопедии. Достижения. Перспективы: тезисы докладов I научно-практической конференции. Москва, 2012. С. 90–92.
53. Миначов Т. Б., Стрижков А. Е., Бакусов Л. М., Насыров Р. В. Структурная самоорганизация костной ткани и её механизмы как источник диагностической информации. Уфа: Печатный домъ, 2010. 108 с.
54. Миначов Б. Ш., Ханин М. Ю., Якупов Р. Р., Миначов Т. Б. Результаты стендовых испытаний системы «кость-имплантат-кость» в условиях

- стандартного остеосинтеза при переломах проксимального отдела бедра // Казанский медицинский журнал. 2010. №1. С. 40–44.
55. Нехожин А. В. Моделирование деформируемости и прочности армированной костной ткани шейки бедра человека в условиях кратковременных и длительных нагрузжений // Материалы VIII Всероссийской конференции по механике деформируемого твердого тела. Чебоксары: Ч. 2. 2014. С. 260–262
56. Нехожин А. В. Моделирование напряженно-деформированного состояния костной ткани шейки бедра с учетом ее армирования // Международная молодежная научная конференция «Научному прогрессу — творчество молодых»: материалы и доклады. Ч. 1. Йошкар-Ола: Поволжск. гос. техн. ун-т, 2011. С. 72–73.
57. Нехожин А. В. Моделирование напряженно-деформированного состояния систем «шейка бедренной кости — имплантат» // XVIII зимняя школа по механике сплошных сред: тезисы докладов. Пермь: ИМСС УрО РАН, 2013. С. 258.
58. Нехожин А. В. Математическое моделирование напряженного состояния в различных системах «бедренная кость — имплантат» // Математическое моделирование и краевые задачи: труды девятой Всероссийской науч. конф. с междунар. участием. Ч. 2. Самара: СамГТУ, 2013. С. 122–126.
59. Нехожин А. В. Двухслойная математическая модель шейки бедра человека для исследования напряженного состояния при армировании имплантатами различной конструкции // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: физ.-мат. науки. 2013. Т. 32, №3. С. 129–135.
60. Нехожин А. В., Матвеев А. Л., Радченко В. П. Математическое моделирование напряженного состояния в шейке бедра в момент удара при падении человека // Математическое моделирование и краевые задачи: труды восьмой Всероссийской науч. конф. с междунар. участием. Ч. 1. Самара: СамГТУ, 2011. С. 132–135.
61. Нехожин А. В., Миасов Т. Б., Матвеев А. Л. Моделирование напряженного

- состояния биокompозитного материала кости в шейке бедра // Научно-практический журнал для врачей и провизоров ARS MEDICA. 2012. Т. 59, №4. С. 183–185.
62. Нехожин А. В., Радченко В. П. Численное моделирование напряженно-деформируемого состояния армированной шейки бедра // VII Всероссийская конференция по механике деформируемого твердого тела: тезисы докладов. Ростов-на-Дону, 2013 – С. 117.
63. Нехожин А. В., Радченко В. П. Эффект дрейфа нелинейно-упругой деформации вследствие ползучести // VII Всероссийская конференция по механике деформируемого твердого тела: тезисы докладов. Ростов-на-Дону, 2013 – С. 116.
64. Нехожин А. В., Радченко В. П., Матвеев А. Л., Миначов Т. Б. Математическое моделирование деформаций, возникающих при критических нагрузках в области проксимального отдела бедра у пожилого человека при проведении профилактического армирования // Актуальные вопросы ортопедии. Достижения. Перспективы: тезисы докладов I научно-практической конференции. Москва, 2012. С. 101–102.
65. Нехожин А. В., Радченко В. П., Матвеев А. Л. Моделирование напряженно-деформированного состояния шейки бедра с применением имплантатов для армирования // Ургентная и реконструктивно-восстановительная хирургия. 2011. №5. С. 303–306.
66. Нехожин А. В., Радченко В. П., Матвеев А. Л. Анализ напряженного состояния армированной и неармированной биокompозитной костной ткани шейки бедра человека // Механика микронеоднородных материалов и разрушение: тезисы докладов Всероссийской конференции. Екатеринбург: ИМАШ УрО РАН, 2012. С. 139.
67. Нехожин А. В., Радченко В. П., Матвеев А. Л. и др. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния в шейке бедра при остеопорозе // Проблема остеопороза в травматологии и ортопедии:

- тезисы докладов V конференции с международным участием. Москва, 2012. С. 81.
68. Осипенкова Т. К. Морфология остеопороза // Биомедицинский журнал. 2003. №4. С. 79–80.
69. Пат. РФ 91845, МПК А61В17/74. Устройство для армирования биологического композитного материала и превентивной профилактики переломов шейки бедренной кости / Матвеев А.Л.; заявитель и патентообладатель Матвеев А.Л. — №2009144053/22; заявл. 27.11.2009; опубл. 10.03.2010.
70. Пат. РФ 98901, МПК А61В17/74. Устройство для армирования шейки бедренной кости и превентивной профилактики переломов / Матвеев А.Л., Нехожин А.В.; заявитель и патентообладатель Матвеев А.Л., Нехожин А.В. — №2010123245/14; заявл. 07.06.2010; опубл. 10.11.2010.
71. Пат. РФ 101351, МПК А61В17/74. Устройство для армирования шейки бедренной кости и превентивной профилактики ее переломов / Матвеев А.Л.; заявитель и патентообладатель Матвеев А.Л. — №2010123247/14; заявл. 07.06.2010; опубл. 20.01.2011.
72. Пат. РФ 121725, МПК А61В17/56. Устройство для армирования кости и профилактики переломов ее при остеопорозе / Матвеев А.Л., Нехожин А.В., Миначов Т.Б., Фролов А.В.; заявитель и патентообладатель Матвеев А.Л. — №2012113218/14; заявл. 04.04.2012; опубл. 10.11.2012.
73. Пат. РФ 136703, МПК А61В17/56. Устройство для профилактического армирования и предупреждения переломов проксимального отдела бедра / Матвеев А.Л., Нехожин А.В., Миначов Т.Б., Степанов О.Н. Дубров В.Э.; заявитель и патентообладатель Матвеев А.Л., Дубров В.Э. — №2013138344/14; заявл. 16.08.2013; опубл. 20.01.2014.
74. Пат. РФ 136704, МПК А61В17/56. Устройство для армирования проксимального отдела бедренной кости и предупреждения его переломов / Матвеев А.Л., Нехожин А.В., Миначов Т.Б., Степанов О.Н. Дубров В.Э.; заявитель и патентообладатель Матвеев А.Л., Дубров В.Э. — №2013138342/14; заявл.

16.08.2013; опубл. 20.01.2014.

75. Пат. РФ 2316280, МПК А61В17/56. Оперативный способ профилактики переломов шейки бедренной кости / Матвеев А.Л.; заявитель и патентообладатель Матвеев А.Л. — №2006114271/14; заявл. 26.04.2006; опубл. 10.02.2008.
76. Документация gnuplot [Электронный ресурс] / lowrank, 2014. Режим доступа: <http://lowrank.net/gnuplot/index-e.html>.
77. Пирожкова Т. А. Медико-социальная экспертиза и реабилитация инвалидов с последствиями переломов шейки бедренной кости: автореф. дис. ... канд. мед. наук / Пирожкова Т.А. Москва, 1998. 34 с.
78. Победря Б. Е. Механика композиционных материалов. М.: МГУ, 1984. 336 с.
79. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
80. Радченко В. П., Матвеев А. Л., Нехожин А. В. Моделирование деформированного состояния проксимального отдела бедренной кости человека при критических нагрузках с учетом возраста // Травматология, ортопедия Севера и Дальнего Востока: высокие технологии и инновации: материалы III съезда травматологов-ортопедов дальневосточного федерального округа. Якутск, 2012. С. 76–77.
81. Радченко В. П., Нехожин А. В. Математическое моделирование деформирования армированной бедренной кости при длительных статических нагрузках // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Серия: Физ.-мат. науки. 2015. Т. 19, № 4. С. 768–784.
82. Радченко В. П., Нехожин А. В., Матвеев А. Л. Математическое моделирование напряженного состояния армированной костной ткани шейки бедра при статических нагрузках // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: физ.-мат. науки. 2011. №4 (25). С. 75–81.
83. Радченко В. П., Самарин Ю. П. Влияние ползучести на величину упругой деформации слоистого композита // Механика композитных материалов. 1983. Т. 19, №2. С. 231–237.
84. Радченко В. П., Шапиевский Д. В. Анализ особенностей поведения обоб-

- щенной нелинейной модели Максвелла // Математическое моделирование и краевые задачи: труды Второй Всероссийской научной конференции. Ч. 1. Самара: СамГТУ, 2005. С. 253–255.
85. Радченко В. П., Шапиевский Д. В. Нелинейные эффекты влияния ползучести на упругую деформацию в биокompозитных материалах // Деформирование и разрушение структурных неоднородных сред и конструкций: тезисы докладов Всероссийской научной конференции. Екатеринбург: ИМАШ УрО РАН, 2006. С. 104.
86. Радченко В. П., Шапиевский Д. В. О дрейфе упругой деформации для нелинейно-упругих материалов вследствие ползучести // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: физ.-мат. науки. 2006. №43. С. 99–105.
87. Радченко В. П., Шапиевский Д. В. Математическая модель ползучести микронеоднородного нелинейно-упругого материала // Прикладная механика и техническая физика. 2008. Т. 49, №3. С. 157–163.
88. Рогожников Г. И., Конюхова С. Г., Няшин Ю. И. и др. Влияние модуля упругости губчатой и кортикальной кости на напряженное состояние в области пластинчатого имплантата при окклюзионной нагрузке // Российский журнал биомеханики. 2004. Т. 8, №1. С. 54–60.
89. Родионова С. С., Колондаев А. Ф., Солод А. Ф. Комбинированное лечение переломов шейки бедренной кости на фоне остеопороза // Российский медицинский журнал. 2004. Т. 12, №24. С. 117–122.
90. Сараев Л. А., Глушечков В. С. Неупругие свойства многокомпонентных композитов со случайными свойствами. Самара: Самарский гос. университет, 2004. 163 с.
91. Скардино Ф. Тканые конструкционные композиты. / Пер. с англ. под ред. Е.-В. Чу и Ф. Ко. М.: Мир, 1991. 432 с.
92. Тарнопольский Ю. М., Жигун И. Г., Поляков В. А. Пространственно-армированные композиционные материалы. М.: Машиностроение, 1987. 224 с.

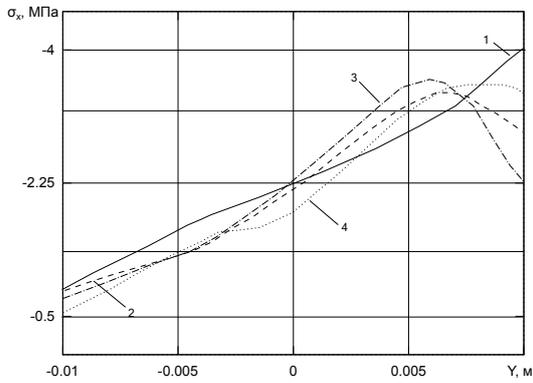
93. Чигарев А. В., Кравчук А. С., Смалюк А. Ф. ANSYS для инженеров: Справочное пособие. М.: Машиностроение, 2004. 512 с.
94. Утенькин А. А. Кость — многоэтажный композит // Химия и жизнь. 1981. №4. С. 38–40.
95. Шапиевский Д. В. Разработка структурно-феноменологических моделей микронеоднородных нелинейно-упругих материалов в условиях ползучести: Автореф. ... дис. канд. физ.-мат. наук: 01.02.04 / Шапиевский Д.В. Самара, 2007. 20 с.
96. Шуголь Г. Б., Демаков С. Л., Шуголь И. Г. Остеосинтез переломов шейки бедренной кости, основанный на использовании принципа активной фиксации стягиванием. Екатеринбург: УГМУ, 2014. 141 с.
97. Abrate S. Modeling of impacts on composite structures // Composite structures. 2001. Vol. 51, No. 2. Pp. 129–138.
98. Ansys documentation [Электронный ресурс] / ANSYS, Inc, 2014. Режим доступа: <http://www.ansys.com/Support/Documentation>.
99. MeshLab / SourceForge, 2014. Режим доступа: <http://meshlab.sourceforge.net>.
100. VRML Models from The Titanium Bone Project [Электронный ресурс] / Texas: University of Texas at Austin, 2014. Режим доступа: https://webpace.utexas.edu/reyesr/titanium/3D_models.html.
101. Andriacchi T. P., Galante J. O., Belytschko T. B., Hampton S. Stress analysis of the femoral stem in total hip prostheses // JBJS. 1976. Vol. 58-A. Pp. 618–624.
102. Camanho P. P., Matthews F. L. A progressive damage model for mechanically fastened joints in composite laminates // Journal of Composite Materials. 1999. Vol. 33, No. 24. Pp. 2248–2280.
103. Dharani L. R., Jones W. F., Goree J. G. Mathematical modeling of damage in unidirectional composites // Engineering Fracture Mechanics. 1983. Vol. 17, No. 6. Pp. 555–573.
104. Dimitrienko Yu. I. Modelling of Mechanical Properties of Composite of 3D orthogonal woven composites // Composites Science and Technology. 2011.

- Vol. 71. Pp. 1777–1788.
105. Fish J., Shek K. Multiscale analysis of composite materials and structures // Composites Science and Technology. 2000. Vol. 60, No. 12. Pp. 2547–2556.
106. George A., W-H. Lui J. Computer Solution of Large Sparse Positive Definite Systems. Prentice-Hall, 1981. 324 p.
107. Harlan N. Titanium bone implants // Materials Technology. 2000. Vol. 15, No. 3. Pp. 185–187.
108. Harlan N., Reyes R., Bourell D. L. Building better bones // Foundry Management & Technology. 2000. Vol. 128, No. 8. Pp. 82–83.
109. Harlan N., Reyes R., Bourell D. L., Beaman J. J. Titanium castings using laser scanned data and selective laser sintered zirconia molds // ASM Journal of Materials Engineering & Performance. 2001. Vol. 10, No. 4. Pp. 410–413.
110. Hampton S., Andriacchi T., Galante J. Three-dimensional stress analysis of the femoral stem of a total hip prosthesis // Journal of Biomechanics. 1980. Vol. 13. Pp. 443–448.
111. Manufacture and multiaxial test of composite tube specimens with braided glass fibre reinforcement / W. Hufenbach, W. Blazejewski, L. Kroll [и др.] // Journal of Materials Processing Technology. 2005. No. 162–163. Pp. 65–70.
112. Huiskes R., Janssen J. D., Slooff T. J. A detailed comparison of experimental and theoretical stress analyses of a human femur // Mechanical Properties of Bone, ASME AMD. 1981. Vol. 45. Pp. 211–234.
113. Lang S. M. Elastic coefficients of animal bone // Science. 1969. Vol. 161. Pp. 287–288.
114. Lee K., Moorthy S., Ghosh S. Multiple scale computational model for damage in composite materials // Computer methods in applied mechanics and engineering. 1999. Vol. 172, No. 1. Pp. 175–201.
115. Mahmood M. Shokrieh, Larry B. Lessard. Progressive Fatigue Damage Modeling of Composite Materials, Part II: Material Characterization and Model Verification // Journal of Composite Materials. 2000. No. 34. Pp. 172–179.

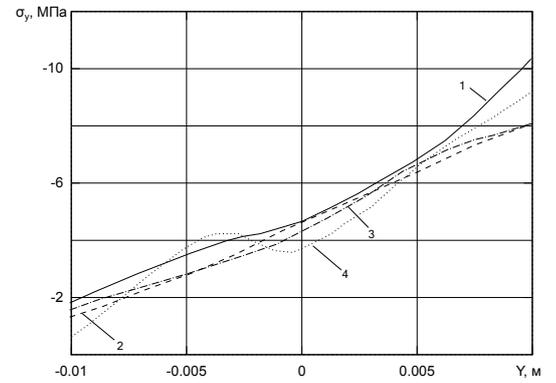
116. McNeice G. M., Eng P., Anstutz H. C. Biomechanics proceedings of the fifth international congress of biomechanics // Journal of Biomechanics. 1976. Vol. V-A. Pp. 394–405.
117. Meso-FE modelling of textile composites: Road map, data flow and algorithms / Stepan V. Lomov, Dmitry S. Ivanov, Ignaas Verpoest [и др.] // Composites Science and Technology. 2007. Vol. 67, No. 9. Pp. 1870–1891.
118. Myers E. R., Wilson S. E. Biomechanics of osteoporosis and vertebral fracture // Spine. 1997. Vol. 22, No. 24. Pp. 25–31.
119. Oever M. V. Composites Based on Natural Resources. UK: John Wiley & Sons, 2010. 560 p.
120. Reilly D. T., Burstein A. H. The elastic and ultimate properties of compact bone tissue // Biomechanics. 1975. Vol. 8. Pp. 393–405.
121. Svensson N. L., Valliappan S., Wood R. D. Stress analysis of human femur with implanted charnley prosthesis // Biomechanics. 1977. Vol. 10. Pp. 581–588.
122. Swanson S. A. V. Biomechanical characteristics of bone // In Advances in Biomedical Engineering. 1971. No. 1. Pp. 137–187.
123. Yamada H., Evans F. G. Strength of Biological Materials. Williams & Wilkins, 1970. 297 p.
124. Van Buskirk W. C., Ashman R. B. The elastic moduli of bone // Mechanical Properties of Bone, ASME AMD. 1981. Vol. 45. Pp. 131–143. 86.
125. Verpoest Ignaas, Lomov Stepan V. Virtual textile composites software WiseTex: Integration with micro-mechanical, permeability and structural analysis // Composites Science and Technology. 2005. Vol. 65, No. 15–16. Pp. 2563–2574.
126. The Virtual Reality Modeling Language [Электронный ресурс]: Part 1 (ISO/IEC 14772-1), part 2 (ISO/IEC FDIS 14772-2) / Web 3D consortium, 1997. Режим доступа: <http://www.web3d.org/x3d/specifications/vrml/ISO-IEC-14772-VRML97>.

Приложение А

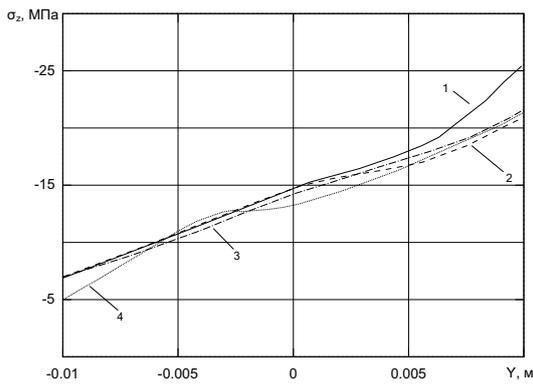
Напряженно-деформированное состояние в шейке однослойной бедренной кости



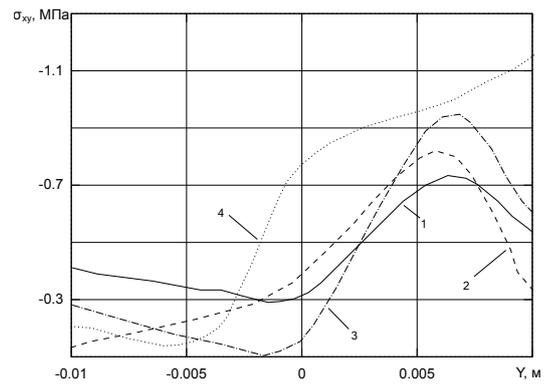
а



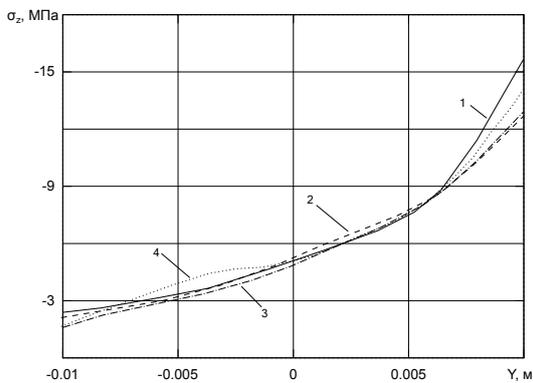
б



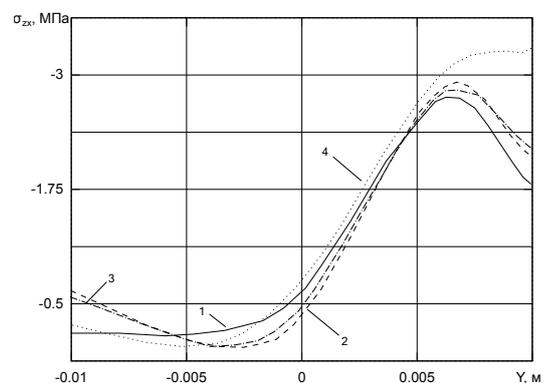
в



г

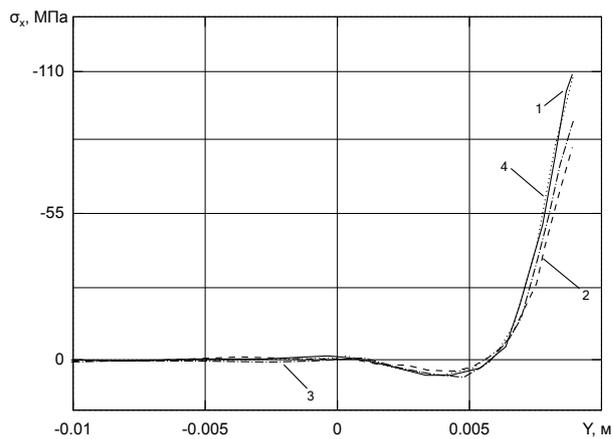


д

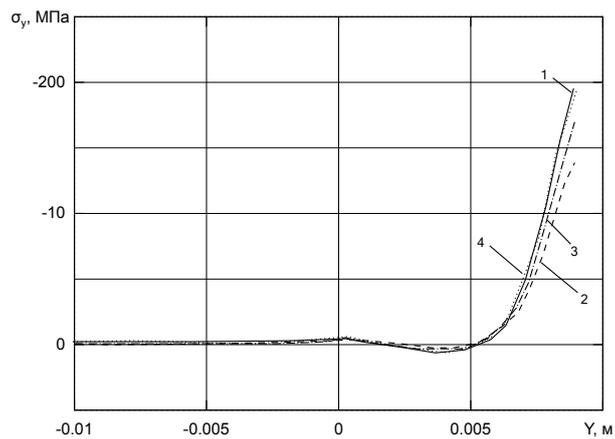


е

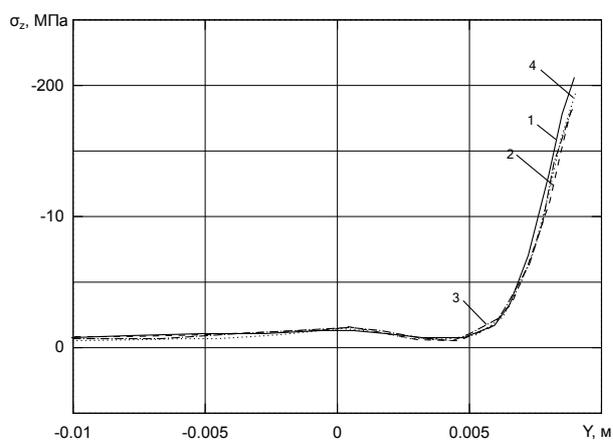
Рис. А.1. Напряженно-деформированное состояние в сечении шейки бедренной кости при $x = -0.002$: а — σ_x ; б — σ_y ; в — σ_z ; г — σ_{xy} ; д — σ_{yz} ; е — σ_{zx} ; 1 — интактная шейка бедра; 2 — спица; 3 — спица + спица; 4 — винт-штопор.



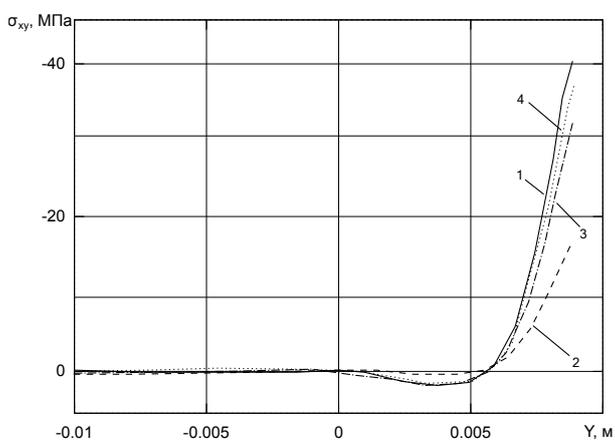
а



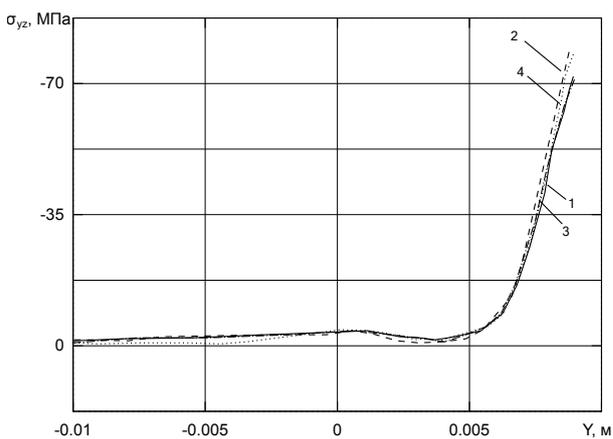
б



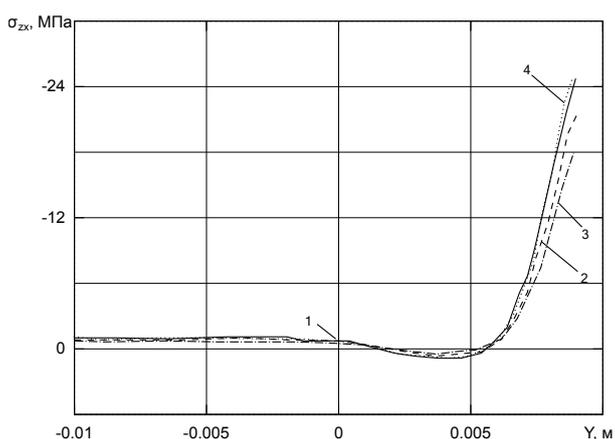
в



г

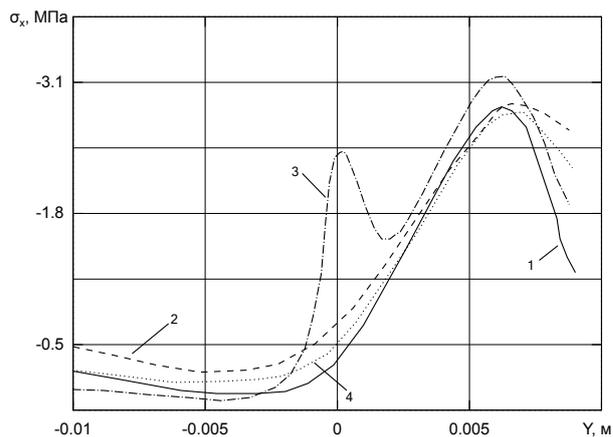


д

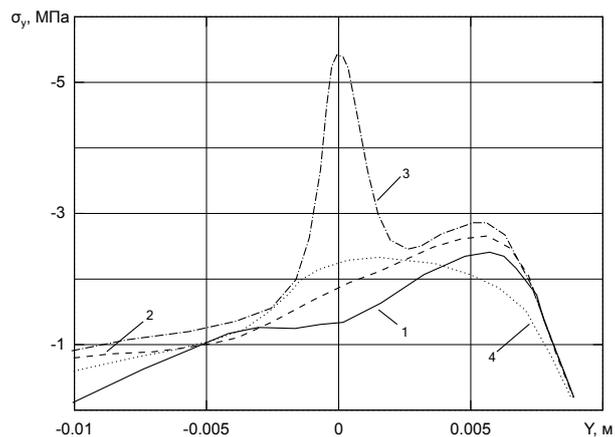


е

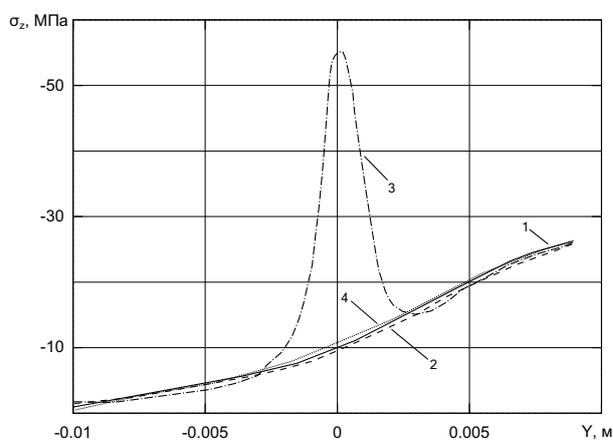
Рис. А.2. Напряженно-деформированное состояние в сечении шейки бедренной кости при $x = 0.002$: а — σ_x ; б — σ_y ; в — σ_z ; г — σ_{xy} ; д — σ_{yz} ; е — σ_{zx} ; 1 — интактная шейка бедра; 2 — спица; 3 — спица + спица; 4 — винт-штопор.



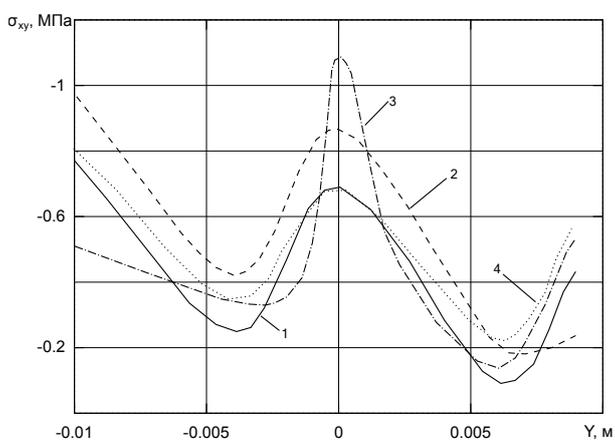
а



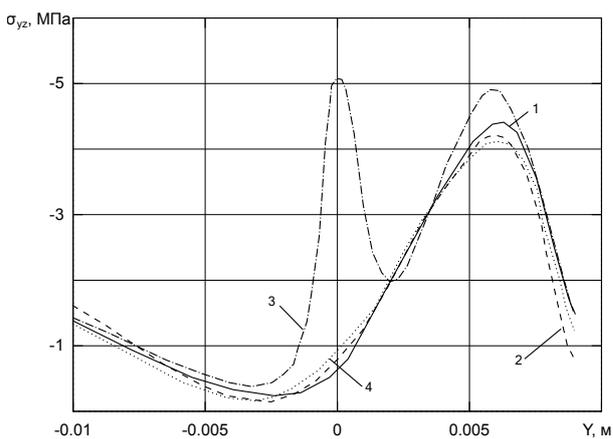
б



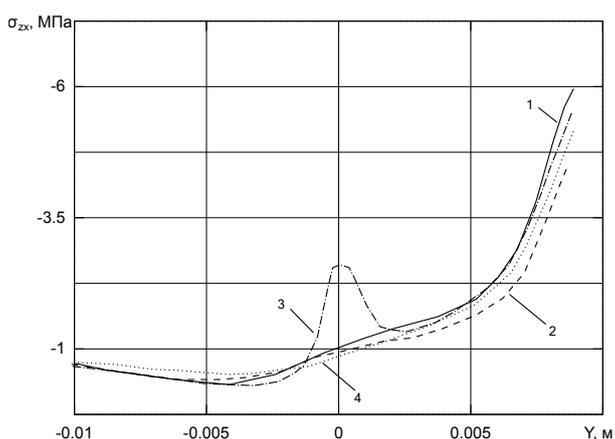
в



г

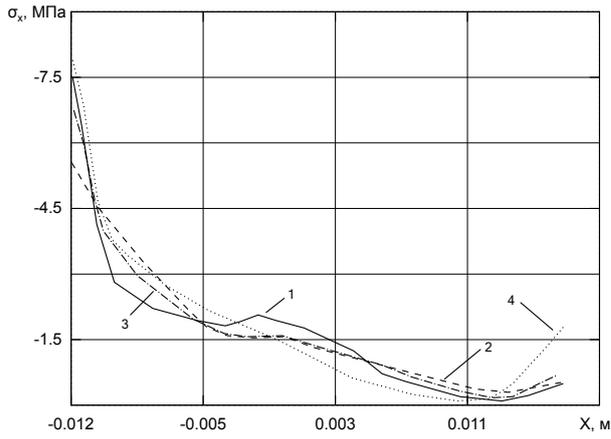


д

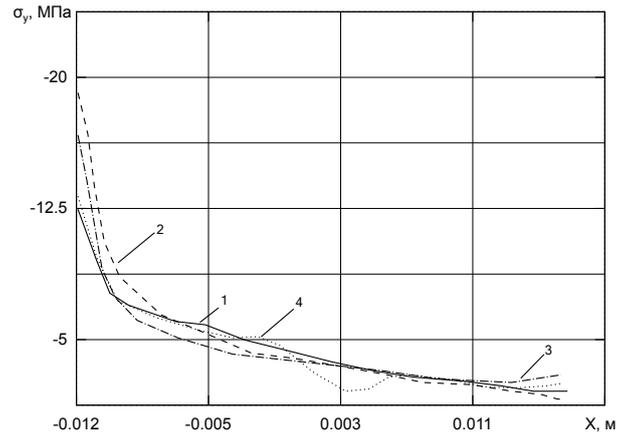


е

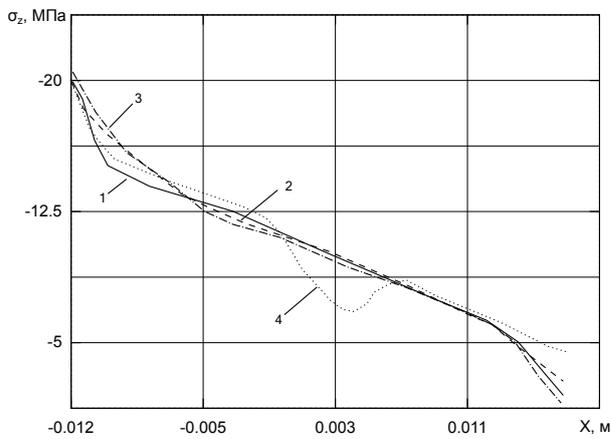
Рис. А.3. Напряженно-деформированное состояние в сечении шейки бедренной кости при $x = 0.010$: а — σ_x ; б — σ_y ; в — σ_z ; г — σ_{xy} ; д — σ_{yz} ; е — σ_{zx} ; 1 — интактная шейка бедра; 2 — спица; 3 — спица + спица; 4 — винт-штопор.



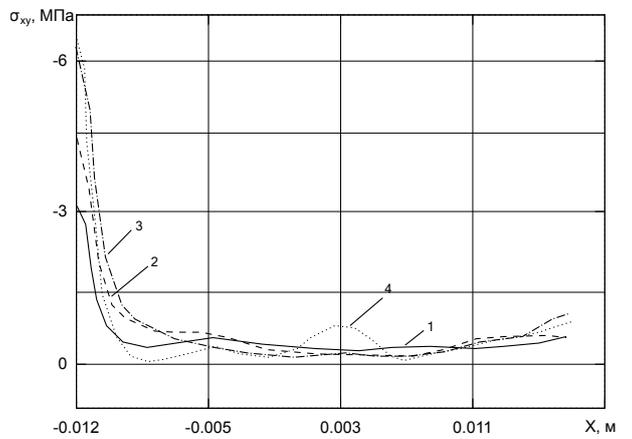
а



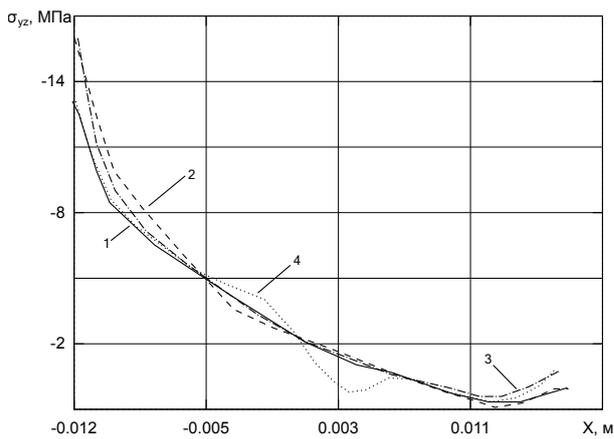
б



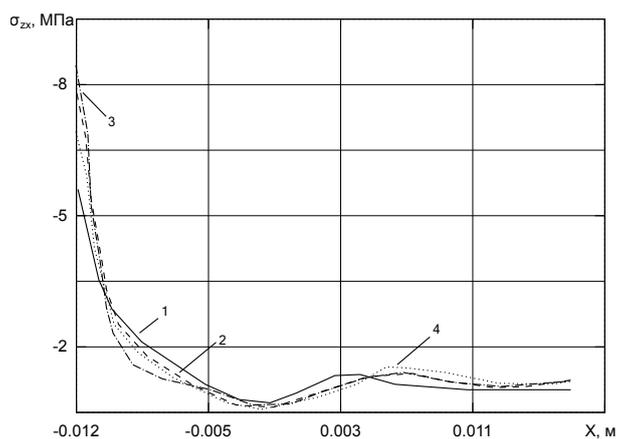
в



г

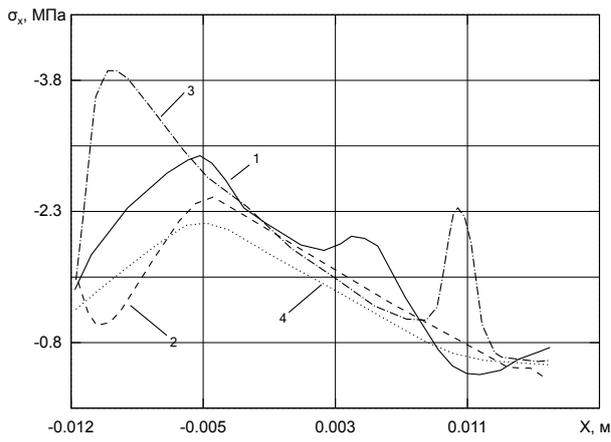


д

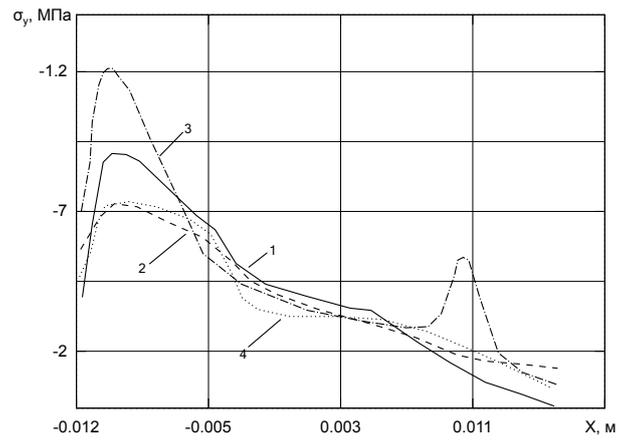


е

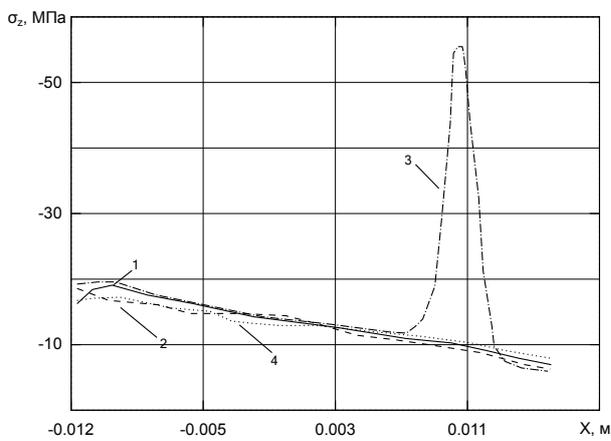
Рис. А.4. Напряженно-деформированное состояние в сечении шейки бедренной кости при $y = -0.004$: а — σ_x ; б — σ_y ; в — σ_z ; г — σ_{xy} ; д — σ_{yz} ; е — σ_{zx} ; 1 — интактная шейка бедра; 2 — спица; 3 — спица + спица; 4 — винт-штопор.



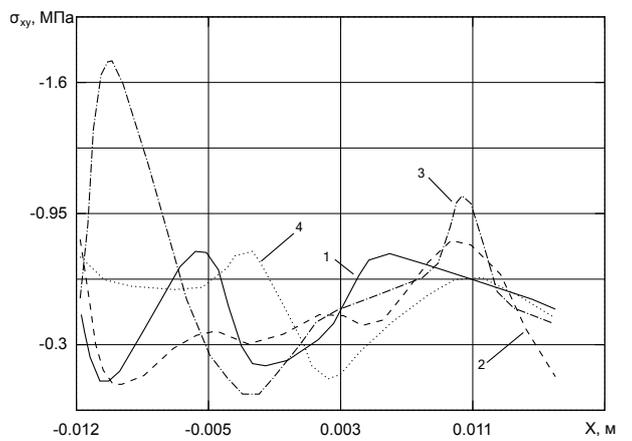
а



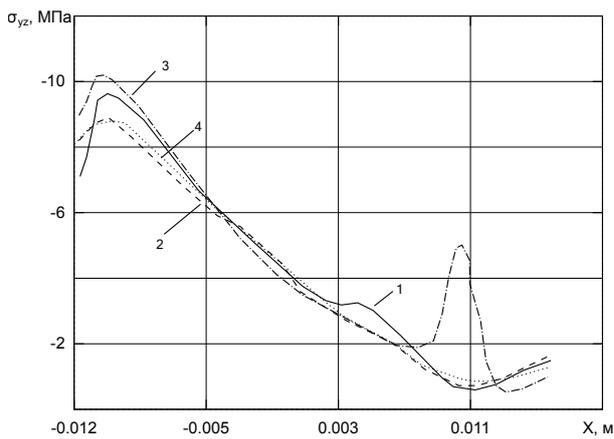
б



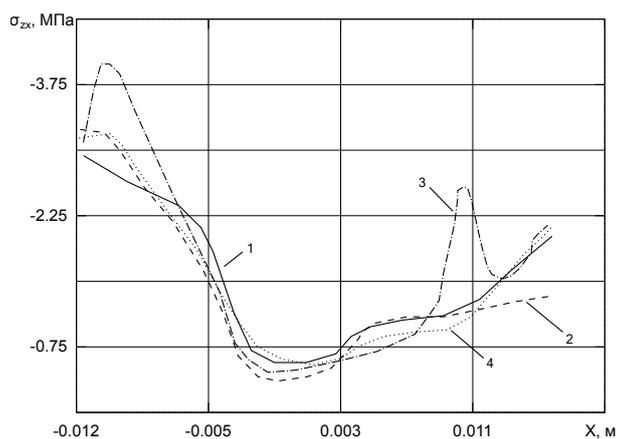
в



г

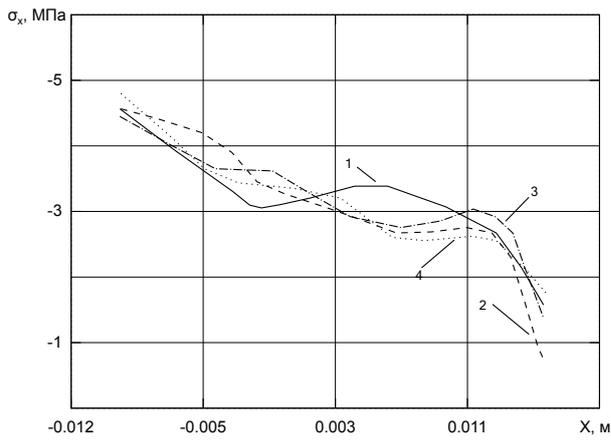


д

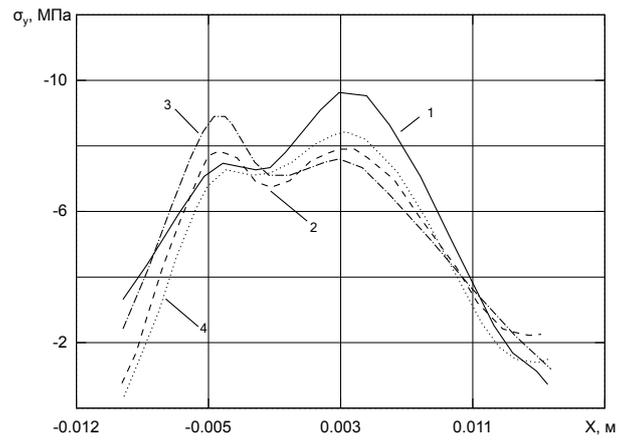


е

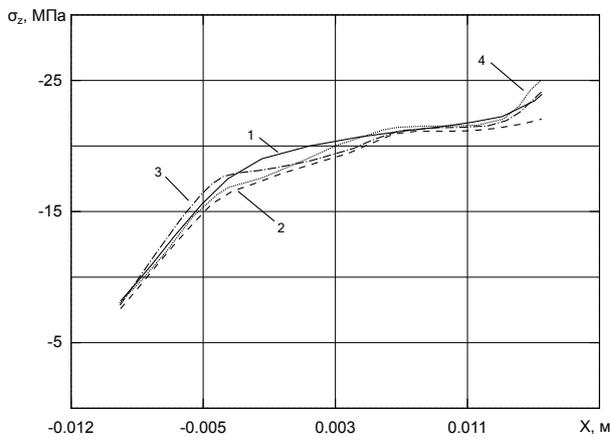
Рис. А.5. Напряженно-деформированное состояние в сечении шейки бедренной кости при $y = 0.000$: а — σ_x ; б — σ_y ; в — σ_z ; г — σ_{xy} ; д — σ_{yz} ; е — σ_{zx} ; 1 — интактная шейка бедра; 2 — спица; 3 — спица + спица; 4 — винт-штопор.



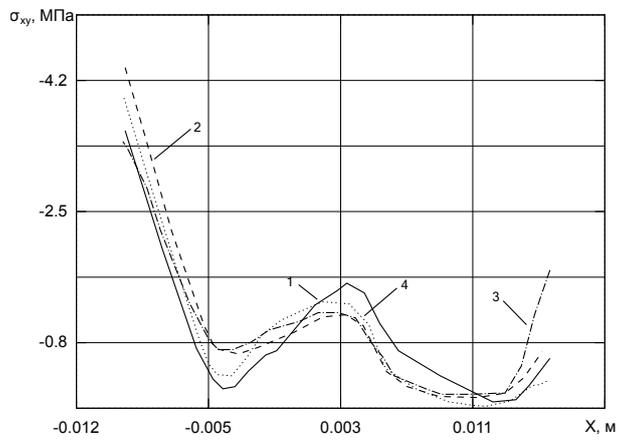
а



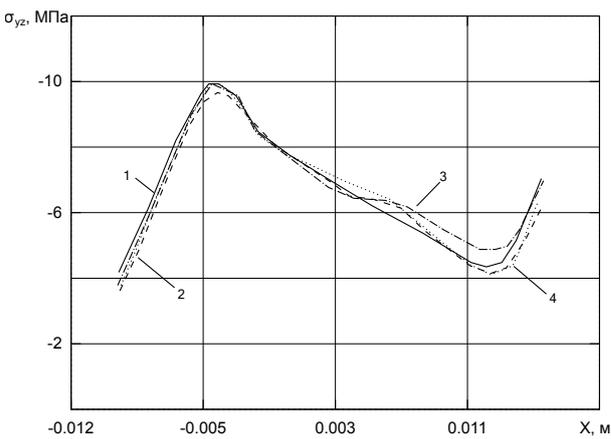
б



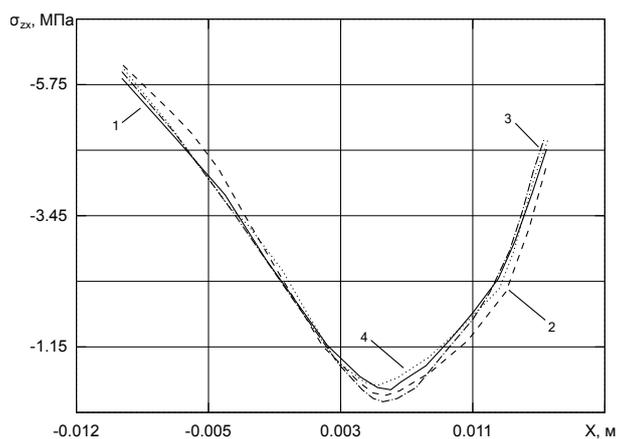
в



г



д



е

Рис. А.6. Напряженно-деформированное состояние в сечении шейки бедренной кости при $y = 0.006$: а — σ_x ; б — σ_y ; в — σ_z ; г — σ_{xy} ; д — σ_{yz} ; е — σ_{zx} ; 1 — интактная шейка бедра; 2 — спица; 3 — спица + спица; 4 — винт-штопор.

Приложение Б
Патенты и свидетельства



Рис. Б.1. Свидетельство № 2014615334 [1].

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



ПАТЕНТ

НА ПОЛЕЗНУЮ МОДЕЛЬ

№ 98901

**УСТРОЙСТВО ДЛЯ АРМИРОВАНИЯ ШЕЙКИ
БЕДРЕННОЙ КОСТИ И ПРЕВЕНТИВНОЙ
ПРОФИЛАКТИКИ ПЕРЕЛОМОВ**

Патентообладатель(ли): **Матвеев Анатолий Львович (RU),
Нехожин Анатолий Вадимович (RU)**

Автор(ы): **Матвеев Анатолий Львович (RU), Нехожин
Анатолий Вадимович (RU)**

Заявка № **2010123245**

Приоритет полезной модели **07 июня 2010 г.**

Зарегистрировано в Государственном реестре полезных
моделей Российской Федерации **10 ноября 2010 г.**

Срок действия патента истекает **07 июня 2020 г.**

*Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной
собственности, патентам и товарным знакам*



Б.П. Симонов

Рис. Б.2. Патент № 98901 [70].

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



ПАТЕНТ

НА ПОЛЕЗНУЮ МОДЕЛЬ

№ 136703

УСТРОЙСТВО ДЛЯ ПРОФИЛАКТИЧЕСКОГО АРМИРОВАНИЯ И ПРЕДУПРЕЖДЕНИЯ ПЕРЕЛОМОВ ПРОКСИМАЛЬНОГО ОТДЕЛА БЕДРА

Патентообладатель(ли): *Матвеев Анатолий Львович (RU)*

Автор(ы): *Матвеев Анатолий Львович (RU), Нехожин Анатолий Вадимович (RU), Минасов Тимур Булатович (RU), Степанов Олег Николаевич (RU), Дубров Вадим Эрикович (RU)*

Заявка № 2013138344

Приоритет полезной модели **16 августа 2013 г.**

Зарегистрировано в Государственном реестре полезных моделей Российской Федерации **20 января 2014 г.**

Срок действия патента истекает **16 августа 2023 г.**

*Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*

Б.П. Симонов



РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



ПАТЕНТ

НА ПОЛЕЗНУЮ МОДЕЛЬ

№ 136704

УСТРОЙСТВО ДЛЯ АРМИРОВАНИЯ ПРОКСИМАЛЬНОГО ОТДЕЛА БЕДРЕННОЙ КОСТИ И ПРЕДУПРЕЖДЕНИЯ ЕГО ПЕРЕЛОМОВ

Патентообладатель(ли): *Матвеев Анатолий Львович (RU), Дубров
Вадим Эрикович (RU)*

Автор(ы): *см. на обороте*

Заявка № 2013138342

Приоритет полезной модели **16 августа 2013 г.**

Зарегистрировано в Государственном реестре полезных
моделей Российской Федерации **20 января 2014 г.**

Срок действия патента истекает **16 августа 2023 г.**

*Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*

Б.П. Симонов



Рис. Б.4. Патент № 136704 [74].

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



ПАТЕНТ

НА ПОЛЕЗНУЮ МОДЕЛЬ

№ 121725

УСТРОЙСТВО ДЛЯ АРМИРОВАНИЯ КОСТИ И ПРОФИЛАКТИКИ ПЕРЕЛОМОВ ЕЕ ПРИ ОСТЕОПОРОЗЕ

Патентообладатель(ли): *Матвеев Анатолий Львович (RU)*

Автор(ы): *Матвеев Анатолий Львович (RU), Нехожин
Анатолий Вадимович (RU), Минасов Тимур Булатович (RU),
Фролов Александр Владимирович (RU)*

Заявка № 2012113218

Приоритет полезной модели 04 апреля 2012 г.

Зарегистрировано в Государственном реестре полезных
моделей Российской Федерации 10 ноября 2012 г.

Срок действия патента истекает 04 апреля 2022 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Б.П. Симонов



Приложение В

Акт о внедрении результатов работы в учебном процессе

«УТВЕРЖДАЮ»
Проректор по учебной работе
Самарского государственного
технического университета
д.т.н., профессор
Д.А. Деморетский



« » 2016 г.

АКТ

об использовании результатов диссертационной работы А. В. Нехожина «Разработка метода и программного обеспечения для моделирования реологического деформирования армированного биокomпозиционного материала», представленной на соискание учёной степени кандидата технических наук, в учебном процессе Самарского государственного технического университета.

Комиссия в составе начальника управления высшего образования университета к.т.н. доцента А.Н. Лукьяновой, заведующего кафедрой «Прикладная математика информатика» д.ф.-м.н. профессора В.П. Радченко и председателя методического совета инженерно-экономического факультета к.э.н. О.Ю. Еремичевой составила настоящий акт о том, что в учебном процессе Самарского государственного технического университета использованы следующие результаты кандидатской диссертации А.В. Нехожина «Разработка метода и программного обеспечения для моделирования реологического деформирования армированного биокomпозиционного материала».

1. Программный продукт для конвертации геометрических данных из формата VRML в ANSYS-команды; методика построения геометрических объектов в программе ANSYS; методика использования переменного шага по времени для численного алгоритма расчета ползучести используются в лекционном материале дисциплины «Численные методы решения краевых задач».

2. Реологическая модель ползучести компактной костной ткани на основе теории упрочнения и методика идентификации параметров этой модели на основе экспериментальных данных, методы решения оценки напряженно-деформированного состояния однослойной и двухслойной моделей биокomпозиционной костной ткани на основе теории упрочнения используются в лекционном материале дисциплины «Реологические модели».

Начальник УВО СамГТУ
к.т.н., доцент
Зав. кафедрой ПМИИ
д.ф.-м.н., профессор
Председатель МС ИЭФ
к.э.н., доцент



А.Н. Лукьянова
В.П.Радченко
О.Ю. Еремичева